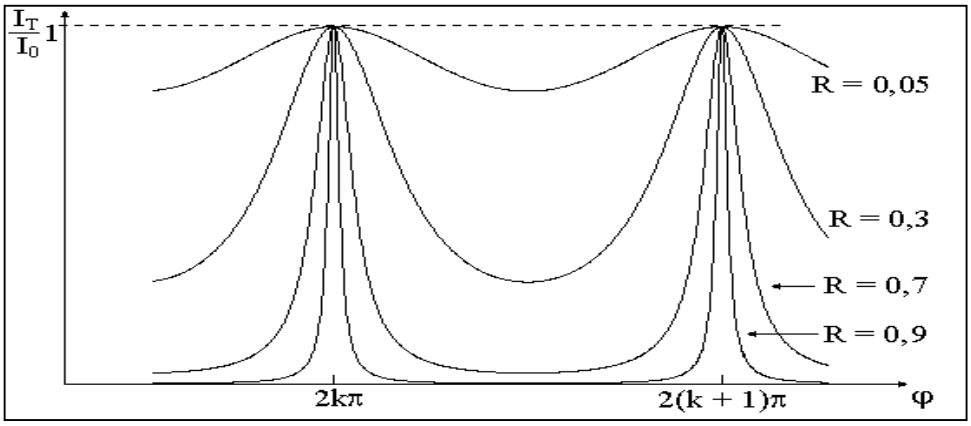
SORIN ANGHEL

CONSTANTIN STĂNESCU

OPTICA



EDITURA ARG-TEMPUS PITEŞTI

1999

ISBN 973-96657-3-X

Copyright © 1999 – Editura Arg-Tempus Piteşti

Toate drepturile asupra acestei ediţii sunt rezervate
Editurii Arg-Tempus, Piteşti.
Nici o parte din acest volum nu poate fi reprodusă
sub orice formă, fără permisiunea scrisă a autorilor.

Referenţi ştiinţifici:
Conf. univ. dr. Ştefan Levai
Conf. univ. dr. Ion Iorga-Simăn

ISBN 973-96657-3-X

CUPRINS

CUPRINS **3**

CUVÂNT ÎNAINTE **8**

OPTICA GEOMETRICĂ **9**

I. PRINCIPIILE ŞI LEGILE OPTICII GEOMETRICE 9

1.1. NOŢIUNI FUNDAMENTALE 9

1.2. PRINCIPIILE FUNDAMENTALE ALE OPTICII GEOMETRICE 12

II. SISTEME OPTICE REFLECTĂTOARE ŞI REFRACTANTE 19

2.1. NOTAŢII ŞI CONVENŢII 19

2.2. SUPRAFEŢE REFLECTĂTOARE STIGMATICE 19

2.3. SUPRAFEŢE REFRACTANTE STIGMATICE. DIOPTRUL SFERIC 21

2.3.1. Formula punctelor conjugate pentru dioptrul sferic 22

2.3.2. Puncte şi plane focale ale dioptrului sferic 23

2.3.3. A doua formulă fundamentală a dioptrului sferic (formula măririi liniare transversale) 25

2.3.4. Invariantul Lagrange-Helmholtz 26

2.4. CAZURI PARTICULARE DE SISTEME REFRACTANTE 27

2.4.1. Dioptrul plan 27

2.4.2. Lama cu feţe plan-paralele 28

2.4.3. Prisma optică 29

2.5. LENTILE SUBŢIRI. SISTEME DE LENTILE 33

2.5.1. Formulele fundamentale ale lentilelor subţiri 33

2.5.2. Construcţia imaginilor în lentile subţiri 36

Imagini în lentile convergente 36

2.5.3. Asociaţii de lentile subţiri 38

2.6. OGLINZI SFERICE. OGLINZI PLANE 40

2.6.1. Formulele fundamentale ale oglinzilor sferice. Focare, plane focale 40

2.6.2. Construcţia imaginilor în oglinzi sferice 41

2.6.2. Oglinzi plane 43

2.7. APLICAŢII 44

2.8. ABERAŢIILE IMAGINILOR SISTEMELOR OPTICE 47

2.8.2. Aberaţii geometrice 48

2.8.3. Aberaţii cromatice 50

2.9. ELEMENTELE CARDINALE ALE SISTEMELOR OPTICE 52

2.9.2. Puncte şi plane principale ale unui sistem optic *52*
2.9.3. Puncte nodale *54*
2.10. APLICAŢII 55
OPTICA ONDULATORIE 57
III. FOTOMETRIE 57
3.1. GENERALITĂŢI. OCHIUL CA RECEPTOR DE RADIAŢII LUMINOASE 57
3.1.1. Generalităţi *57*
3.1.2. Ochiul ca receptor de radiaţii luminoase *57*
3.2. MĂRIMI ŞI UNITĂŢI ENERGETICE ŞI FOTOMETRICE 62
3.3. MĂSURĂRI FOTOMETRICE 68
3.3.1. Fotometrul Lummer-Brodhun *68*
3.3.2. Fotometrul fotoelectric diferenţial *70*
3.3.3. Fotometrul integrator (sfera) Ulbricht *70*
3.3.4. Luxmetre *71*
IV. UNDE ELECTROMAGNETICE. PROPRIETĂŢI FUNDAMENTALE 72
4.1. ECUAŢIILE LUI MAXWELL. CÂMP ELECTROMAGNETIC 72
4.1.1. Ecuaţiile lui Maxwell *72*
4.1.2. Câmp electromagnetic; energia câmpului electromagnetic *73*
4.2. UNDA ELECTROMAGNETICĂ. ECUAŢIA DE PROPAGARE. PROPRIETĂŢI 76
4.2.1. Ecuaţia de propagare a undelor electromagnetice *76*
4.2.2. Proprietăţile undelor electromagnetice *78*
4.2.3. Spectrul undelor electromagnetice *81*
4.2.4. Starea de polarizare a undelor electromagnetice *83*
4.3. APLICAŢII 87
V. FENOMENE CARE SE PRODUC LA TRECEREA LUMINII PRIN SUPRAFAŢA DE SEPARARE A DOUĂ MEDII 92
5.1. REFLEXIA ŞI REFRACŢIA UNDELOR ELECTROMAGNETICE 92
5.2. FORMULELE LUI FRESNEL 95
5.2.1. Vectorul $\vec{E}$ este conţinut în planul de incidenţă (E_p şi H_s) *95*
5.2.2. Vectorul $\vec{E}$ este perpendicular pe planul de incidenţă (E_s şi H_p) *96*
5.2.3. Cazul incidenţei normale *97*
5.3. CONSECINŢE ALE FORMULELOR LUI FRESNEL 98
5.3.1. Saltul de fază al undei la reflexie *98*
5.3.2. Coeficienţii lui Fresnel *99*

5.3.3. Polarizarea luminii prin reflexie şi refracţie *99*
5.3.4. Distribuţia energiei la suprafaţa de separare între două medii *102*
5.3.5. Reflexia pe metale (medii absorbante) *105*
5.4. APLICAȚII 110
VI. PROPAGAREA LUMINII PRIN MEDII ANIZOTROPE 112
6.1. BIREFRINGENȚA 112
6.2. DISPOZITIVE FOLOSITE PENTRU PRODUCEREA LUMINII POLARIZATE, BAZATE PE BIREFRINGENȚĂ 118
6.2.1. Dispozitive de polarizare *118*
6.2.2. Dicroismul *120*
6.2.3. Legea lui Malus *122*
6.3. POLARIZAREA ELIPTICĂ A LUMINII PRIN BIREFRINGENȚĂ. ANALIZORI ŞI COMPENSATORI 123
6.4. BIREFRINGENȚA PROVOVATĂ 128
6.4.1. Birefringenţa mecanică *129*
6.4.2. Birefringenţa prin călire *130*
6.4.3. Birefringenţa electrică *130*
6.4.4. Birefringenţa magnetică (efectul Cotton – Mouton) *132*
6.5. POLARIZAREA ROTATORIE 133
6.5.1. Polarizarea rotatorie *133*
6.5.2. Polarizarea rotatorie magnetică (efectul Faraday) *135*
6.6. APLICAȚII 136
VII. PROPAGAREA LUMINII PRIN MEDII IZOTROPE 141
7.1. ABSORBȚIA, DIFUZIA ŞI DISPERSIA LUMINII – TRATARE FENOMENOLOGICĂ 141
7.1.1. Absorbţia luminii *141*
7.1.2. Difuzia (împrăştierea) luminii *143*
Difuzia moleculară *145*
7.1.3. Dispersia luminii *146*
7.2. APLICAȚII ALE DISPERSIEI LUMINII. APARATE SPECTRALE CU PRISMĂ 148
7.3. TEORIA DISPERSIEI ŞI ABSORBȚIEI LUMINII ÎN MEDII DIELECTRICE 151
7.3.1. Teoria dispersiei *151*
7.3.2. Domeniul de absorbţie *155*
VIII. INTERFERENȚA LUMINII 158
8.1. INTERFERENȚA A DOUĂ UNDE LUMINOASE. COERENȚA LUMINII 158
8.1.1. Consideraţii generale *158*

8.1.2. Poziţiile maximelor şi minimelor de interferenţă. Interfranja ... *162*
8.2. OBŢINEREA UNDELOR COERENTE. FRANJE NELOCALIZATE ŞI FRANJE LOCALIZATE ... 164
8.2.1. Interferenţa nelocalizată ... *164*
8.2.2. Interferenţa localizată ... *168*
8.3. UNDE LUMINOASE STAŢIONARE. FOTOGRAFIA ÎN CULORI ... 173
Fotografia în culori ... *175*
8.4. INTERFEROMETRIE ... 176
8.4.1. Interferometre cu două fascicule ... *176*
Interferometrul Jamin ... *177*
Interferometrul Michelson ... *178*
Interferometrul Mach-Zender ... *180*
8.4.2. Interferenţa fasciculelor multiple ... *180*
8.4.3. Interferometre cu fascicule multiple ... *184*
Interferometrul şi etalonul Fabry – Perot ... *184*
8.5. ALTE APLICAŢII ALE INTERFERENŢEI ... 188
8.5.1. Filtre interferenţiale ... *188*
8.5.2. Straturi dielectrice interferenţiale ... *189*
8.6. HOLOGRAFIA OPTICĂ ... 190
8.6.1. Principiul holografiei ... *191*
8.6.2. Proprietăţile hologramelor ... *195*
8.6.3. Condiţii experimentale pentru realizarea hologramelor ... *196*
8.6.4. Aplicaţii ale holografiei ... *197*
8.7. APLICAŢII ... 201
IX. DIFRACŢIA LUMINII ... 209
9.1. GENERALITĂŢI. DIFRACŢIA ÎN LUMINĂ DIVERGENTĂ ... 209
9.1.1. Principiul Huygens – Fresnel ... *210*
9.1.2. Zone Fresnel ... *210*
9.2. SPIRALA LUI CORNU. DIFRACŢIA FRESNEL PE O FANTĂ DREPTUNGHIULARĂ ŞI LA MARGINEA UNUI PARAVAN ... 214
9.3. DIFRACŢIA FRAUNHOFER PE O FANTĂ ... 217
9.3.1. Difracţia Fraunhofer pe o fantă dreptunghiulară ... *217*
9.3.2. Difracţia Fraunhofer pe o fantă circulară ... *220*
9.4. DIFRACŢIA PE REŢEAUA OPTICĂ PRIN TRANSMISIE ... 222
9.5. PUTEREA SEPARATOARE A INSTRUMENTELOR OPTICE ... 225
9.5.1. Criteriul Rayleigh ... *225*

9.5.2. Puterea separatoare a lunetei ... *226*
9.5.3. Puterea separatoare a microscopului ... *227*
9.5.4. Dispersia şi puterea de separare a prismei ... *228*
9.5.5. Dispersia şi puterea de rezoluţie a spectrografului cu reţea ... *229*
9.6. APLICAȚII ... 231
OPTICA FOTONICA ... 234
X. RADIAȚIA TERMICĂ ... 234
10.1. NOȚIUNI INTRODUCTIVE ... 234
10.2. LEGILE RADIAȚIEI CORPULUI NEGRU ... 237
XI. ELEMENTE DE SPECTROSCOPIE ... 243
11.1. NOȚIUNI INTRODUCTIVE ... 243
11.2. SPECTRUL ATOMULUI DE HIDROGEN ... 243
XII. FENOMENE ÎN CARE SE MANIFESTĂ STRUCTURA CORPUSCULARĂ A LUMINII ... 246
12.1. EFECTUL FOTOELECTRIC EXTERN ... 246
12.1.1. Legile efectului fotoelectric extern ... *246*
12.1.2. Fotonul. Explicarea legilor efectului fotoelectric extern ... *251*
12.2. EFECTUL COMPTON ... 254
12.3. NATURA LUMINII ... 256
12. 4. EMISIA STIMULATĂ A RADIAȚIEI ELECTROMAGNETICE. LASERI ... 263
12.4.1. Absorbţia, emisia spontană şi emisia stimulată a radiaţiei ... *263*
12.4.2. Inversia populaţiilor; efectul LASER ... *267*
12.4.3. Proprietăţile radiaţiei laser ... *272*
12.4.4. Tipuri de laseri ... *275*
12.5. APLICAȚII ... 281
INDEX ... 285
BIBLIOGRAFIE ... 2

CUVÂNT ÎNAINTE

Această lucrare a fost concepută drept suport al cursului de optică, destinat studenţilor secţiei de chimie şi fizică a Facultăţii de Ştiinţe din Universitatea din Piteşti.

Cum acest curs este unul dintre cursurile de fizică experimentală, nu s-a urmărit în primul rând o tratare teoretică foarte riguroasă şi matematizată, ci o prezentare clară a fenomenelor optice, astfel ca acestea să poată fi înţelese şi însuşite în modul cel mai simplu posibil. Din această cauză, este posibil ca, uneori, rigurozitatea expunerii să lase de dorit, dar acest lucru a fost făcut în scopul simplificării ei.

De altfel, acest curs îşi propune să se constituie drept o expunere a bazelor opticii clasice, aşa cum a evoluat ea din punct de vedere istoric; pentru cei care doresc să aprofundeze domeniul, există numeroase lucrări care prezintă fenomenele în tratarea lor cea mai riguroasă, unele dintre ele indicate în bibliografia de la sfârşitul lucrării,

Prin conţinutul ei, cartea poate fi utilă şi altor categorii de cititori (studenţi ai secţiilor de inginerie, profesori etc.).

Celor care vor avea prilejul să consulte această lucrare le adresăm rugămintea de a ne semnala diferitele aspecte constatate, observaţii, propuneri etc., mulţumindu-le cu anticipaţie.

Autorii

OPTICA GEOMETRICĂ

I. PRINCIPIILE ŞI LEGILE OPTICII GEOMETRICE

1.1. Noţiuni fundamentale

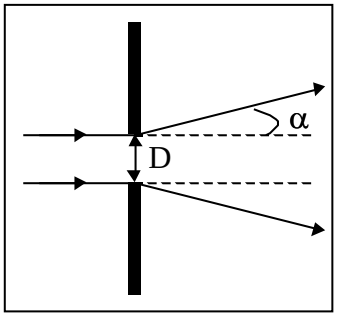


Figura 1. 1

Tratarea riguroasă a propagării luminii este dată de modelul ondulatoriu, bazat pe ecuaţiile lui Maxwell şi pe proprietăţile undelor electromagnetice.

Multe probleme practice pot fi însă rezolvate mai simplu, pe baza noţiunii de *rază de lumină* şi a legilor opticii geometrice.

Raza de lumină, considerată ca un fir pe direcţia de propagare a luminii, este o abstractizare ce rezultă prin neglijarea volumului îngust prin care se propagă lumina. Pentru obţinerea unui fascicul cât mai îngust, care, la limită, când dimensiunea transversală a acestuia tinde spre zero, se apropie de noţiunea teoretică de rază de lumină, se poate utiliza o diafragmă. În practică însă, utilizarea noţiunii este limitată de fenomenul de difracţie, ce se produce la diafragmare; astfel, propagarea luminii printr-o diafragmă de diametru D prezintă o abatere de la propagarea rectilinie (figura 1.1), descrisă de unghiul $\alpha = \frac{\lambda}{D}$ (λ este lungimea de undă a

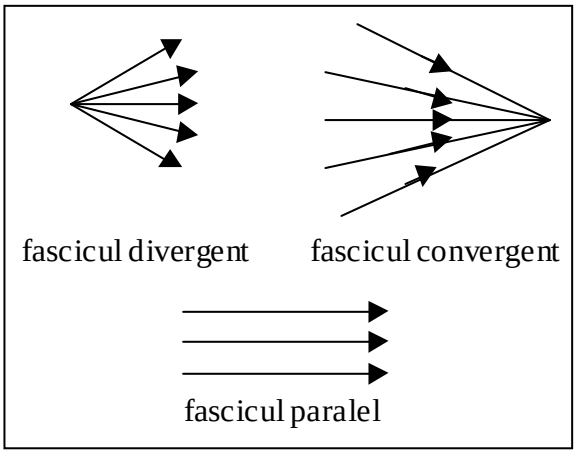


Figura 1. 2

luminii). Noţiunea de rază de lumină este corectă când $\alpha \to 0$, deci $\lambda << D$, sau la propagarea luminii în situaţii în care se poate considera că $\lambda \to 0$.

Fasciculul de raze este mulţimea razelor de lumină care suferă acelaşi fenomen. Un fascicul este *omocentric (izogen, conic)* când toate razele lui trec printr-un punct (vârful fasciculului). Fasciculul este *cilindric (paralel, telecentric)* dacă vârful său se află la infinit (figura 1.2).

Imagini

Problema majoră a opticii geometrice este cea a formării imaginilor unor obiecte prin intermediul sistemelor optice. Să considerăm situaţia din figura 1.3. Orice corp (obiect) este alcătuit dintr-o mulţime de puncte, care aparţin aşa-numitului *spaţiu obiect*. Imaginea obiectului, dată de sistemul optic este reprezentată de mulţimea punctelor corespunzătoare celor care formează obiectul şi care fac parte din *spaţiul imagine.* Pentru ca imaginea să reproducă exact obiectul, trebuie ca sistemul optic să realizeze o aplicaţie biunivocă între punctele spaţiului obiect şi cele ale spaţiului imagine, adică fiecărui punct din spaţiul obiect să-i corespundă unul şi numai unul din spaţiul imagine. Această condiţie este numită *stigmatism riguros*. Punctul obiect şi imaginea sa se numesc *puncte conjugate*. Deci, imaginea unui obiect este *stigmatică* dacă sistemul optic respectă condiţia de stigmatism riguros, în caz contrar ea fiind o imagine astigmatică. Din punct de vedere fizic, pentru ca un sistem optic să formeze imagini stigmatice, este necesar ca toate razele de lumină care pleacă dintr-un punct obiect şi trec prin acesta să se întâlnească în acelaşi punct din spaţiul imagine, care este punctul imagine. În practică se constată că nu există sisteme optice

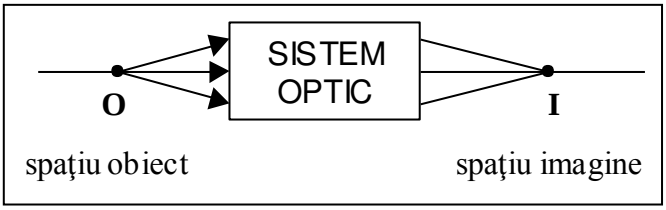


Figura 1. 3

care să realizeze condiţia de stigmatism riguros dar se acceptă un *stigmatism aproximativ*, în care imaginea unui punct obiect este nu un punct ci un volum (deci mai multe puncte) din spaţiul imagine, cu condiţia ca dimensiunea acestui volum să fie suficient de mică, în funcţie de tipul receptorului. Acest lucru este posibil întrucât receptoruii optici (retina, emulsii fotografice etc.) au o distribuţie discontinuă a elementelor fotosensibile. Astfel, celulele fotosensibile din retină – conuri şi bastonaşe – sunt dispuse la distanţe de ordinul a 5 μm, iar cristalele fotosensibile din emulsii au între ele distanţe ale căror valori determină rezoluţia emulsiei, exprimată prin numărul elementelor fotosensibile pe unitatea de lungime.

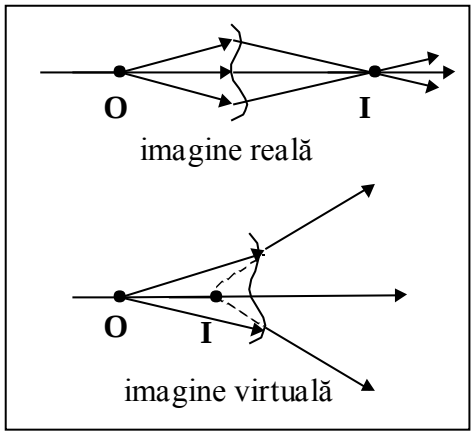


Figura 1. 4

Se demonstrează că se poate asigura condiţia unui stigmatism aproximativ (cu aberaţii neglijabile) în cazul *aproximaţiei Gauss a fasciculelor paraxiale* (fascicule înguste, apropiate faţă de axa optică a sistemului şi foarte puţin înclinate faţă de aceasta). În continuare, cu excepţia cazurilor în care se va specifica altfel, vom considera că lucrăm în condiţia de stigmatism.

Imaginea unui punct este *reală* dacă ea se formează la intersecţia razelor propriu-zise care pornesc de la punct; ea este *virtuală* dacă se formează la intersecţia prelungirilor razelor care pornesc de la punctul respectiv (figura 1.4). O imagine reală este dată de un fascicul convergent şi poate fi localizată pe un ecran, iar o imagine virtuală este produsă de un fascicul divergent şi nu poate fi localizată pe un ecran.

1.2. Principiile fundamentale ale opticii geometrice

a) **Principiul lui Fermat**

Denumit şi *principiul timpului minim*, acesta este un principiu variaţional care poate fi considerat postulat fundamental al opticii geometrice, din el rezultând celelalte principii ale domeniului.

Fie un mediu omogen de indice de refracţie n şi două puncte A şi B aflate la distanţa d pe direcţia unei raze de lumină. Prin definiţie, *drumul optic* L, de la A la B este dat de produsul dintre lungimea d a drumului geometric şi indicele de refracţie n ($n = \frac{c}{v}$, unde c este viteza luminii în vid iar v este viteza luminii în mediul respectiv):

$$L = (AB) = n \cdot d \qquad (1.\ 1)$$

Drumul optic străbătut de lumină printr-un mediu într-un interval de timp dat este egal cu drumul geometric străbătut de lumină în vid, în acelaşi interval de timp.

$$n \cdot d == \frac{c}{v} \cdot v \cdot t = c \cdot t = d_0$$

Dacă între A şi B o rază reală parcurge mai multe medii omogene diferite, atunci:

$$(AB) = L = \sum_i n_i \cdot d_i$$

Pentru o rază infinit vecină,

$$L' = n_1 \cdot d_1' + n_2 \cdot d_2' + \cdots = \sum_i n_i \cdot d_i'$$

Diferenţiala (variaţia) drumului optic între cele două drumuri optice este:

$$\delta L = \delta\left(\sum_i n_i \cdot d_i \right) = L - L' \qquad (1.\ 2)$$

Rezultatul de mai sus se poate generaliza pentru cazul unui mediu optic eterogen (cu indice de refracţie variabil în mod continuu de la un punct la altul al mediului). În acest caz, drumul optic între două puncte A şi B, situate la o distanţă geometrică d, se calculează cu relaţia:

$$L = \int_{r_A}^{r_B} n(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

Considerând că variaţia indicelui de refracţie are loc chiar pe direcţia AB, relaţia de mai sus se scrie sub forma: $L = \int_0^d n(x) \cdot dx$ iar diferenţiala drumului optic pentru traiectorii infinit apropiate are expresia:

$$\delta L = \delta \int_0^d n(x) \cdot dx \qquad (1.\ 3)$$

Timpul în care este parcursă distanţa d între punctele A şi B este:

$$t = \sum_i \frac{d_i}{v_i} = \frac{1}{c} \cdot \sum_i n_i \cdot d_i = \frac{L}{c} \quad ; \quad t = \int_0^d \frac{dx}{v} = \frac{1}{c} \cdot \int_0^d n(x) \cdot dx = \frac{L}{c} \qquad (1.\ 4)$$

Principiul lui Fermat se enunţă astfel:

Traiectoria reală a razei de lumină reprezintă o extremală a drumului optic, deci drumul optic al razei de lumină este staţionar.

Matematic, acest lucru se exprimă prin condiţia ca, pentru traiectoria reală, δL să fie nul:

$$\delta\left(\sum_i n_i \cdot d_i\right) = 0 \quad ; \quad \delta \int_0^d n(x) \cdot dx = 0 \qquad (1.\ 5)$$

sau

$$L = \sum_i n_i \cdot d_i = \text{stationar} \quad ; \quad L = \int_0^d n(x) \cdot dx = \text{stationar} \qquad (1.\ 6)$$

Din principiul lui Fermat rezultă şi alte principii care stau la baza opticii geometrice şi anume:

b) **Principiul propagării rectilinii în medii omogene**

Într-un mediu omogen, o rază de lumină se propagă în linie dreaptă.

Acest lucru derivă din principiul lui Fermat, deoarece drumul cel mai scurt, pe care se va propaga o rază de lumină între două puncte, este segmentul de dreaptă ce le uneşte.

c) **Principiul reversibilităţii propagării luminii**

O rază de lumină se propagă între două puncte pe aceeaşi traiectorie, indiferent de sensul de propagare.

Acest lucru derivă din faptul că extremala drumului optic este aceeaşi pentru ambele sensuri de propagare.

d) **Principiul independenţei propagării razelor de lumină**

Razele de lumină provenite de la surse diferite sau de la puncte diferite ale aceleiaşi surse nu se influenţează reciproc atunci când trec prin acelaşi punct.

Dacă razele s-ar influenţa, acest lucru ar duce la modificarea traiectoriei extremale şi deci a timpului minim de propagare.

e) **Legile fenomenelor de reflexie şi refracţie a luminii**

La suprafaţa de separare dintre două medii optice diferite, o rază de lumină (*raza incidentă*) suferă un proces de schimbare a direcţiei de propagare, întorcându-se în mediul din care a venit (*raza reflectată*) sau trecând în cel de-al doilea mediu (*raza refractată*).

Reflexia luminii este fenomenul de schimbare a direcţiei unei raze de lumină la suprafaţa de separare dintre două medii optice diferite şi întoarcerea acesteia în mediul din care a venit.

Să considerăm (figura 1.5) o rază de lumină care se propagă de la punctul $P_1(0, 0, z_1)$ la punctul $P_2(0, y_2, z_2)$, reflectându-se în punctul oarecare M(x, y, 0), aflat pe suprafaţa de separare (xOy) dintre două medii optice diferite.

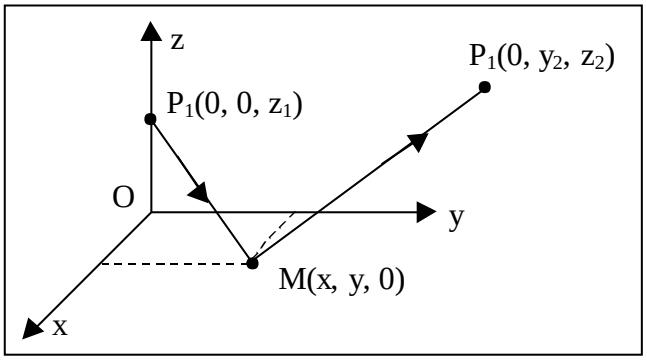


Figura 1. 5

Drumul optic parcurs de raza de lumină este:

$$L = (P_1MP_2) = n_1 \cdot P_1MP_2 = n_1 \cdot (P_1M + MP_2) =$$

$$= n_1 \cdot \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2 + (0-z_1)^2} + n_1 \cdot \sqrt{(0-x)^2 + (y_2-y)^2 + (z_2-0)^2} =$$

$$n_1 \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + z_1^2} + n_1 \cdot \sqrt{x^2 + (y_2-y)^2 + z_2^2} \qquad (1.\ 7)$$

Principiul lui Fermat cere ca: $\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial L}{\partial y} = \frac{\partial L}{\partial z} = 0$, deci:

$$\frac{\partial L}{\partial x} = n_1 \cdot x \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z_1^2}} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y_2-y)^2 + z_2^2}} \right) = 0$$

Din relaţia de mai sus rezultă că x = 0, ceea ce înseamnă că punctul M se află în planul (yOz), al razelor incidentă şi reflectată. Aceasta exprimă prima lege a reflexiei:

Raza incidentă, raza reflectată şi normala la suprafaţa de separare dintre cele două medii, dusă în punctul de incidenţă, sunt în acelaşi plan (plan de incidenţă).

În condiţia x = 0, figura 1.5 se simplifică (figura 1.6). Atunci, drumul optic este: $L = n_1 \cdot \sqrt{y^2 + z_1^2} + n_1 \cdot \sqrt{(y_2-y)^2 + z_2^2}$ iar principiul lui Fermat

duce la:

$$\frac{\partial L}{\partial y} = n_1 \cdot \left(\frac{y}{\sqrt{y^2 + z_1^2}} - \frac{y_2 - y}{\sqrt{(y_2 - y)^2 + z_2^2}} \right) =$$

$$= n_1 \cdot (\sin i - \sin r) = 0$$

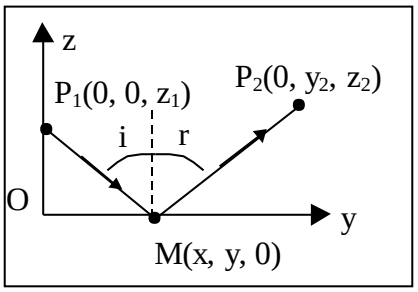


Figura 1. 6

Deci sin i = sin r $\Rightarrow$ $\boxed{i = r}$, care reprezintă a doua lege a reflexiei, enunţată astfel:

Unghiul de incidenţă este egal cu unghiul de reflexie.

Refracţia luminii este fenomenul de schimbare a direcţiei unei raze de lumină la suprafaţa de separare dintre două medii optice diferite şi trecerea acesteia în cel de-al doilea mediu.

Analog cazului reflexiei, să considerăm acum cazul refracţiei (figura 1.7), când raza de lumină ce se propagă de la punctul $P_1(0, 0, z_1)$ la punctul $P_2(0, y_2, z_2)$ se refractă în punctul M(x, y, 0), de pe suprafaţa de separare dintre cele două medii optice diferite (punctele P_1 şi P_2 se găsesc amândouă în planul yOz) .

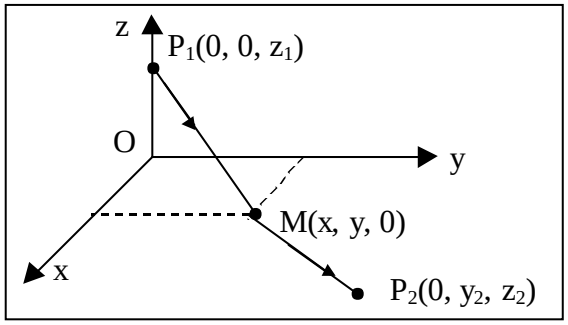


Figura 1. 7

Drumul optic este:

$$L = n_1 \cdot P_1M + n_2 \cdot MP_2 = n_1 \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + z_1^2} + n_2 \cdot \sqrt{x^2 + (y_2 - y)^2 + z_2^2} \quad (1.\ 8)$$

Din condiţia $\frac{\partial L}{\partial x} = 0$, rezultă x = 0, ceea ce exprimă prima lege a refracţiei:

Raza incidentă, raza refractată şi normala la suprafaţa de separare dintre cele două medii, dusă în punctul de incidenţă, sunt în acelaşi plan.

Din condiţia $\frac{\partial L}{\partial y} = 0$, rezultă:

$$\boxed{n_1 \cdot \sin i = n_2 \cdot \sin r} \qquad (1.9)$$

ceea ce exprimă prima lege a refracţiei, care se mai poate scrie şi sub forma:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = n_{21}$$

Raportul dintre sinusul unghiului de incidenţă şi cel al unghiului de refracţie este egal cu raportul dintre indicele de refracţie al celui de-al doilea mediu şi cel al primului mediu.

n_{21} se numeşte *indice de refracţie relativ* al primului mediu faţă de al doilea.

f) **Reflexia totală (internă)**

Să considerăm situaţia refracţiei la trecerea unei raze de lumină dintr-un mediu în altul, când $n_2 < n_1$. Acest fapt implică $r > i$, Adică raza refractată se depărtează faţă de normală (figura 1.8). Ca urmare, pe măsură ce unghiul de incidenţă creşte, creşte şi unghiul de refracţie, dar mai repede decât unghiul de incidenţă, astfel încât, pentru o anumită valoare a unghiului de incidenţă, mai mică decât 90°, se obţine r = 90°.

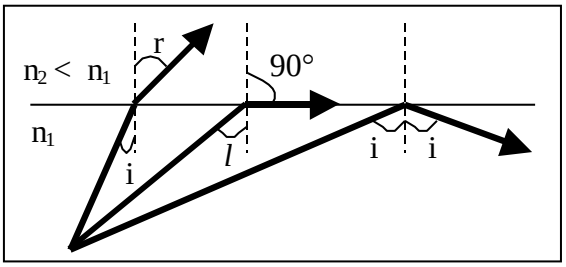


Figura 1. 8

Unghiul limită este unghiul de incidenţă pentru care r = 90°.

$$\boxed{\frac{\sin l}{\sin 90} = \sin l = \frac{n_2}{n_1}} \qquad (1.10)$$

Pentru unghiuri de incidenţă mai mari decât unghiul limită ($i > l$), raza incidentă nu se mai refractă ci revine în primul mediu, procesul care are loc

fiind o reflexie fără pierderi prin transmisie în cel de-al doilea mediu. Acest fenomen se numeşte *reflexie totală (internă)*.

g) **Teorema Malus-Dupin**

Această teoremă, numită şi *principiul egalităţii drumurilor optice*, afirmă că:

Indiferent de mediile optice străbătute, drumul optic dintre două suprafeţe de undă este acelaşi pentru toate razele unui fascicul.

$$(A_1A_2\ldots A_n) = A'_1A'_2\ldots A'_n)$$

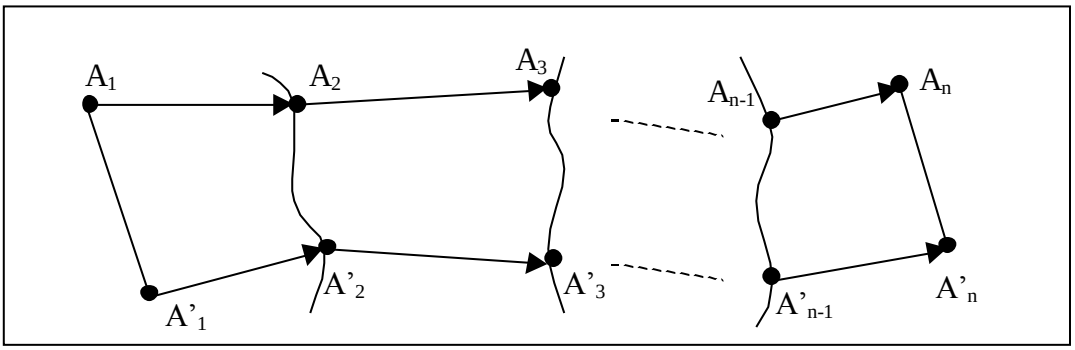


Figura 1. 9

II. SISTEME OPTICE REFLECTĂTOARE ŞI REFRACTANTE

2.1. Notaţii şi convenţii

Numim *centru optic* al unui sistem optic, punctul prin care orice rază de lumină trece nedeviată. Orice dreaptă care trece prin punctul optic se numeşte *axă optică*.

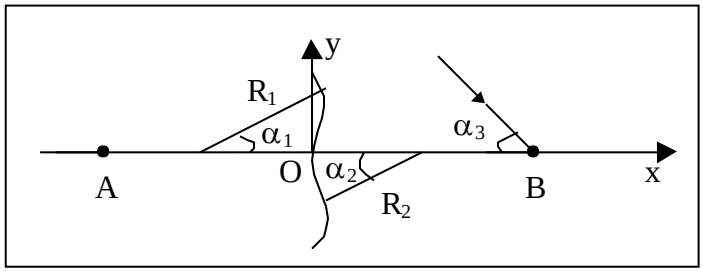


Figura 2. 1

Să considerăm o axă optică pe direcţia şi în sensul de propagare a luminii, având originea în centrul optic al sistemului optic considerat (figura 2.1).

Prin convenţie, pe axa optică Ox, *spaţiul negativ* este zona de unde vin razele de lumină, de obicei în stânga desenului: $x_A < 0$, $R_1 < 0$; *spaţiul pozitiv* este zona unde trec razele de lumină (sau prelungirile lor): $x_B > 0$, $R_2 > 0$.

Pe axa optică Oy $\perp$ Ox, se consideră pozitive segmentele care au sensul axei şi negative cele care au sens opus.

Pentru unghiuri se ia semnul pozitiv pentru sensul direct trigonometric (faţă de axa Ox) şi cel negativ pentru sensul invers trigonometric (orar) faţă de axa Ox ($\alpha_1 < 0$, $\alpha_2 < 0$, $\alpha_3 > 0$).

2.2. Suprafeţe reflectătoare stigmatice

Fie A şi B două puncte conjugate, aflate în mediile cu indici de refracţie n_1, respectiv n_2, separate de o suprafaţă oarecare, (S). (figura 2.2). Conform teoremei Malus-Dupin, drumul optic

$$n_1 \cdot AI + n_2 \cdot IB = \text{constant} \qquad (2.\ 1)$$

oricare ar fi punctul I. Considerăm cazul când suprafaţa (S) este reflectătoare (numită în mod obişnuit *oglindă*). La reflexie, raza AI revine în mediul iniţial ($n_2 = -n_1$), deci:

$$AI - IB = \text{constant} \quad \text{sau} \quad AI + IB = \text{constant} \qquad (2.\ 2)$$

după cum AI şi IB au acelaşi semn, respectiv semne contrare.

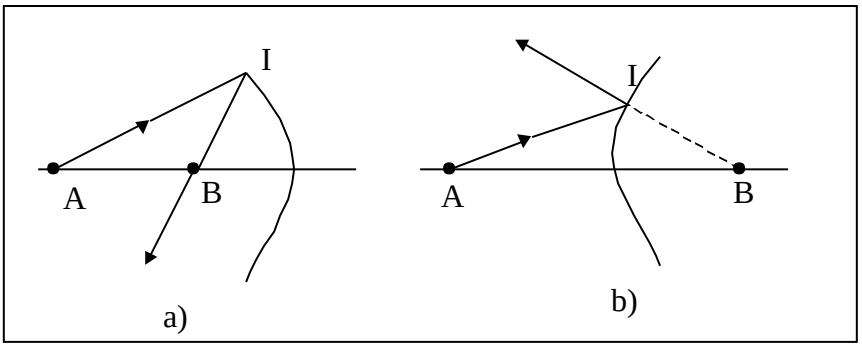


Figura 2. 2

Cazul AI + IB = ct. defineşte un elipsoid de rotaţie cu focarele în punctele A şi B (figura 2.3.a). Dacă unul din focare se află la infinit, elipsoidul degenerează într-un paraboloid de rotaţie (figura 2.3.b).

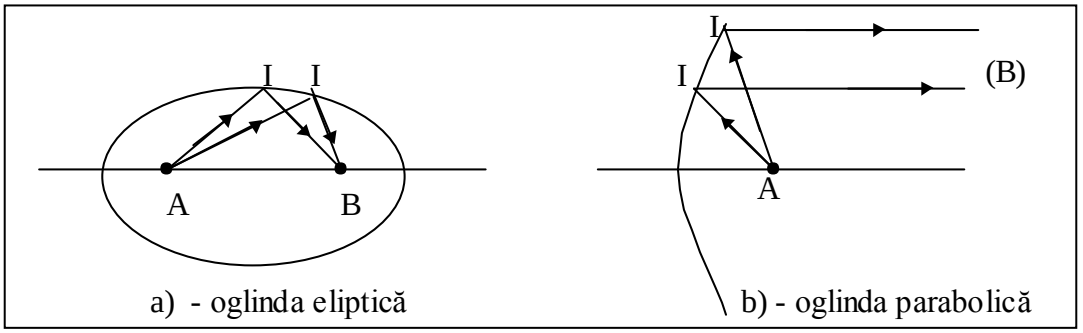


Figura 2. 3

Cazul AI – IB = ct. defineşte un hiperboloid de rotaţie cu două pânze, dintre care una corespunde unei oglinzi reale, cu focarele A şi B (figura 2.4).

Cazuri particulare:

- dacă focarele A şi B ale elipsoidului coincid, se obţine o *oglindă sferică*.

- Dacă AI – IB = 0, hiperboloidul degenerează într-un plan perpendicular pe axa AB, plasat la distanţă egală de punctele A şi B (*oglindă plană*, figura 2.5).

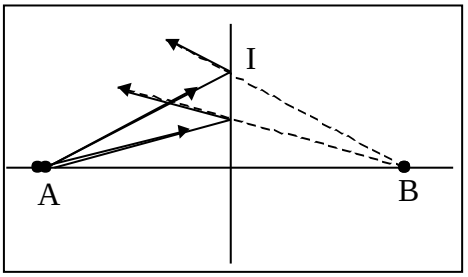


Figura 2. 5

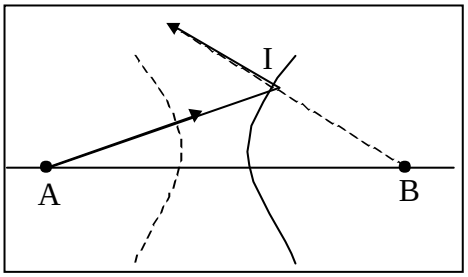


Figura 2. 4

2.3. Suprafeţe refractante stigmatice. Dioptrul sferic

Condiţia (2.1) rezultată din teorema Malus-Dupin, cu semnele ± determinate de convenţiile stabilite, defineţte locul geometric al punctelor I de forma unor suprafeţe de revoluţie, numite *ovalele lui Descartes.*

Cazul $n_1 \cdot AI + n_2 \cdot IB = 0$ se reduce la o sferă (locul geometric al punctelor I pentru care raportul distanţelor la două puncte fixe A şi B este constant: $\frac{AI}{IB} = \frac{n_2}{n_1} = ct.$). Aceasta poartă denumirea de *dioptru sferic,* element fundamental al sistemelor stigmatice. În figura 2.6 sunt reprezentate elementele dioptrului sferic. Astfel, V este *vârful* dioptrului, C – *centrul* dioptrului, R – *raza de curbură* a dioptrului, CV – *axa optică principală* a dioptrului; orice dreaptă care trece prin C este o *axă optică secundară* a dioptrului.

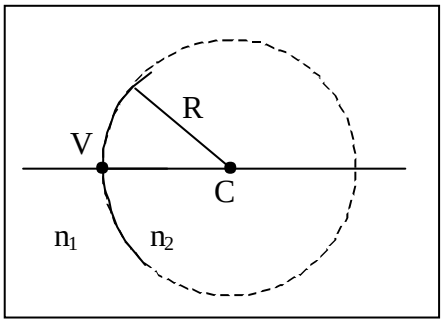


Figura 2. 6

2.3.1. Formula punctelor conjugate pentru dioptrul sferic

Să considerăm un dioptru sferic şi fie A şi B două puncte conjugate (obiect, respectiv imagine), aflate pe axa optică principală a dioptrului (figura 2.7). Aplicând teorema sinusurilor

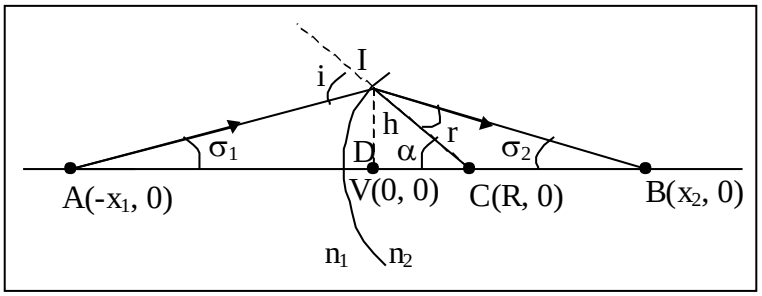


Figura 2. 7

pentru triunghiurile AIC şi BIC, se obţine:

$$\frac{AC}{\sin(180-i)}=\frac{AI}{\sin\alpha}\quad;\quad\frac{CB}{\sin r}=\frac{IB}{\sin(180-\alpha)} \qquad (2.\ 3)$$

În condiţia aproximaţiei gaussiene (AI ≈ AV = – x_1, IB = VB = x_2), rezultă:

$$\frac{-x_1+R}{-x_1}=\frac{\sin i}{\sin\alpha}\quad;\quad\frac{x_2-R}{x_2}=\frac{\sin r}{\sin\alpha} \qquad (2.\ 4)$$

Prin împărţirea celor două relaţii, rezultă:

$$\frac{R-x_1}{-x_1}\cdot\frac{x_2}{x_2-R}=\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{n_2}{n_1} \qquad (2.\ 5)$$

sau $n_1\cdot\left(1-\frac{R}{x_1}\right)=n_2\cdot\left(1-\frac{R}{x_2}\right)$. Înmulţind această relaţie cu $\frac{1}{R}$, rezultă:

$$n_1\cdot\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{x_1}\right)=n_2\cdot\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{x_2}\right)=Q \qquad (2.\ 6)$$

Q se numeşte *invariantul lui Abbé*. Relaţia (2.6) se mai scrie:

$$\boxed{\frac{n_2}{x_2}-\frac{n_1}{x_1}=\frac{n_2-n_1}{R}} \qquad (2.\ 7)$$

Relaţia (2.7) reprezintă *prima formulă fundamentală a dioptrului sferic*, numită şi *formula punctelor conjugate*, unde $\frac{n_2 - n_1}{R} = \Phi$ se numeşte *puterea de refracţie* a dioptrului.

2.3.2. Puncte şi plane focale ale dioptrului sferic

Focarele principale sunt punctele de pe axa optică principală în care converg razele unui fascicul paraxial, paralel cu axa optică principală (focar real) sau prelungirile acestor raze (focar virtual). Distanţa de la vârful dioptrului la focar se numeşte distanţă focală.

Conform definiţiei de mai sus, rezultă că focarul reprezintă punctul a cărui imagine se formează la infinit (*focar obiect*) sau imaginea unui punct situat la infinit (*focar imagine*). De aici, rezultă că putem găsi distanţa focală a unui dioptru folosind formula punctelor conjugate.

Astfel, pentru $x_1 \to -\infty$, rezultă:

$$x_2 = f_2 = \frac{n_2 \cdot R}{n_2 - n_1} \qquad (2.8)$$

relaţie care exprimă distanţa focală a focarului imagine. Considerând $R > 0$, x_2 este pozitiv (focar real, figura 2.8.a) dacă $n_2 > n_1$ (dioptrul fiind, în acest caz un *dioptru convergent*) şi, respectiv negativ (focar virtual, figura 2.8.b) dacă $n_2 < n_1$ (dioptrul fiind, în acest caz un *dioptru divergent*).

Analog, pentru $x_2 \to \infty$, rezultă:

$$x_1 = f_1 = -\frac{n_1 \cdot R}{n_2 - n_1} \qquad (2.9)$$

relaţie care exprimă distanţa focală a focarului obiect. Cu aceeaşi condiţie ca mai sus, $R > 0$, x_1 este negativ (focar real, figura 2.8.c) dacă $n_2 > n_1$ (dioptrul

fiind, în acest caz un *dioptru convergent*) şi, respectiv pozitiv (focar virtual, figura 2.8.d) dacă $n_2 < n_1$ (dioptrul fiind, în acest caz un *dioptru divergent*).

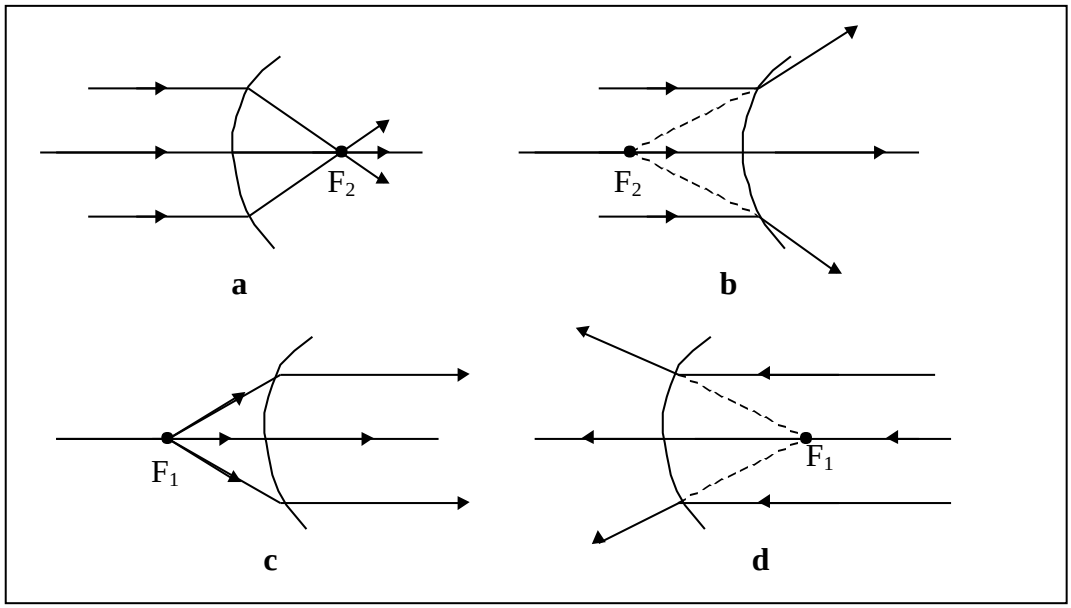


Figura 2. 8

Folosind expresiile distanţelor focale, formula punctelor conjugate se scrie:

$$\frac{f_1}{x_1} + \frac{f_2}{x_2} = 1 \qquad (2.\ 10)$$

Fasciculele paralele cu o axă optică secundară (sau prelungirile acestora) converg, după trecerea printr-un dioptru, într-un *focar secundar*, situat pe axa optică secundară. Locul geometric al focarelor secundare este în general o suprafaţă sferică concentrică cu dioptrul; în cazul aproximaţiei gaussiene aceasta se reduce la un plan, perpendicular pe axa optică principală, numit *plan focal* (figura 2.9). Evident, focarul principal se găseşte la intersecţia dintre acest plan şi axa optică principală.

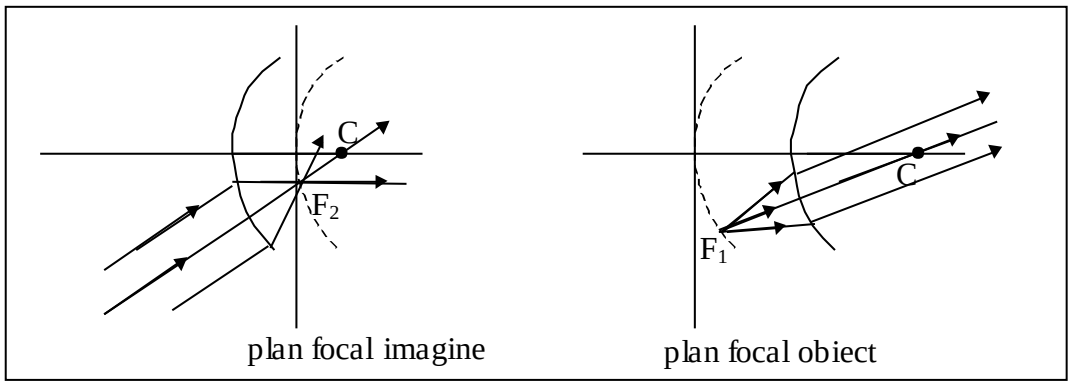


Figura 2. 9

2.3.3. A doua formulă fundamentală a dioptrului sferic (formula măririi liniare transversale)

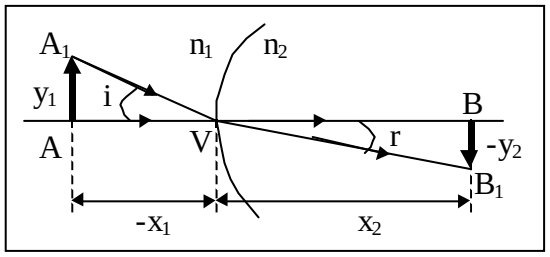


Figura 2. 10

Mărirea liniară transversală se defineşte ca fiind raportul dintre dimensiunea transveraslă y_2 a imaginii şi dimensiunea transversală y_1 a obiectului.

$$\beta = \frac{y_2}{y_1} \qquad (2.\ 11)$$

Să considerăm un obiect a cărui dimensiune transversală este y_1, situat la distanţa – x_1; imaginea sa se formează în poziţia x_2 şi are dimensiunea transversală – y_2 (figura 2.10). Din desenul respectiv, rezultă:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin i}{\sin r} \cong \frac{\operatorname{tg} i}{\operatorname{tg} r} = \frac{\dfrac{y_1}{-x_1}}{\dfrac{-y_2}{x_2}}$$

de unde:

$$\boxed{\beta = \frac{y_2}{y_1} = \frac{n_1}{n_1} \cdot \frac{x_2}{x_1}} \qquad (2.\ 12)$$

Aceasta reprezintă *a doua formulă fundamentală a dioptrului sferic* (*formula măririi liniare transversale*).

Folosind relaţiile (2.8), (2.9) şi (2.10), relaţia (2.12) se poate scrie sub forma:

$$\boxed{\beta = -\frac{f_1}{f_2} \cdot \frac{x_2}{x_1} = \frac{f_1}{f_1 - x_1} = \frac{f_2 - x_2}{f_2}} \qquad (2.\ 13)$$

2.3.4. Invariantul Lagrange-Helmholtz

Se defineşte *mărirea unghiulară* a dioptrului ca fiind raportul dintre unghiurile de înclinare σ_2 şi σ_1 faţă de axa optică ale razelor BI, respectiv AI (figura 2.7).

$$m_\sigma = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \qquad (2.\ 14)$$

Din figura 2.7 rezultă:

$$-\sigma_1 \cong -\mathrm{tg}\,\sigma_1 = \frac{h}{AD} \cong \frac{h}{-x_1} \quad ; \quad \sigma_2 \cong \mathrm{tg}\,\sigma_2 = \frac{h}{DB} \cong \frac{h}{x_2}$$

de unde: $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{x_1}{x_2}$ şi înlocuind în relaţia (2.12), rezultă: $\frac{y_2}{y_1} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ sau:

$$y_2 \cdot n_2 \cdot \sigma_2 = y_1 \cdot n_1 \cdot \sigma_1 = \text{const.} \qquad (2.\ 15)$$

Expresia $y \cdot n \cdot \sigma = \text{const.}$ La refracţie, în aproximaţia gaussiană, defineşte *invariantul Lagrange-Helmholtz*.

2.4. Cazuri particulare de sisteme refractante

2.4.1. Dioptrul plan

Acesta este un caz particular de dioptru sferic, cu $R \to \infty$. În această situaţie, formula punctelor conjugate devine:

$$\boxed{\frac{n_2}{x_2} = \frac{n_1}{x_1}} \qquad (2.\ 16)$$

iar formula măririi liniare transverale devine:

$$\boxed{\beta = 1} \qquad (2.\ 17)$$

ceea ce semnifică faptul că imaginea este dreaptă şi egală cu obiectul.

Observaţie: Pentru dioptrul sferic (şi plan), natura imaginii rezultă din condiţia:

$\begin{cases} x_2 > 0 & - \text{ imagine reală} \\ x_2 < 0 & - \text{ imagine virtuală} \end{cases}$

În cazul dioptrului plan, pentru $x_1 < 0$ (obiect real) rezultă $x_2 < 0$ (imagine virtuală) şi pentru $x_1 > 0$ (obiect virtual), rezultă $x_2 > 0$ (imagine reală), aşa cum se poate vedea în figura 2.11.

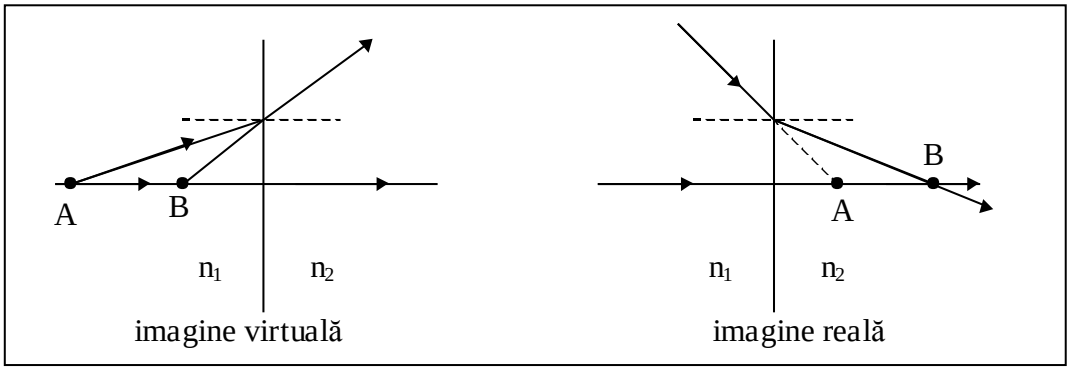


Figura 2. 11

2.4.2. Lama cu feţe plan-paralele

Lama cu feţe plan-paralele este formată din doi dioptri plani şi paraleli care separă un mediu optic de alte două mediii optice exterioare (figura 2.12).

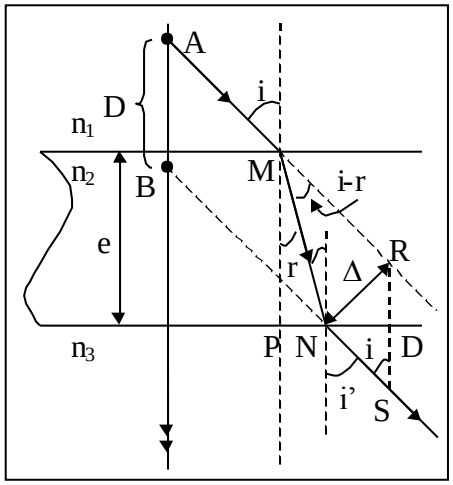


Figura 2. 12

Dacă $n_1 = n_3$, din legea refracţiei, aplicată în punctele M şi N, adică $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$, respectiv $\frac{\sin r}{\sin i'} = \frac{n_1}{n_2}$, rezultă că i = i' (raza emergentă din lamă este paralelă cu raza incidentă). Deplasarea razei emergente faţă de cea incidentă este:

$$\Delta = RN = MN \cdot \sin(i - r) = \frac{MP}{\cos r} \cdot \sin(i - r)$$

Deci:

$$\Delta = e \cdot \frac{\sin(i - r)}{\cos r} \qquad (2.\ 18)$$

Se observă că deplasarea Δ este proporţională cu grosimea e a lamei şi creşte odată cu creşterea unghiului de incidenţă. Δ = 0 pentru i = 0 şi Δ = e pentru i = 90°.

Dacă B este imaginea sursei A, distanţa obiect-imagine este dată de $AB = D = RS = \frac{\Delta}{\sin i}$, deci:

$$D = e \cdot \frac{\sin(i - r)}{\sin i \cdot \cos r} \qquad (2.\ 19)$$

În cazul incidenţei apropiate de cea normală ($i \approx r \approx 0$), se obţine:

$$D = e \cdot \left(1 - \frac{1}{n}\right) \qquad (2.\ 20)$$

2.4.3. Prisma optică

Prisma optică este un mediu transparent limitat de doi dioptri plani care formează un unghi A (numit *unghiul prismei*). Dreapta de intersecţie a celor doi dioptri (feţele prismei) se numeşte *muchia prismei*; orice plan perpendicular pe muchie determină o secţiune principală a prismei (figura 2.13).

a) Refracţia luminii prin prisma optică

Legea refracţiei aplicată la intrarea şi respectiv ieşirea razei de lumină din prisma aflată în aer are expresiile:

$$\frac{\sin i_1}{\sin r_1} = n \;\; ; \;\; \frac{\sin i_2}{\sin r_2} = \frac{1}{n} \qquad (2.\ 21)$$

Unghiul prismei se exprimă ca unghi exterior triunghiului DMN:

$$A = r_1 + r_2 \qquad (2.\ 22)$$

Unghiul de deviaţie, făcut de direcţia razei emergente, RE, cu direcţia razei incidente, RI, este:

$$\delta = (i_1 - r_1) + (i_2 - r_2) = i_1 + i_2 - A \qquad (2.\ 23)$$

În cazul propagării simetrice a razelor prin prismă (perpendicular pe bisectoarea unghiului prismei), unghiul de incidenţă, i_1 este egal cu unghiul de emergenţă, i_2.

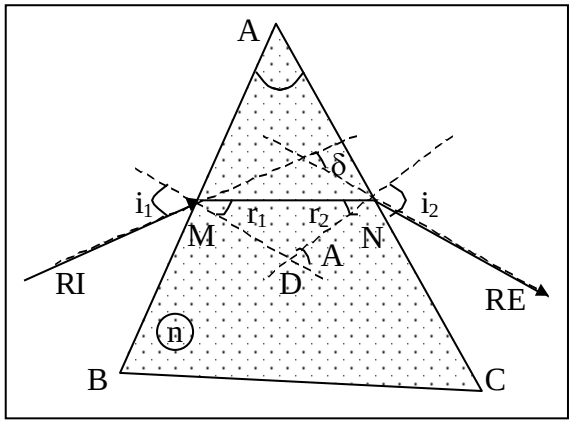


Figura 2. 13

$$i_1 = i_2 = i \;\Rightarrow\; r_1 = r_2 = r = \frac{A}{2} \quad \text{şi}$$

$$\delta_{min} = 2i - A \qquad (2.\ 24)$$

Deci relaţia 2.8 exprimă valoarea unghiului de deviaţie

minimă. Demonstraţia acestui rezultat se face punând condiţia $\frac{d\delta}{di_1} = 0$.

$$\frac{d\delta}{di_1} = 1 + \frac{di_2}{di_1} \;;\; \sin i_2 = n \cdot \sin r_2 \;\Rightarrow\; \cos i_2 \cdot \frac{di_2}{di_1} = n \cdot \cos r_2 \cdot \frac{dr_2}{di_1} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \frac{di_2}{di_1} = \frac{n \cdot \cos r_2}{\cos i_2} \cdot \frac{dr_2}{di_1} \;;$$

$$r_1 + r_2 = A \;\Rightarrow\; \frac{dr_1}{di_1} + \frac{dr_2}{di_1} = 0 \;\Leftrightarrow\; \frac{dr_2}{di_1} = -\frac{dr_1}{di_1}$$

$$\sin i_1 = n \cdot \sin r_1 \;\Rightarrow\; \cos i_1 = n \cdot \cos r_1 \cdot \frac{dr_1}{di_1} \;\Rightarrow\; \frac{dr_1}{di_1} = \frac{\cos i_1}{n \cdot \cos r_1} \;,$$

deci

$$\frac{d\delta}{di_1} = 1 - \frac{\cos r_2 \cdot \cos i_1}{\cos i_2 \cdot \cos r_1} = 0 \quad \text{dacă} \quad i_1 = i_2 \;,\; r_1 = r_2.$$

La deviaţie minimă,

$$n = \frac{\sin \frac{A + \delta_{min}}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \qquad (2.\,25)$$

Relaţia de mai sus permite determinarea practică a indicelui de refracţie al prismei cunoscând unghiul prismei şi unghiul de deviaţie minimă.

Pentru fascicule înguste, la deviaţie minimă, prisma prezintă stigmatism şi, de aceea, toate aparatele cu prisme sunt folosite la minimul de deviaţie sau cât mai aproape de acesta.

Pentru unghiuri mici ale prismei, $i_1 \approx n \cdot r_1$; $i_2 \approx n \cdot r_2$ şi $\delta = (n - 1) \cdot A$ deci unghiul de deviaţie este proporţional cu unghiul prismei.

Condiţia de emergenţă a razelor din prismă este:

$$\sin r_2 < \sin l = \frac{1}{n} \Rightarrow r_2 < l$$

Din $r_2 = A - r_1$ rezultă $r_1 > A - l \Rightarrow \sin r_1 > n \cdot \sin (A - l) = \sin i_0$, deci $\sin (A - r_1) < \sin l$. Din $\frac{\sin i_1}{\sin r_1} = n$ rezultă, în funcţie de unghiul de incidenţă, condiţia: $\frac{\pi}{2} > i_1 > i_0$, sau:

$$1 > \sin i_1 > n \cdot \sin(A - l) \qquad (2.\ 26)$$

Pentru $i = i_0$, unde $\sin i_0 = n \cdot (\sin A \cdot \cos l - \sin l \cdot \cos A) =$

$= n \cdot \left(\sin A \cdot \frac{\sqrt{n^2 - 1}}{n} - \frac{1}{n} \cdot \cos A \right) = \sqrt{n^2 - 1} \cdot \sin A - \cos A$, unghiul de deviaţie al prismei are o valoare maximă dată de:

$$\delta_{max} = (i_0 - r_1) + (90 - l) = 90 + i_0 - A \qquad (2.\ 27)$$

deoarece $A = r_1 + l$.

Din $(A - r_1) < l$, rezultă $r_1 > A - l$ şi $\sin i_1 = n \cdot \sin r_1 > n \cdot \sin(A - l)$

La incidenţă razantă, $i_1 = \frac{\pi}{2}$, deci $\frac{1}{n} = \sin l > \sin (A - l)$, deci condiţia de emergenţă devine $l > A - l$, sau

$$A < 2l \qquad (2.\ 28)$$

b) Prisme speciale folosite în optică

Prisma cu reflexie totală înlătură pierderile de energie prin transmisie la reflexia totală pe feţele prismei. Secţiunea principală a unei astfel de prisme este un triunghi dreptunghic isoscel; pe feţele prismei, razele de lumină cad (figura 2.14) fie la incidenţă normală, fie sub un unghi de incidenţă $i > l$ (având în vedere

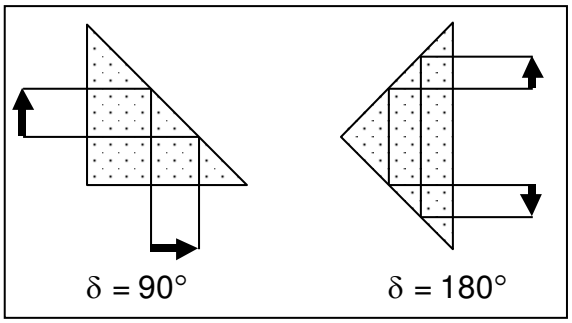


Figura 2. 14

că unghiul limită la trecerea din sticlă în aer este de 41°).

Prismele cu viziune directă sunt formate dintr-o combinaţie de prisme, astfel încât raza mijlocie a spectrului vizibil să treacă nedeviată prin sistem (figura 2.15). În cazul din figura 2.15.a, condiţia este $\delta_1 = \delta_2$ şi, pentru unghiuri mici, $A_1 \cdot (n_1 - 1) = A_2 \cdot (n_2 - 1)$, sau:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{n_2 - 1}{n_1 - 1} \qquad (2.\ 29)$$

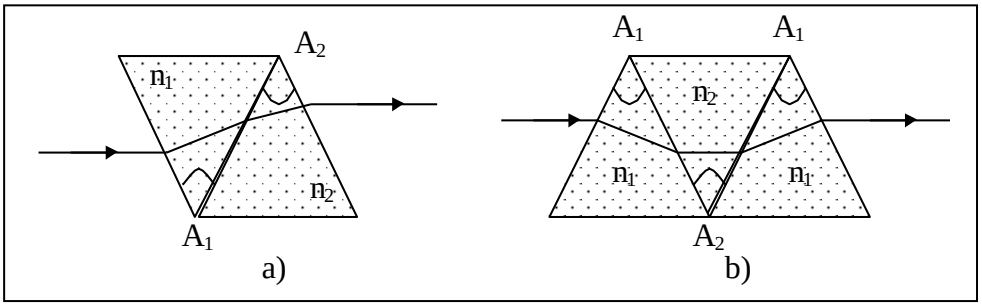


Figura 2. 15

Prismele cu deviaţie constantă se folosesc în construcţia monocromatoarelor şi a spectrografelor cu prismă. Deviaţia este constantă pentru raza mijlocie a spectrului vizibil. În figura 2.16 este prezentată *prisma Abbé*, prismă cu deviaţie constantă de 90°. Ea poate fi considerată ca o asociere de trei prisme cu secţiunea principală triunghiuri dreptunghice, prima şi ultima producând dispersii inverse şi a doua producând numai o deviaţie a razelor prin reflexie totală.

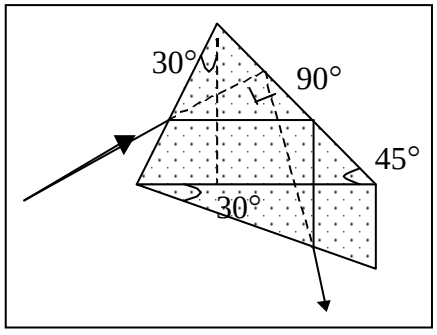


Figura 2. 16

În spectroscopie se foloseşte o mare diversitate de prisme cu deviaţie constantă.

2.5. Lentile subţiri. Sisteme de lentile

Lentila optică este un mediu transparent separat de exterior prin doi dioptri neparaleli. După forma şi poziţia celor doi dioptri, lentilele se clasifică în două categorii:

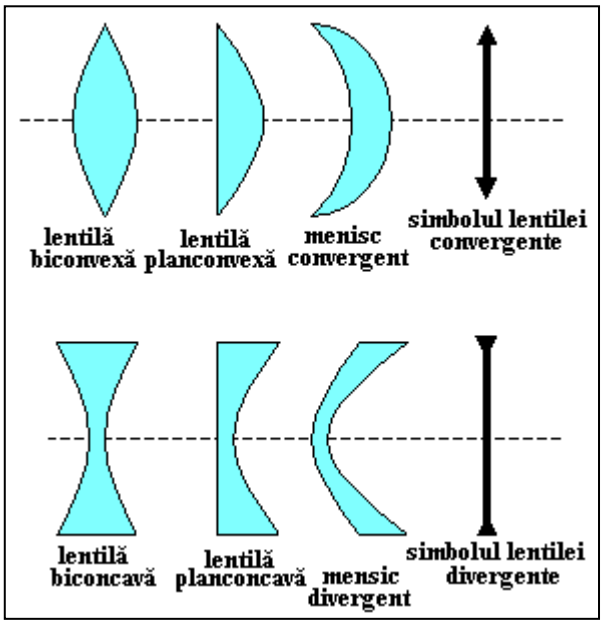


Figura 2. 17

- *lentile convergente*, care transformă un fascicul paralel într-unul convergent (constructiv, letilele convergente sunt mai groase la mijloc şi mai subţiri la margini şi pot fi de trei feluri: biconvexe, planconvexe, meniscuri convergente)
- *lentile divergente*, care transformă un fascicul paralel într-unul divergent (constructiv, letilele divergente sunt mai subţiri la mijloc şi mai groase la margini şi pot fi de trei feluri: biconcave, planconcave, meniscuri divergente)

Figura 2.17 prezintă diferitele tipuri constructive din cele două categorii de lentile.

2.5.1. Formulele fundamentale ale lentilelor subţiri

Considerăm o lentilă dintr-un material cu indice de refracţie n, plasată în aer ($n_{aer} = 1$), ai cărei dioptri sferici au razele R_1 şi R_2 (figura 2.18). Distanţa dintre vârfurile celor doi dioptri este d. Dacă această distanţă este mult mai mică decât razele de curbură ale celor doi dioptri ($d << R_1$; $d << R_2$), lentila este o *lentilă subţire*.

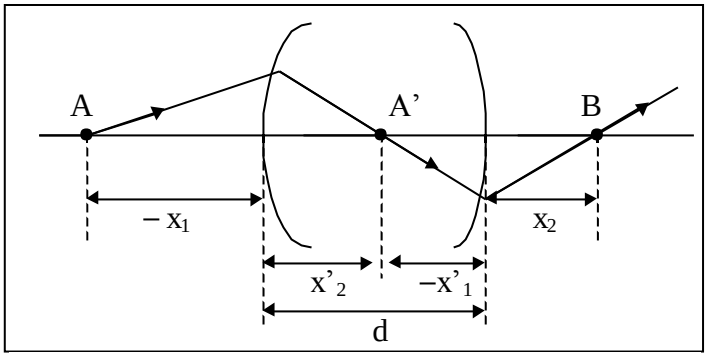


Figura 2. 18

Considerăm că este satisfăcută condiţia ca lentila să fie subţire.

Aplicând formula punctelor conjugate pentru cei doi dioptri, rezultă:

$$\frac{n}{x_2'} - \frac{1}{x_1} = \frac{n-1}{R_1} \qquad (2.\ 30)$$

$$\frac{1}{x_2} - \frac{n}{x_1'} = \frac{1-n}{R_2} = -\frac{n-1}{R_2} \qquad (2.\ 31)$$

Cum lentila este subţire, putem considera că $d \approx 0$ şi atunci:

$$x_2' - x_1' = d \;\Leftrightarrow\; x_1' = x_2' - d \cong x_2'$$

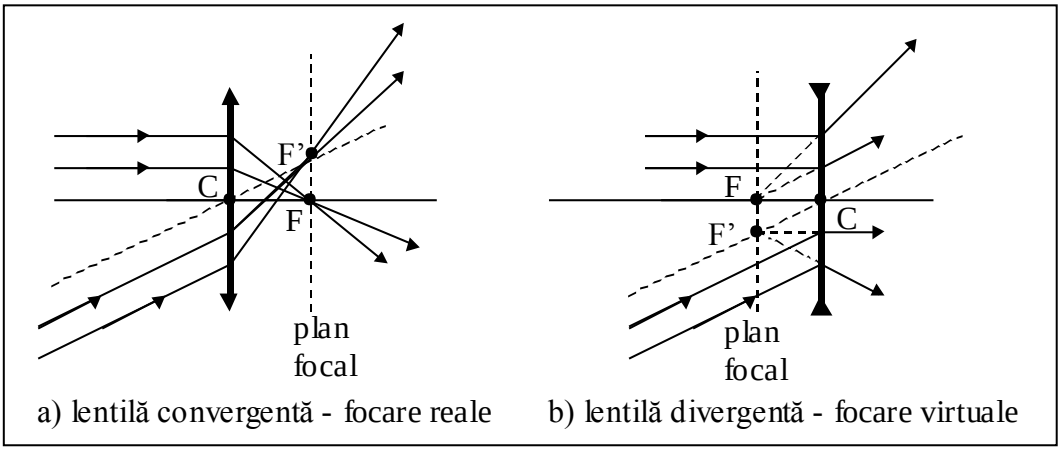
Ţinând cont de relaţia de mai sus şi adunând relaţiile (2.30) şi (2.31), rezultă:

$$\boxed{\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = (n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{f} = C} \qquad (2.\ 32)$$

Relaţia (2.32) reprezintă *formula punctelor conjugte* a lentilelor subţiri. Pentru o lentilă aflată într-un mediu cu indice de refracţie n’, ea devine:

$$\boxed{\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \left(\frac{n}{n'} - 1\right)\cdot\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{f} = C} \qquad (2.\ 33)$$

$C = \frac{1}{f}$ se numeşte *convergenţa* lentilei, ea reprezentând inversul distanţei focale, f, a acesteia, obţinută din condiţia $f = \lim_{x_1 \to -\infty} x_2$ şi $-f = \lim_{x_2 \to \infty} x_1$. C şi f sunt pozitive pentru lentilele convergente şi negative pentru cele divergente.



a) lentilă convergentă - focare reale b) lentilă divergentă - focare virtuale

Figura 2. 19

Pentru lentilele subţiri, focarele principale sunt plasate simetric faţă de lentilă şi, în aproximaţia gaussiană, se află împreună cu focarele secundare în acelaşi plan (figura 2.19)

Aplicând formula măririi liniare transversale a dioptrului sferic pentru cei doi dioptri ai lentilei, $\beta = \frac{y_2}{y_1} = \frac{n_1 \cdot x_2}{n_2 \cdot x_1}$, în condiţia în care de o parte şi de alta a lentilei se găseşte acelaşi mediu:

$$\boxed{\beta = \frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2}{x_1}} \qquad (2.\ 34)$$

Relaţia de mai sus reprezintă *formula măririi liniare transversale* a lentilelor subţiri.

- dacă $\beta > 0$, imaginea este dreaptă, iar dacă $\beta < 0$ imaginea este răsturnată (faţă de obiect);
- dacă $|\beta| > 1$, imaginea este mai mare decât obiectul, iar dacă $|\beta| < 1$, imaginea este mai mică decât obiectul.

2.5.2. Construcţia imaginilor în lentile subţiri

De obicei, construcţia imaginilor se face folosind două raze particulare, al căror drum este cunoscut, alese dintre următoarele:

- o rază provenind de la obiect, pe direcţia centrului optic al lentilei; şi care, după trecerea prin lentilă, nu este deviată de la direcţia iniţială;
- o rază provenind de la obiect, paralelă cu axa optică principală şi a cărei direcţie, după trecerea prin lentilă, trece prin focarul principal imagine;
- o rază provenind de la obiect, pe direcţia focarului obiect şi care, după trecerea prin lentilă, are direcţia paralelă cu axa optică principală;
- o rază provenind de la obiect, paralelă cu o axă optică secundară şi a cărei direcţie, după trecerea prin lentilă, trece printr-un focar secundar, aflat la intersecţia axei optice secundare respective cu planul focal imagine.

Imagini în lentile convergente

Construcţia acestor imagini se poate vedea în figura 2.20, iar în tabelul 2.1 sunt date caracteristicile imaginilor în funcţie de poziţia obiectului.

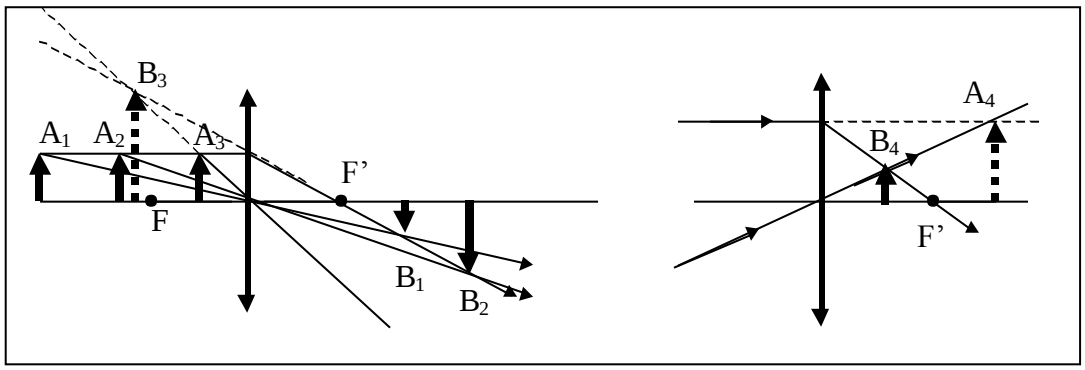


Figura 2. 20

Tabel 2.1

Obiect		Imagine			
A_1	real	B_1	reală	răsturnată	mai mică decât obiectul
A_2	real	B_2	reală	răsturnată	mai mare decât obiectul
A_3	real	B_3	virtuală	dreaptă	mai mare decât obiectul
A_4	virtual	B_4	reală	dreaptă	mai mică decât obiectul

Imagini în lentile divergente

Construcţia acestor imagini se poate vedea în figura 2.21, iar în tabelul 2.2 sunt date caracteristicile imaginilor în funcţie de poziţia obiectului.

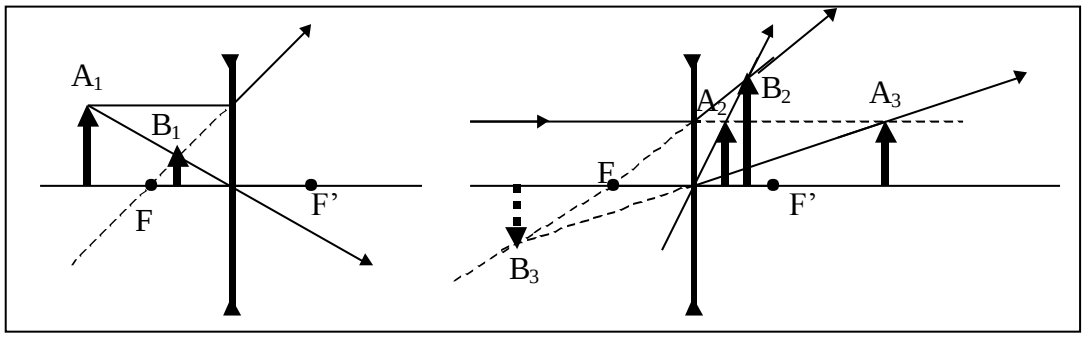


Figura 2. 21

Tabel 2.2

Obiect		Imagine			
A_1	real	B_1	virtuală	dreaptă	mai mică decât obiectul
A_2	virtual	B_2	reală	dreaptă	mai mare decât obiectul
A_3	virtual	B_3	virtuală	răsturnată	

2.5.3. Asociaţii de lentile subţiri

Lentile acolate (alipite)

Considerăm două lentile centrate (cu axa optică principală comună), ca în figura 2.22.

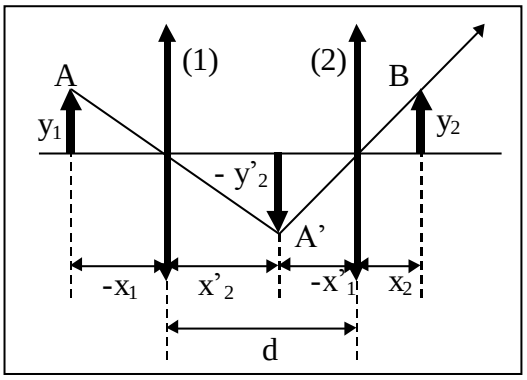


Figura 2. 22

Aplicând formula lentilelor pentru lentilele (1) şi (2), rezultă:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x_2'} - \dfrac{1}{x_1} = \dfrac{1}{f_1} \\ \dfrac{1}{x_2} - \dfrac{1}{x_1'} = \dfrac{1}{f_2} \end{cases}$$

$d = x'_2 - x'_1 = 0 \Rightarrow x'_2 = x'_1$. Rezultă:

$$\boxed{\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f} = C_1 + C_2 = C} \qquad (2.\ 35)$$

Relaţia de mai sus se poate generaliza pentru un sistem de mai multe lentile, convergenţa echivalentă a sistemului fiind $C = \sum_k C_k$, adică:

Convergenţa echivalentă (inversul distanţei focale echivalente) a unui sistem de lentile subţiri alipite este egală cu suma convergenţelor (inverselor distanţelor focale) ale lentilelor sistemului.

Mărirea liniară transversală a sistemului rezultă astfel:

$$\left.\begin{aligned} \beta_1 &= \frac{-y_2'}{y_1} = \frac{x_2'}{-x_1} \\ \beta_2 &= \frac{y_2}{-y_2'} = \frac{x_2}{-x_1'} = \frac{x_2}{-x_2'} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{\beta = \frac{y_2}{y_1} = \beta_1 \cdot \beta_2} \qquad (2.\ 36)$$

În general, pentru un sistem de mai multe lentile, mărirea liniară transversală a sistemului este $\beta = \prod_k \beta_k$, adică:

Mărirea liniară transversală a unui sistem de lentile subţiri alipite este egală cu produsul măririlor liniare transversale ale lentilelor sistemului.

Sisteme afocale de lentile

Sistemele afocale sunt acele sisteme optice la care un fascicul paralel incident, după traversarea sistemului rămâne paralel şi are aceeaşi direcţie.

Condiţia ca un sistem de două lentile, L_1 şi L_2 să fie afocal (telescopic) este ca distanţa d dintre lentile să îndeplinească condiţia:

$d = f_1 + f_2$ - pentru un sistem format din două lentile convergente

$d = f_{conv} - |f_{div}|$ - pentru sistem dintr-o lentilă convergentă şi una divergentă

Mersul razelor printr-un sistem afocal este reprezentat în figura 2.23.

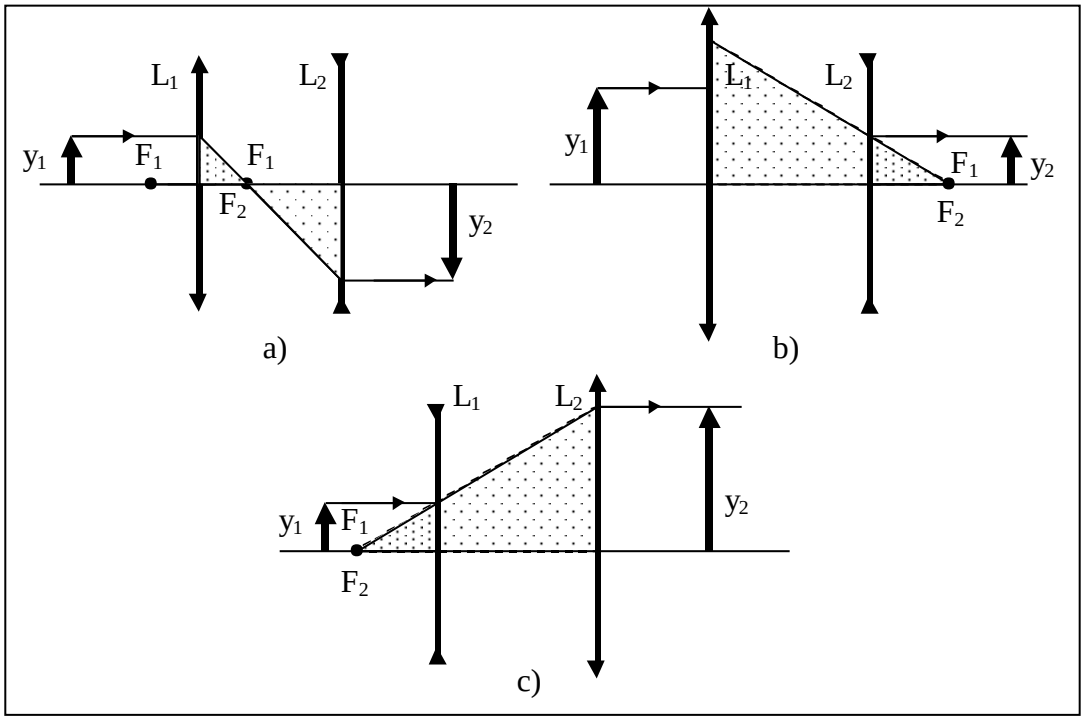


Figura 2. 23

Pentru un sistem afocal, mărirea este dată de relaţia:

$$\beta = \frac{y_2}{y_1} = \frac{f_2}{f_1} \qquad (2.\ 37)$$

care rezultă din asemănarea triunghiurilor haşurate în figura 2.23.

2.6. Oglinzi sferice. Oglinzi plane

2.6.1. Formulele fundamentale ale oglinzilor sferice. Focare, plane focale

Oglinzile sferice sunt dioptri sferici reflectători; dacă faţa reflectătoare este concavă (R < 0), oglinda se numeşte *concavă*, iar dacă faţa reflectătoare este convexă oglinda se numeşte *convexă* (R > 0).

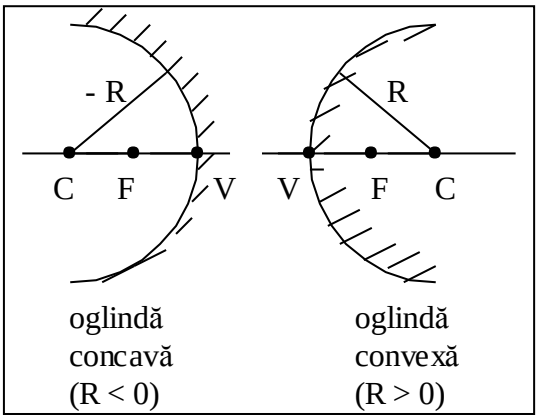


Figura 2. 24

Formulele oglinzilor sferice rezultă din cele ale dioptrului sferic, în condiţia $n_2 = -n_1$, datorată faptului că razele de lumină revin prin reflexie în mediul iniţial. Astfel, se obţine:

$$\boxed{\frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f} = C} \qquad (2.\ 38)$$

Relaţia (2.38) reprezintă *formula punctelor conjugate*, unde $f = \frac{R}{2}$ este distanţa focală, inversul convergenţei (oglinzile au un singur focar principal). De asemenea, se obţine:

$$\boxed{\beta = \frac{y_2}{y_1} = -\frac{x_2}{x_1}} \qquad (2.\ 39)$$

relaţia reprezentând *formula măririi liniare transversale*.

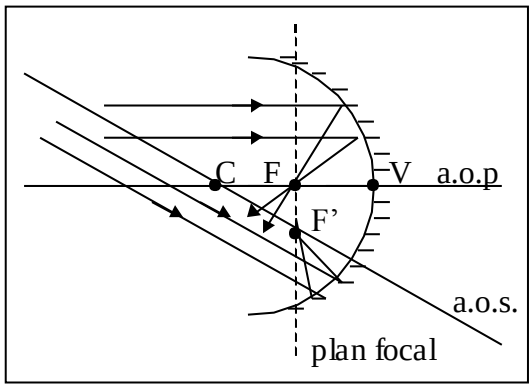


Figura 2. 25

Formulele oglinzilor sferice sunt valabile cu o aproximaţie suficient de bună, în cazul aproximaţiei gaussiene.

Oglinzile concave au focare reale, focarul principal şi focarele secundare aflându-se într-un plan focal aflat la jumătatea distanţei dintre centrul şi vârful oglinzii (figura 2.25), în condiţiile aproximaţiei gaussiene.

Oglinzile convexe au focare virtuale, focarul principal şi focarele secundare aflându-se într-un plan focal aflat la jumătatea distanţei dintre centrul şi vârful oglinzii (figura 2.26), în condiţiile aproximaţiei gaussiene.

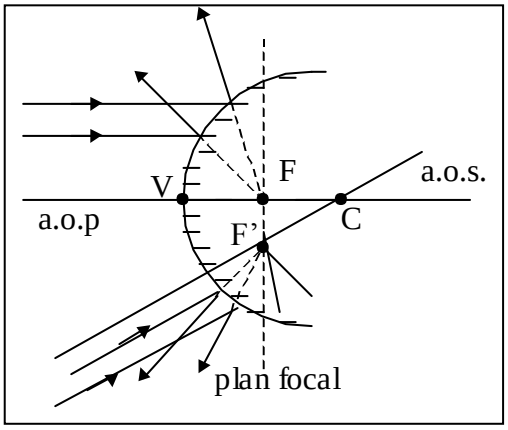


Figura 2. 26

2.6.2. Construcţia imaginilor în oglinzi sferice

La construcţia imaginilor în oglinzi sferice se folosesc cel puţin două din următoarele raze particulare:

- o rază având direcţia ce trece prin centrul oglinzii (incidentă normală pe oglindă), care se reflectă pe direcţia iniţială;
- o rază paralelă cu axa optică principală care, după reflexie are o direcţie care trece prin focarul principal;
- o rază incidentă a cărei direcţie trece prin focarul principal şi care, după reflexie are o direcţie paralelă cu axa optică principală;

- o rază paralelă cu o axă optică secundară care, după reflexie are o direcţie care trece prin focarul secundar al axei respective (situat la intersecţia acesteia cu planul focal);

Construcţia imaginilor în oglinzi concave se poate vedea în figura 2.27, iar în tabelul 2.3 sunt date caracteristicile imaginilor în funcţie de poziţia obiectului.

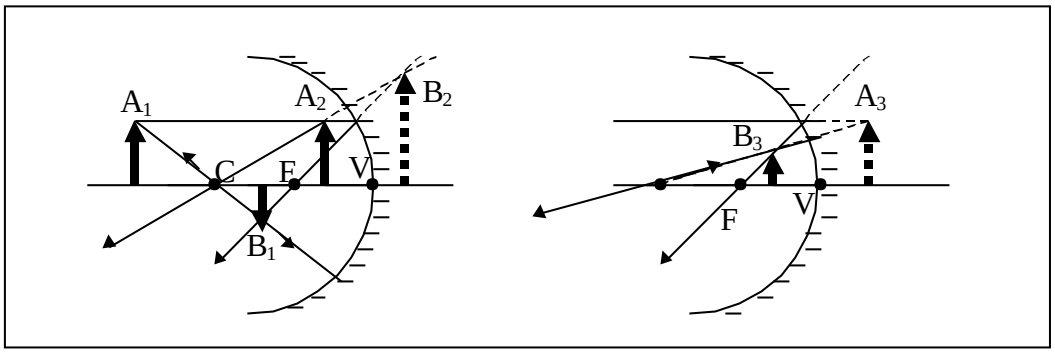


Figura 2. 27

Tabel 2.3

Obiect		Imagine		
A_1	Real	B_1	reală	răsturnată
A_2	Real	B_2	virtuală	dreaptă
A_3	Virtual	B_3	reală	dreaptă

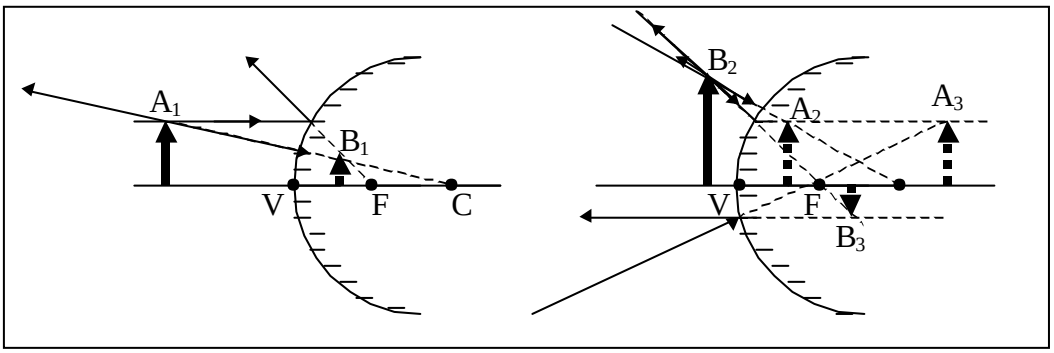


Figura 2. 28

Construcţia imaginilor în oglinzi convexe se poate vedea în figura 2.28, iar în tabelul 2.4 sunt date caracteristicile imaginilor în funcţie de poziţia obiectului.

Tabel 2.4

Obiect		Imagine			
A_1	real	B_1	virtuală	dreaptă	mai mică decât obiectul
A_2	virtual	B_2	reală	dreaptă	mai mare decât obiectul
A_3	virtual	B_3	virtuală	răsturnată	

2.6.2. Oglinzi plane

Acest tip de oglidă reprezintă un caz particular de oglindă sferică, a cărei rază de curbură tinde spre infinit ($R \to \infty \Rightarrow f = \frac{R}{2} \to \infty$, $C = \frac{1}{f} = 0$).

Formulele oglinzilor plane au atunci expresiile:

$$x_2 = - x_1 \ ; \quad \beta = + 1 \qquad (2.\ 40)$$

Din analiza acestor formule, rezultă că imaginea unui obiect, formată într-o oglindă plană este simetrica obiectului faţă de planul oglinzii şi deci ea este dreaptă şi egală cu obiectul.

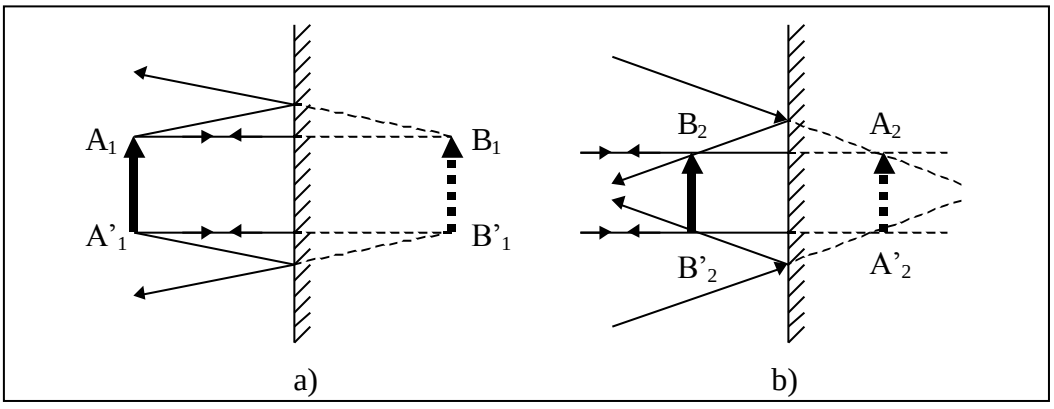
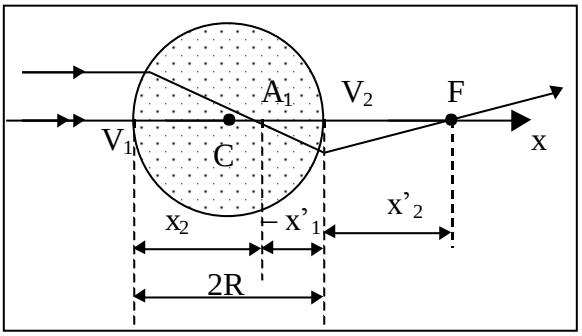


Figura 2. 29

Oglinda plană dă imagini virtuale ($x_2 > 0$) pentru obiecte reale ($x_1 < 0$, figura 2.29.a) şi imagini reale ($x_2 < 0$) pentru obiecte virtuale ($x_1 > 0$, figura 2.29.b)., aşa cum se poate vedea în figura 2.29.

2.7. Aplicaţii

- *Să se afle distanţa focală a unei sfere transparente de rază R şi indice de refracţie n, aflată în aer, distanţa focală fiind exprimată faţă de centrul sferei.*



<u>Rezolvare</u>:

Pentru dioptrul aer-sticlă, $n_1 = 1$, $n_2 = n$, $R > 0$, $x_1 \to -\infty$ (fascicul paralel).

$$\frac{n_2}{x_2} - \frac{n_1}{x_1} = \frac{n_2 - n_1}{R} \Rightarrow x_2 = \frac{n \cdot R}{n-1} \quad 2R = x_2 - x'_1 \Rightarrow x'_1 = x_2 - 2R =$$

$$R \cdot \frac{2-n}{n-1}.$$

Pentru dioptrul sticlă-aer: $n_1 = n$, $n_2 = 1$, $R < 0$.

$$\frac{1}{x'_2} - \frac{n}{x'_1} = \frac{1-n}{-R} = \frac{n-1}{R} \Rightarrow x'_2 = \frac{R \cdot (2-n)}{2 \cdot (n-1)}.$$

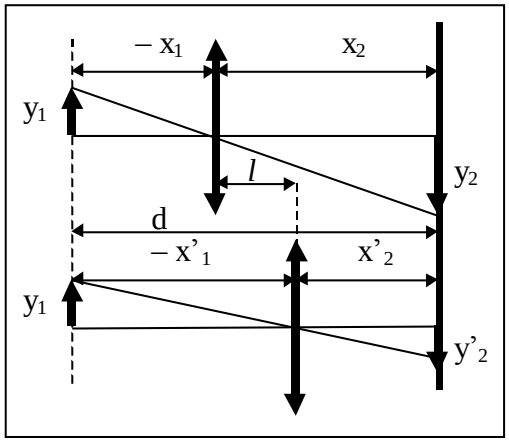
Faţă de centru, distanţa focală este:

$$f = R + x'_2 = \frac{n \cdot R}{2 \cdot (n-1)}$$

Observaţie: sfera poate fi asimilată cu o lentilă convergentă cu distanţa focală f, plasată în centrul sferei.

- *Să se găsească, pentru un obiect aflat la distanţa d de un ecran, cele două poziţii ale unei lentile convergente aflate între obiect şi ecran care produc*

imagini reale ale obiectului pe ecran. Ce relaţie există între mărimea obiectului şi mărimile imaginilor în cele două cazuri ?



Rezolvare:

Se aplică formula lentilelor, $\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f}$, $d = -x_1 + x_2$, de unde rezultă: $x_1^2 + d \cdot x_1 + f \cdot d = 0$. Condiţia de existenţă a soluţiei este ca determinantul ecuaţiei să fie mai mare sau egal cu zero ($\Delta \geq 0$), ceea ce conduce la $d \geq 4 \cdot f$. Pentru $d = 4 \cdot f$ există o singură poziţie, dată de $x_1 = -\frac{d}{2}$.

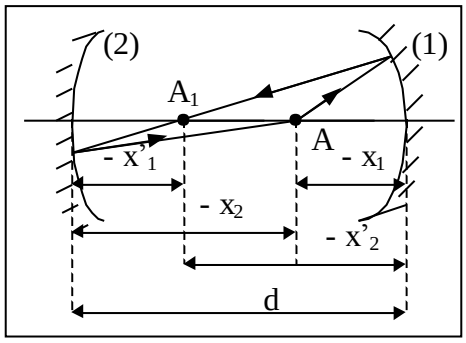
Pentru $d > 4 \cdot f$ rezultă soluţiile x_1 şi x'_1 de forma: $x_1 = \frac{-d + \sqrt{d^2 - 4df}}{2}$;

$x'_1 = \frac{-d - \sqrt{d^2 - 4df}}{2}$, de unde rezultă: $x_2 = \frac{d + \sqrt{d^2 - 4fd}}{2}$;

$x'_2 = \frac{d - \sqrt{d^2 - 4fd}}{2}$. Se observă o simetrie a celor două poziţii: $-x_1 = x'_2$; $-x'_1 = x_2$.

Distanţa l dintre cele două poziţii este: $l = x_2 - x'_2$, sau $l = x_1 - x'_1 = \sqrt{d^2 - 4fd}$. Calculând mărirele $\beta = \frac{x_2}{x_1}$, $\beta' = \frac{x'_2}{x'_1}$, se obţine $\beta = \frac{1}{\beta'}$, adică $\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{\frac{y'_2}{y_1}}$, de unde rezultă $y_1 = \sqrt{y_2 \cdot y'_2}$, adică mărimea liniară transversală a obiectului este egală cu media geometrică a mărimilor imaginilor în cele două cazuri.

- *Fie un sistem optic centrat format din două oglinzi concave de distanţe focale f, aflate faţă în faţă, între ale căror vârfuri este o distanţă d. Să se găsească poziţia punctului A de pe axa oglinzilor pentru care imaginea obţinută după reflexia pe cele două oglinzi coincide cu punctul A*



Rezolvare:

Formula punctelor conjugate, aplicată pentru cele două oglinzi, dă:

$$\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_1}=\frac{1}{f}\ ;\ \frac{1}{x'_2}+\frac{1}{x'_1}=\frac{1}{f}$$

Din figura alăturată rezultă relaţiile:

$$d = -x'_1 - x_2\ ;\ d = -x_1 - x'_2$$

Din sistemul celor patru ecuaţii, se obţine:

$$x_1^2 + x_1 \cdot d - f \cdot d = 0$$

Condiţia $\Delta \geq 0$ (condiţia necesară ca problema să fie posibilă) conduce la $d^2 + 4fd \geq 0$, $d \geq -4f$ ($f < 0$). Dacă $d = -4f$, există o singură soluţie, $x_1 = -\frac{d}{2}$; dacă $d > -4f$, sunt două soluţii:

$$x_1 = \frac{-d+\sqrt{d^2+4fd}}{2}\ ;\ x_1 = \frac{-d-\sqrt{d^2+4fd}}{2}$$

- *O lentilă biconcavă şi una plan convexă având razele de curbură ale feţelor egale cu R şi indicele de refracţie n se alipesc astfel încât să rămână un spaţiu între ele, spaţiu care se umple cu un lichid de indice de refracţie n'. Sistemul se află în aer.*

1) *La ce distanţă de acest sistem trebuie aşezat pe axa optică principală un obiect, astfel ca distanţa dintre obiect şi imaginea lui reală să fie minimă?*

2) *Care trebuie să fie relaţia dintre indicii de refracţie n şi n' pentru ca, argintând faţa curbă a lentilei plan-convexe, sistemul să se comporte ca o oglindă plană ?*

Rezolvare:

1) Convergenţa echivalentă este:

$$C_e = \frac{1}{f_e} = \sum C_i = -\frac{2(n-1)}{R} + \frac{n'-1}{R} + \frac{n-1}{R} = \frac{n'-n}{R}$$

Presupunem n' > n pentru ca sistemul să fie convergent.

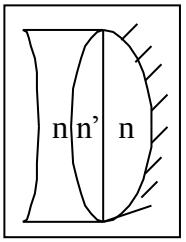
Conform aplicaţiei A_2, dacă $d \geq 4 \cdot f$, $d_{min} = 4 \cdot f$ şi $x_1 = -\frac{d}{2} = -2f$, $x_2 = 2 \cdot f$

Deci, obiectul trebuie aşezat la distanţa $x_1 = -2 \cdot f_e = \frac{R}{2(n-n')}$.

2) Sistemul cu faţa reflectătoare este echivalent cu o oglindă de convergenţă:

$$C_e = -2 \cdot \sum C_{lent} + C_{ogl} \; ;$$

$$C_e = -2 \cdot \frac{n'-n}{R} - \frac{2}{R} = -\frac{2}{R}(n'-n+1).$$



Pentru oglinda plană, C = 0, deci n' = 1 – n ; dar n' > 1, deci nu este posibil ca sistemul să se comporte ca o oglindă plană.

2.8. Aberaţiile imaginilor sistemelor optice

În aproximaţia gaussiană, imaginea unui obiect îndeplineşte condiţiile:

- este stigmatică;
- este plană;
- este ortoscopică.

Acestea înseamnă că sistemul transformă un fascicul conic tot într-un fascicul conic, o undă sferică tot într-o undă sferică, iar imaginea unui obiect perpendicular pe axa optică este şi ea perpendiculară pe axa optică (imaginea este asemenea cu obiectul şi nedeformată).

În cazul fasciculelor negaussiene, imaginile nu mai îndeplinesc condiţiile de mai sus, prezentând diferite deformări, numite *aberaţii geometrice* (sau *monocromatice*, adică independente de lungomea de undă a luminii).

În afara aberaţiilor geometrice, imaginile obţinute în sisteme optice pot suferi şi aberaţii cromatice.

2.8.2. Aberaţii geometrice

1. Aberaţia de sfericitate

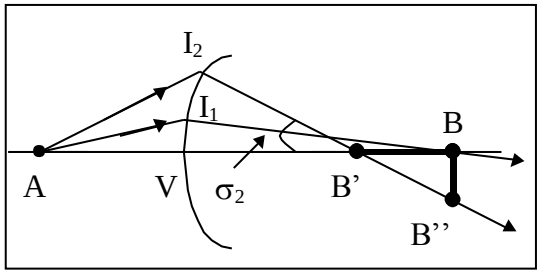


Figura 2. 30

Acest tip de aberaţie apare în cazul fasciculelor largi care pornesc de pe axa optică. Aşa cum se poate constata în figura 2.30, raza paraxială AI_1 dă imaginea punctului A în punctul B, în timp ce raza înclinată AI_2 produce, conform legilor refracţiei, imaginea B'

$\Delta x = BB'$ se numeşte *aberaţie de sfericitate longitudinală (axială).*

$\Delta y = BB''$ se numeşte *aberaţie de sfericitate transversală.*

Între cele două aberaţii de sfericitate există relaţia:

$$\operatorname{tg}\sigma_2 = \frac{\Delta y}{\Delta x} \qquad (2.\ 41)$$

Aberaţia de sfericitate face ca imaginile unui punct, date de două raze, să nu coincidă; ele se află situate pe tangenta la o suprafaţă de revoluţie numită *caustică*.

Aberaţia longitudinală se poate corecta prin asocierea unor lentile convergente şi divergente, iar aberaţia transversală prin diafragmarea

fasciculului incident (ceea ce măreşte claritatea dar scade luminozitatea imaginii).

2. Coma

Coma apare în cazul fasciculelor largi şi înclinate faţă de axa optică principală a sistemului. Imaginea unui punct, afectată de astfel de aberaţii, este o suprafaţă cu diferite forme, în planul focal (figura 2.31).

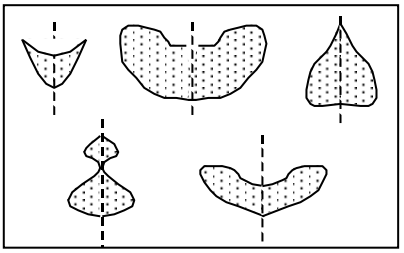


Figura 2. 31

Coma se corectează parţial prin diafragmare.

3. Astigmatismul

Astigmatismul este o aberaţie produsă când se lucrează cu fascicule înguste dar înclinate mult faţă de axa optică principală a sistemului, provenind de la o sursă punctiformă. Dacă suprafeţele intersectate de lumină au raze de curbură diferite, imaginea unui obiect punctiform este formată din două mici segmente (figura 2.32), perpendiculare şi distanţate între ele, numite *focalele lui Sturm*.

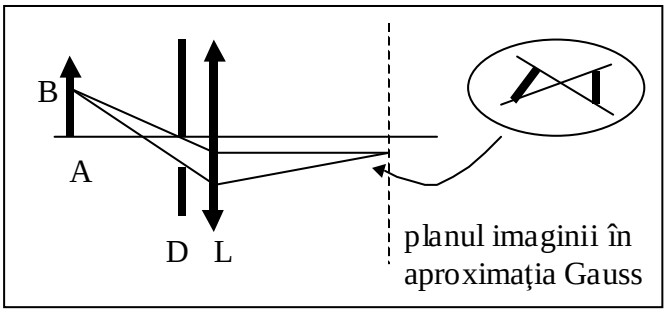


Figura 2. 32

În cazul unui sistem de lentile acolate, astigmatismul este corectat dacă este îndeplinită condiţia; $\sum_k \frac{1}{f_k} = 0$

4. Curbura câmpului imagine

Această aberaţie apare în cazul fasciculelor înguste, înclinate faţă de axa optică principală, provenite de pe întreaga suprafaţă a obiectului. În cazul unei suprafeţe obiect plane, suprafaţa imaginii se curbează cu atât mai mult, cu cât este mai depărtată de axa optică principală a sistemului. Pentru sisteme de lentile cu indici de refracţie n_k şi cu distanţe focale f_k, condiţia de corectare a curburii câmpului imagine este: $\sum_k \frac{1}{n_k \cdot f_k} = 0$.

5. Distorsiunea

Distorsiunea este aberaţia datorată faptului că mărirea sistemului nu este aceeaşi în tot planul imagine conjugat unui plan obiect perpendicular pe axa optică principală.

O imagine fără distorsiuni se numeşte *imagine ortoscopică*. Distorsiunile se corectează prin diafragmare.

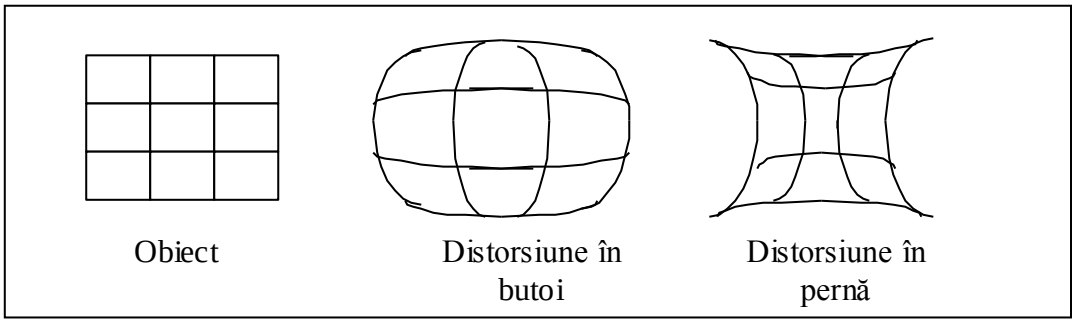


Figura 2. 33

2.8.3. Aberaţii cromatice

Aberaţiile cromatice apar în cazul obţinerii imaginilor în lumină albă (alcătuită din radiaţii luminoase cu lungimi de undă având valorile cuprinse într-un interval de lungimi de undă). Fenomenul de dispersie arată că indicele de refracţie depinde de lungimea de undă, astfel încât, la refracţie, razele de lumină cu diferite lungimi de undă se vor refracta pe direcţii diferite. În cazul

unei lentile, focarele pentru radiaţiile de lungimi de undă extreme ale spectrului vizibil (roşii şi violete) sunt diferite. Lentilele convergente şi cele divergente prezintă aberaţii cromatice în sensuri opuse (figura 2.34).

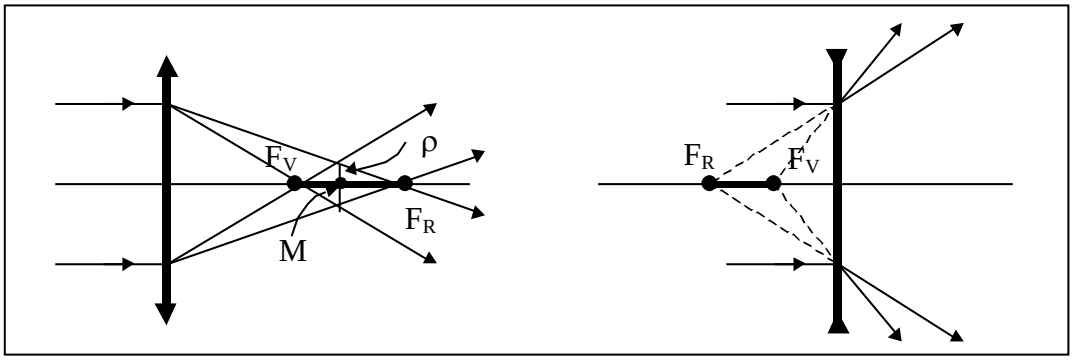


Figura 2. 35

Imaginea unui punct luminos în lumină albă este deci nepunctiformă şi colorată mai ales pe margini. Distanţa $\Delta f = F_R - F_V$ se numeşte *aberaţie cromatică longitudinală principală.* Raza ρ a petei circulare din poziţia M se numeşte *aberaţie cromatică transversală principală*.

Aberaţiile cromatice principale conduc în cazul formării imaginilor la *aberaţii cromatice de poziţie* şi *de mărire* ale imaginilor (figura 2.35).

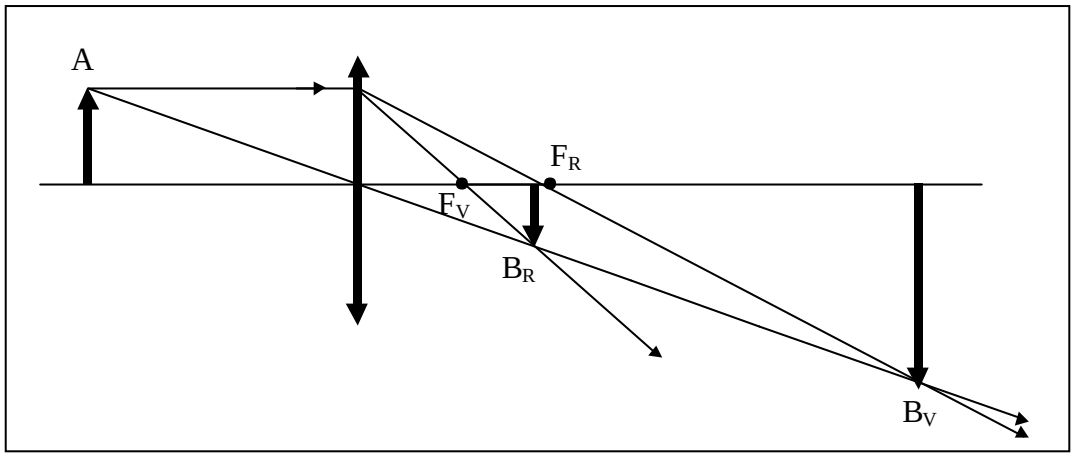


Figura 2. 34

Aberaţiile cromatice se corectează prin asocierea de lentile convergente şi divergente care determină o compensare a acestora.

2.9. Elementele cardinale ale sistemelor optice

Studiul sistemelor optice se simplifică dacă se folosesc o serie de elemente caracteristice ale acestora, numite *elemente cardinale*.

2.9.2. Puncte şi plane principale ale unui sistem optic

Aceste elemente se definesc din condiţia ca mărirea transversală a sistemului să fie egală cu unitatea. Să considerăm exemplul din figura 2.36.

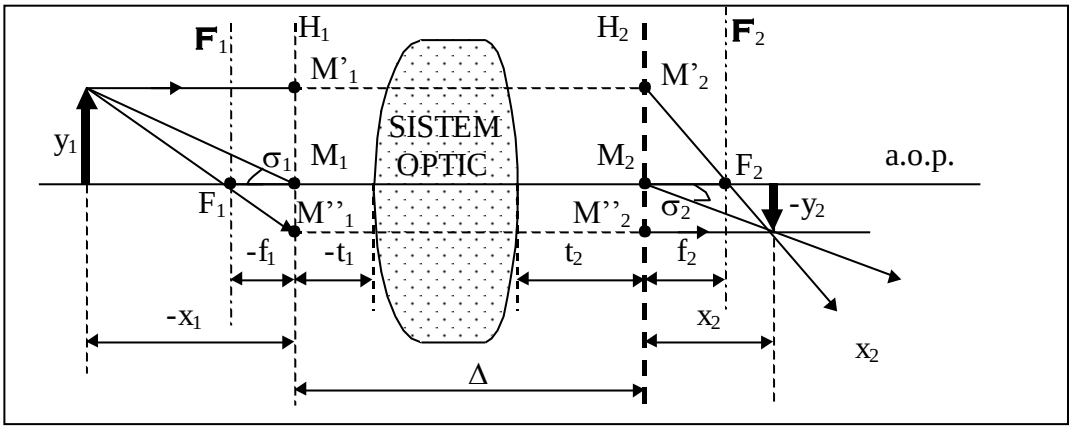


Figura 2. 36

- F_1 şi F_2 sunt focarele sistemului optic
- (M'_1, M'_2), respectiv (M''_1, M''_2) sunt perechi de puncte pentru care $\beta = 1$
- M_1, M_2 sunt puncte principale
- H_1, H_2 sunt planele principale
- Δ este intervalul optic (interstiţiu)
- f_1, f_2 sunt distanţele focale faţă de planele principale
- $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$ sunt planele focale ale sistemului.

Cunoscând focarele şi planele principale, construcţia imaginilor este simplă. Orice rază paralelă cu axa optică principală îşi păstrează direcţia până la planul principal imagine, H_2 şi orice rază care trece prin focarul obiect, F_1, se propagă paralel cu axa optică principală dincolo de planul principal obiect, H_1. O rază oarecare trece printr-un focar secundar din planul focal imagine, aşa cum se poate vedea în figura 2.37.

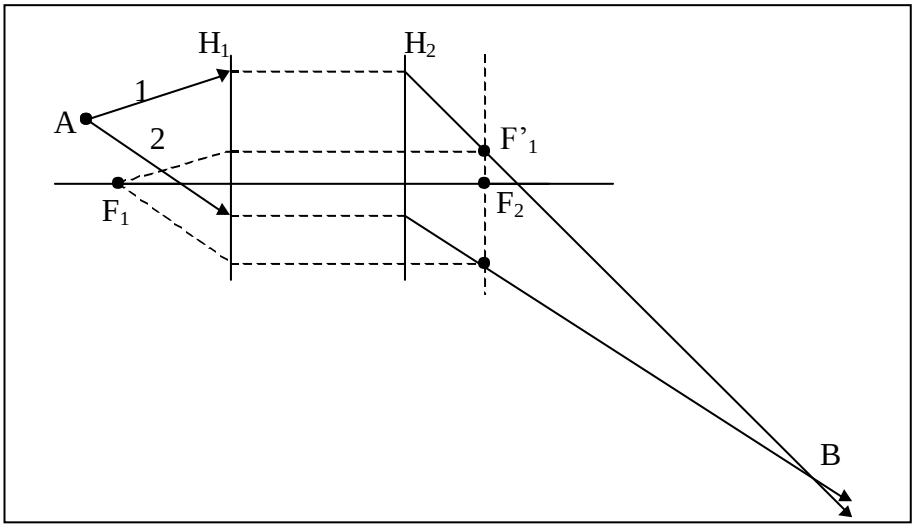


Figura 2. 37

În cazul unui sistem divergent, H_2 este anterior planului H_1 (figura 2.38)

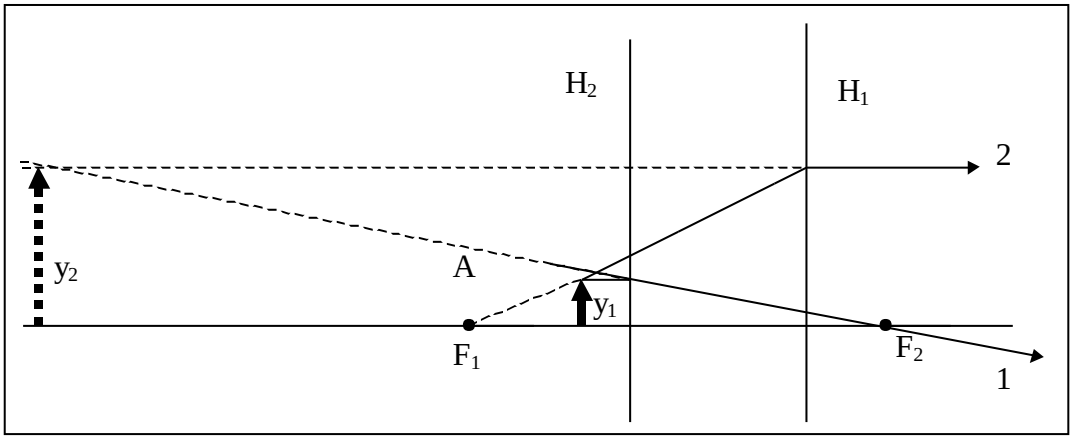


Figura 2. 38

2.9.3. Puncte nodale

În general, unghiul de înclinare, γ_1 al unui fascicul care vine prin focarul obiect şi iese paralel din sistem este diferit de unghiul de înclinare al unui fascicul incident paralel, care iese din sistem prin focarul imagine (figura 2.39).

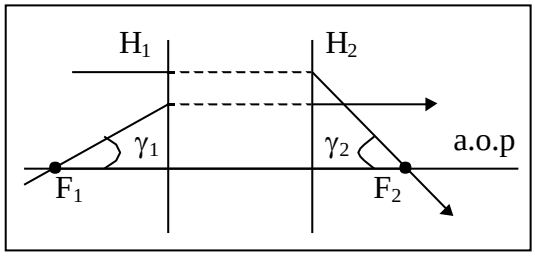


Figura 2. 39

Pentru orice sistem optic există o pereche de puncte axiale conjugate, N_1 şi N_2 (puncte nodale cu proprietatea că oricărei raze incidente orientate spre punctul obiect N_1 îi corespunde o rază emergentă care trece prin N_2, astfel încât unghiurile de înclinare ale razelor incidentă şi emergentă să fie egale (figura 2.40). Din figura 2.36 se vede că punctele principale M_1 şi M_2 nu au această proprietate.

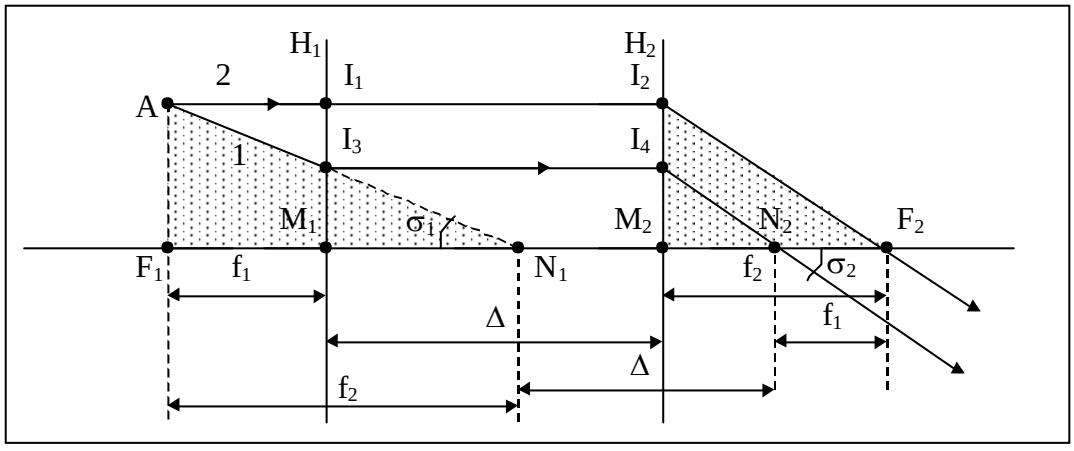


Figura 2. 40

Există o rază (2) care, pornind din A, iese din sistem paralelă cu raza 1. Aceasta (prelungirea ei) intersectează axa optică în punctul nodal N_1, iar raza emergentă în punctul nodal N_2. Din egalitatea triunghiurilor haşurate, AF_1N_1 şi $I_2M_2F_2$, rezultă $N_1F_1 = f_2$ şi din egalitatea triunghiurilor $I_3M_1N_1$ şi $I_4M_2N_2$

rezultă $N_2F_2 = f_1$, deci punctele nodale sunt distanţate cu Δ, ca şi punctele principale.

Focarele, planele focale, punctele şi planele principale şi punctele nodale se numesc *elementele cardinale* ale sistemului optic considerat.

2.10. Aplicaţii

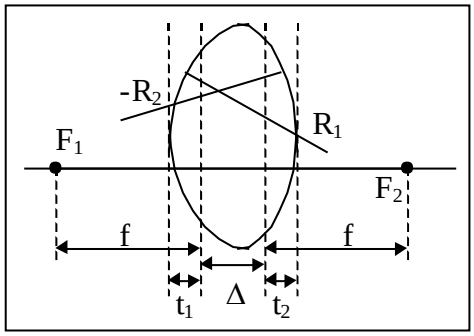


Figura 2. 41

O situaţie interesantă este cea a lentilelor groase. Fie o astfel de lentilă aflată în aer, cu razele de curbură ale celor doi dioptri R_1 şi R_2, indicele de refracţie al materialului n şi grosime g, de valoare suficient de mare (figura 2.41).

Distanţa focală se poate aproxima cu formula lentilelor subţiri: $\frac{1}{f} = (n-1)\cdot\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$.

Poziţiile planelor principale sunt date de relaţiile:

$$t_1 = -\frac{R_1 \cdot g}{n\cdot(R_2 - R_2)} \;\; ; \;\; t_2 = -\frac{R_2 \cdot g}{n\cdot(R_2 - R_1)}$$

Intervalul optic este $\Delta = g\cdot\frac{n-1}{n}$, el determinând un efect de deplasare echivalent cu cel al unei lame cu feţe plan-paralele.

Formarea imaginii are loc conform relaţiilor $\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f}$, respectiv $\beta = \frac{x_2}{x_1}$, ale lentilelor subţiri, unde x_1 şi x_2 sunt distanţele de la obiect, respectiv imagine, la planele principale.

În cazul unei grosimi considerabile, distanţa focală a lentilei se calculează cu relaţia:

$$\frac{1}{f} = C = C_1 + C_2 - g \cdot C_1 \cdot C_2$$

unde C_1 şi C_2 sunt convergenţele dioptrilor care formează feţele lentilei.

Un alt caz interesant este cel al sistemelor de lentile. Fie două lentile cu convergenţele C_1 şi C_2, distanţa dintre planele lor principale fiind d (figura 2.42)

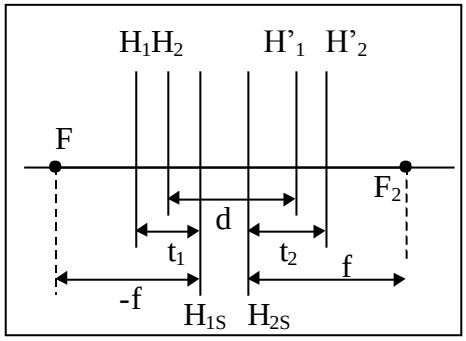


Figura 2. 42

Convergenţa sistemului este:

$$C = \frac{1}{f} = C_1 + C_2 - d \cdot C_1 \cdot C_2$$

iar poziţiile planelor principale ale sistemului sunt date de relaţiie:

$$t_1 = f \cdot \frac{d}{f_2} \; ; \; t_2 = -f \cdot \frac{d}{f_1}$$

Lucrând faţă de planele principale ale sistemului şi folosind distanţa focală a acestuia, formarea imaginii este descrisă de formulele fundamentale ale unei singure lentile.

Metoda poate fi extinsă şi la asociaţii de mai multe lentile centrate.

OPTICA ONDULATORIE

III. FOTOMETRIE

3.1. Generalităţi. Ochiul ca receptor de radiaţii luminoase

3.1.1. Generalităţi

Fotometria este partea opticii care studiază caracteristicile energetice ale luminii şi senzaţiile luminoase produse de aceasta. Ea stă la baza tehnicii iluminatului şi a măsurătorilor fotometrice.

În sens mai larg, fotometria include atât măsurătorile efectuate în domeniul vizibil, cât şi în domeniul ultraviolet şi în cel infraroşu.

Fotometria operază cu două sisteme de mărimi şi unităţi:

- *mărimi şi unităţi energetice*, care caracterizează lumina din punctul de vedere al energiei transportate;
- *mărimi şi unităţi fotometrice*, care caracterizează lumina din punctul de vedere al senzaţiei luminoase pe care aceasta o produce.

Metodele de măsurare ale mărimilor cu care operează fotometria se împart şi ele în două categorii:

- *metode subiective* – când receptorul de radiaţii luminoase este ochiul uman;
- *metode obiective* – când se folosesc alţi receptori fotosensibili (emulsii fotosensibile, fotoelemente, termoelemente etc.)

3.1.2. Ochiul ca receptor de radiaţii luminoase

Senzaţia de luminozitate produsă de lumină asupra ochiului se manifestă prin:

- senzaţia de *intensitate*, care este dependentă de energia care cade pe unitatea de suprafaţă a retinei;
- senzaţia de *culoare* – ochiul percepe diferit radiaţiile monocromatice diferite, adică are o sensibilitate spectrală.

Sensibilitatea ochiului este diferită de zero pentru lungimi de undă cuprinse în intervalul dintre lungimea de undă a radiaţiilor roşii, respectiv violete ($\lambda_{violet} < \lambda < \lambda_{roşu}$) şi depinde de fluxul de energie radiantă incidentă. Din acest punct de vedere, vederea umană se poate clasifica în mai multe categorii:

- *vedere transfotopică* – la fluxuri de energie radiantă foarte mari;
- *vedere fotopică (diurnă)* – la fluxuri de energie radiantă mari;
- *vedere scotopică (crepusculară)* – la fluxuri de energie radiantă mici;
- *vedere transscotopică* – la fluxuri de energie radiantă foarte mici;

Ochiul are proprietatea de adaptare, devenind mai sensibil la lumină slabă şi mai puţin sensibil la lumină intensă.

Capacitatea de percepere a radiaţiei de către ochi este diferită la lungimi de undă diferite, în sensul că ochiul uman percepe diferit două surse de lumină de aceeaşi putere, dar cu lungimi de undă diferite. De exemplu, dacă se iluminează două jumătăţi ale unei suprafeţe albe cu două radiaţii monocromatice de lungimi de undă diferite dar care emit acelaşi flux energetic, se constată că ochiul percepe cele două radiaţii ca şi cum ele ar avea fluxuri energetice diferite. S-a constatat că ochiul uman prezintă o sensibilitate maximă la radiaţia vizibilă cu lungimea de undă $\lambda_0 = 555$ nm pentru vederea diurnă. În cazul vederii crepusculare, această valoare se deplasează spre lungimi de undă mai mici ~ 500 nm). Dacă în experienţa de mai sus, una din cele două radiaţii (radiaţia de referinţă) are lungimea de undă $\lambda_0 = 555$ nm şi

fluxul energetic Φ_{e0} iar cealaltă are acelaşi flux dar o lungime de undă diferită, λ, se constată că ochiul este cu atât mai puţin sensibil la această radiaţie (prin comparaţie cu radiaţia de referinţă) cu cât lungimea de undă λ diferă mai mult faţă de λ_0. Cu cât ochiul este mai puţin sensibil la o anumită radiaţie de lungime de undă λ, cu atât va trebui mărit mai mult fluxul energetic $\Phi_{\varepsilon\lambda}$ al acestei radiaţii, faţă de fluxul radiaţiei de referinţă pentru a da aceeaşi senzaţie luminoasă.

Sensibilitatea diferită a ochiului uman la radiaţii de lungimi de undă diferite se poate exprima printr-o mărime fizică numită *sensibilitate spectrală relativă* a ochiului, V_λ, definită prin relaţia:

$$\boxed{V_\lambda = \frac{\Phi_{e0}}{\Phi_{e\lambda}}} \qquad (3.\ 1)$$

Sensibilitatea spectrală relativă reprezintă deci raportul dintre fluxul energetic al radiaţiei de referinţă, de lungime de undă $\lambda_0 = 555$ nm, la care ochiul prezintă sensibilitatea spectrală maximă şi fluxul energetic al unei radiaţii de lungime de undă λ care produce aceeaşi senzaţie luminoasă ca şi $\Phi_{\varepsilon 0}$ vizuală. Cum la λ_0 ochiul are sensibilitatea maximă, este evident că, întotdeauna $\Phi_{e\lambda}$ este mai mare decât Φ_{e0} deci V_λ este o mărime adimensională, cu valori cuprinse între 0 (în afara domeniului spectral vizibil) şi 1 (la lungimea de undă λ_0). Reprezentarea grafică a variaţiei sensibilităţii spectrale relative în funcţie de lungimea de undă este prezentată în figura 3.1, unde se constată că, pentru aşa-numitul *observator normal* (rezultat din medierea unui mare număr de măsurători), sensibilitatea ochiului este maximă pentru lungimea de undă $\lambda_0 = 555$ nm (culoarea vede-gălbui) scăzând practic la zero în regiunea violetă, pentru $\lambda \leq 450$ nm şi în regiunea roşie, pentru $\lambda \geq 700$ nm. Curba punctată reprezintă sensibilitatea spectrală relativă a ochiului la vederea

crepusculară, de unde se poate constata că, în acest caz, intervalul spectral de sensibilitate se micşorează, iar maximul sensibilităţii se deplasează spre lungimi de undă mai mici (*efect Purkinje).*

Din punct de vedere al opticii geometrice, ochiul este un sistem optic ce dă imagini reale (figura 3.2.a). El este format din următoarele elemente: globul ocular, de formă aproximativ

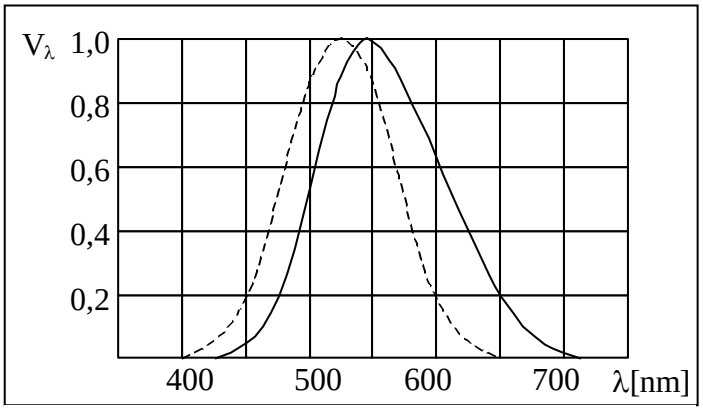


Figura 3. 1

sferică, format dintr-un ţesut exterior, numit *sclerotică* şi unul interior, numit *coroidă*, pigmentată cu un pigment negru; în partea anterioră se găseşte *corneea transparentă*, C, de formă sferică. Aceasta, împreună cu *cristalinul*, Cr, o lentilă biconvexă nesimetrică, cu raze de curbură variabile şi cu indicele de refracţie mediu[1] egal cu 1,400, formează camera anterioară a ochiului, umplută cu un lichid numit *umoarea apoasă*, A, având indicele de refracţie egal cu 1,336. În faţa cristalinului se găseşte *pupila*, P, care este o diafragmă cu deschidere variabilă, ce reglează fluxul luminos ce pătrunde în ochi. *Umoarea sticloasă*, S, este un lichid cu indicele de refracţie egal cu 1,336, ce umple camera posterioră a globului ocular. Imaginea se formează pe *retină*, R, situată în partea dinapoi a globului ocular şi în structura căreia se află celule fotosensibile, numite, după forma lor, *conuri* şi *bastonaşe*. Primele sunt specializate pentru vederea diurnă, fiind mai puţin sensibile dar adaptate pentru vederea cromatică, în timp ce celelalte sunt foarte sensibile la fluxuri

[1] Indicele de refracţie al cristalinului scade de la centru (1,406) spre exterior (1,386).

de lumină slabe (vedere scotopică) dar mai puţin adaptate pentru vederea în culori.

Porţiunea retinei care conţine ce mai mare densitate de celule fotosensibile se numeşte *pata galbenă*, cu diametrul de circa 2mm şi, în special regiunea centrală a acesteia, numită *fovea centralis*, cu diametrul de 0,2÷0,4 mm). Conurile şi bastonaşele conţin iodopsină şi rodopsină, substanţe care sub acţiunea luminii suferă modificări chimice, excitând astfel nervul optic.

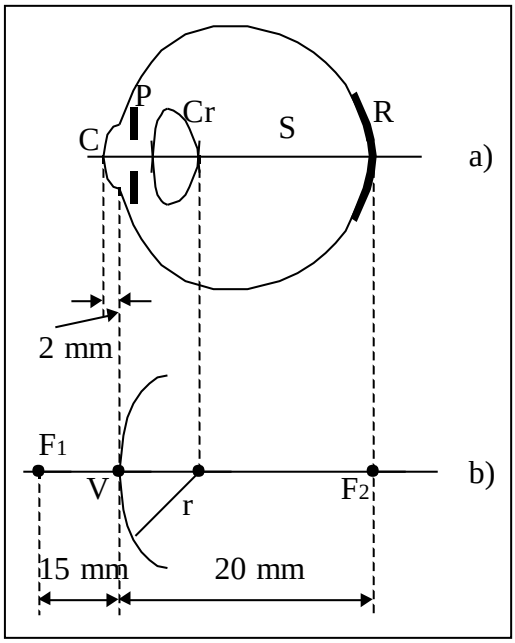


Figura 3. 2

În mod obişnuit (neacomodat), ochiul formează pe retină imaginea unor obiecte situate la distanţe mari (teoretic, la infinit). Pentru ca obiectele mai apropiate să formeze o imagine tot pe retină, este necesar ca ochiul să se acomodeze, ceea ce se realizează instinctiv, prin contracţia muşchiului ciliar care măreşte curbura cristalinului, modificându-i astfel în mod convenabil convergenţa. Distanţa la care se poate afla un obiect astfel ca el să poată fi văzut clar prin acomodarea ochiului este cuprinsă între două limite: distanţa minimă (*punctum proximum*), de 20÷25 cm pentru un ochi normal şi distanţa maximă (*punctum remotum*), la infinit.

Pierderea elasticităţii cristalinului (de regulă, odată cu înaintarea în vârstă) duce la apariţia presbitismului, care se corectează prin lentile specifice, pentru vederea de aproape sau la distanţă.

Există însă şi alte defecte ale ochiului, care se manifestă chiar la vârste mici. Astfel, dacă convergenţa ochiului neacomodat este prea mare, focarul

imagine al cristalinului este situat înaintea retinei; punctum proximum şi punctum remotum se apropie, situându-se la aproximativ 5 cm, respectiv aproximativ 1 m. Defectul, numit *miopie*, se corectează cu lentile divergente. Dacă convergenţa ochiului neacomodat este prea mică, focarul imagine al cristalinului este situat în spatele retinei; punctum proximum se îndepărtează la distanţe mai mari de 25 cm, iar punctum remotum poate deveni virtual. Defectul, numit *hipermetropie*, se corectează cu lentile convergente.

Capacitatea de separare a ochiului, numită *acuitate vizuală*, este determinată de densitatea celulelor fotosensibile, deci de distanţa medie dintre acestea. În fovea centralis, conurile se găsesc la distanţe de aproximativ 2,5 μm. Pentru ca două puncte să dea imagini distincte, acestea trebuie deci să se formeze la o distanţă de cel puţin 5 μm una de alta.

Câmpul vizual al ochiului are o deschidere de aproximativ 120° pe verticală, respectiv 150° pe orizontală.

Pentru studiul simplificat al ochiului ca instrument optic se foloseşte modelul ochiului redus (figura 3.2.b), considerat ca un dioptru sferic cu indice de refracţie n = 1,33, rază de curbură r = 5 mm, vârful V la 2 mm în spatele corneei, centrul pe faţa posterioră a cristalinului, cu distanţe focale de 15 şi respectiv 20 cm.

3.2. Mărimi şi unităţi energetice şi fotometrice

Caracteristicile energetice cele mai importante ale radiaţiei optice sunt *energia* W, transportată de radiaţie şi *fluxul energetic* (puterea), Φ_e, având ca unitate de măsură wattul (W); fluxul energetic reprezintă energia radiaţiei luminoase ce străbate o suprafaţă oarecare în unitatea de timp.

$$\boxed{\Phi_e = \frac{dW}{dt}} \qquad (3.\ 2)$$

Caracterisiticile energetice ale surselor de lumină sunt *intensitatea* radiaţiei, I_e, *densitatea superficială a fluxului de radiaţie*, M_e, *strălucirea energetică* a radiaţiei L_e, *eficacitatea* sursei, η_e.

Intensitatea energetică a radiaţiei, I_e, care se măsoară în watt pe steradian (W/sr) reprezintă fluxul de radiaţie emis de o sursă în unitatea de unghi solid, Ω:

$$I_e = \frac{d\Phi_e}{d\Omega} \qquad (3.\ 3)$$

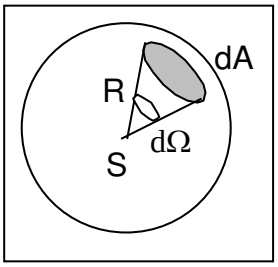


Figura 3. 3

Unghiul solid este unghiul din spaţiu din vârful unui con cu vârful în centrul unei sfere, egal cu raportul dintre aria calotei decupate de con pe suprafaţa sferei şi pătratul razei acesteia (figura 3.3). Unitatea de măsură este steradianul (sr).

$$d\Omega = \frac{dA}{R^2} \qquad (3.\ 4)$$

Intensitatea energetică este caracteristică radiatorului punctiform. Pentru surse de radiaţie nepunctiforme, se introduce mărimea numită *emitanţă energetică (densitate superficială de flux)*, M_e, care se măsoară în watt pe metru pătrat (W/m^2) şi reprezintă raportul dintre fluxul energetic al radiaţiei emise de suprafaţa radiatorului şi aria acestei suprafeţe, A_e:

$$M_e = \frac{d\Phi_e}{dA_e} \qquad (3.\ 5)$$

Strălucirea energetică a radiaţiei, L_e, ($W/sr \cdot m^2$), reprezintă fluxul (puterea) de radiaţie emis în unitatea de unghi solid, într-o direcţie dată, de către unitatea de suprafaţă, adică:

$$L_e = \frac{d\Phi_e}{d\omega \cdot dA_e \cdot \cos\varphi} = \frac{dI_e}{dA_e \cdot \cos\varphi} \qquad (3.\ 6)$$

unde φ este unghiul dintre normala la suprafaţa A şi direcţia de emisie a radiaţiei.

Eficacitatea sau *randamentul* sursei, η_e, exprimă procentual partea din energia sursei, pe care aceasta o emite sub formă de radiaţie optică:

$$\eta_e = \frac{\Phi_e}{P} \qquad (3.\ 7)$$

unde P este puterea consumată de sursa de radiaţie (de exemplu, sub formă de energie electrică).

Caracteristica energetică a unui receptor de radiaţie este *iluminarea energetică*, E_e, care se măsoară în watt pe metru pătrat (W/m^2), şi care se defineşte ca puterea radiaţiei ce cade normal pe unitatea de arie a suprafeţei receptorului, A_r:

$$E_e = \frac{d\Phi_e}{dA_r} \qquad (3.\ 8)$$

Măsurarea mărimilor de mai sus se face în unităţile indicate în oricare domeniu spectral al radiaţiei optice (infraroşu, vizibil, ultraviolet).

Pentru lungimile de undă de la 450 până la 700 nm, adică pentru domeniul undelor luminoase care sunt recepţionate de ochiul uman, se introduce un set similar de caracteristici fotometrice, care ţin cont de capacitatea de percepere a radiaţiei de către ochi.

Fluxului energetic de radiaţie îi corespunde *fluxul luminos*, Φ, care exprimă dependenţa senzaţiei luminoase nu numai de fluxul de energie radiantă dar şi de capacitatea ochiului de a transforma această energie în senzaţie luminoasă:

$$\Phi_\lambda = K \cdot V_\lambda \cdot \Phi_{e\lambda} \qquad (3.\ 9)$$

Fluxul luminos este deci o mărime subiectivă, legată de fluxul energetic, $\Phi_{e\lambda}$ prin intermediul curbei de sensibilitate spectrală a ochiului;

unitatea de măsură a acestuia o vom defini după definirea unităţii de măsură a intensităţii luminoase. Factorul de proporţionalitate K, numit *echivalent fotometric*, este o constantă fizică, dependentă de sistemul de unităţi de măsură folosit.

Intensităţii energetice a radiaţiei pentru domeniul vizibil îi corespunde mărimea fotometrică *intensitate luminoasă*, I, care reprezintă fluxul luminos Φ emis de un izvor punctiform în unitatea de unghi solid:

$$\boxed{I = \frac{d\Phi}{d\Omega}} \qquad (3.\ 10)$$

Intensitatea luminoasă, I, este mărimea fizică fundamentală pentru fenomene optice în Sistemul Internaţional de Mărimi şi Unităţi, unitatea de măsură a ei fiind *candela* (cd). Candela se defineşte[1] ca fiind *intensitatea luminoasă pe o direcţie dată, a luminii emise de o sursă care emite o radiaţie monocromatică cu frecvenţa de* $54 \cdot 10^{13}$ *Hz cu o intensitate energetică pe această direcţie de 1/683 W/sr.*

Unitatea de flux luminos Φ este *lumenul* (lm) care este *fluxul luminos, emis de o sursă punctiformă cu intensitatea luminoasă de 1 cd în unghiul solid de 1 sr*, adică 1 lm = 1cd·sr.

S-a determinat că puterea de radiaţie de 1 W, care este produsă de o sursă monocromatică de lumină de lungime de undă de 555 nm, corespunzătoare sensibilităţii spectrale maxime a ochiului pentru lumina diurnă, corespunde unui flux luminos de 683 lm, recepţionat de ochi. Acest lucru înseamnă că, în sistemul internaţional, echivalentul fotometric are valoarea K = 683 lm/W.

Pentru o sursă izotropă, se poate scrie:

[1] Conform celei de-a 16 Conferinţe Generale de Măsuri şi Greutăţi, din 1979.

$$\Phi_{tot} = \int_0^{4\pi} I \cdot d\Omega = I \cdot \int_0^{4\pi} d\Omega = 4\pi \cdot I \qquad (3.\ 11)$$

Emitanţa luminoasă (densitatea fluxului luminos, luminozitatea), M, (măsurată în lm/m^2) este analogul fotometric al densităţii superficiale de flux energetic şi se defineşte ca fiind fluxul luminos emis de unitatea de arie a suprafeţei emiţătoare:

$$\boxed{M = \frac{d\Phi}{dA_e}} \qquad (3.\ 12)$$

Luminanţa (denumire mai veche *strălucire*) L, cu unitatea de măsură *nitul* (1 nt = 1 cd/m^2), caracterizează sursele de radiaţie nepunctiforme (echivalentul strălucirii energetice), reprezentând intensitatea luminoasă emisă de unitatea de arie a suprafeţei emiţătorului pe o direcţie ce face unghiul φ cu normala la această suprafaţă:

$$\boxed{L = \frac{d^2\Phi}{dA_e \cdot d\Omega \cdot \cos\varphi} = \frac{dI}{dA_e \cdot \cos\varphi}} \qquad (3.\ 13)$$

În general, luminanţa unei suprafeţe depinde de direcţia de vizare. Pentru suprafeţele difuzante, luminanţa este constantă, indiferent de unghiul de vizare, deci intensitatea luminoasă a radiaţiei emise de aceste suprafeţe are expresia: $I = I_n \cdot \cos\varphi$, unde I_n este intensitatea radiaţiei emise în direcţie normală la suprafaţa emiţătorului.

Eficacitatea luminoasă, η, măsurată în lm/W, este raportul dintre fluxul luminos emis de o sursă şi puterea consumată de aceasta:

$$\boxed{\eta = \frac{\Phi}{P}} \qquad (3.\ 14)$$

Mărimea fotometrică de bază pentru receptoarele de lumină este *iluminarea*, E, care se defineşte ca fluxul luminos ce cade normal pe unitatea de arie a suprafeţei receptorului:

$$E = \frac{d\Phi}{dA_r} \qquad (3.\ 15)$$

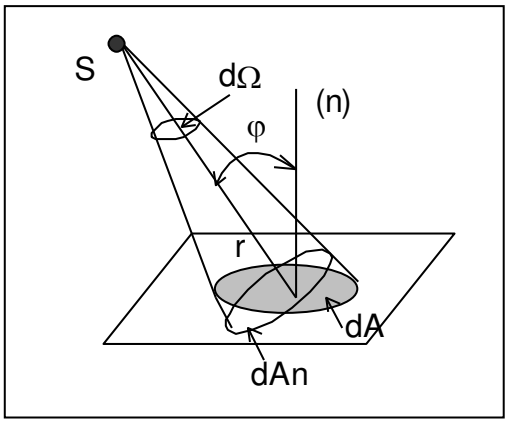


Figura 3. 4

Unitatea de iluminare este *luxul* (1 lx = 1 lm/m^2) care este iluminarea unei suprafeţe de 1m^2, produsă de un flux de lumină de l lm, ce cade normal pe acea suprafaţă.

Dacă radiaţia ce cade pe suprafaţă face un unghi oarecare, φ, cu normala la suprafaţă, iluminarea suprafeţei se exprimă prin relaţia:

$$E = \frac{d\Phi}{dA_r \cdot \cos\varphi} \qquad (3.\ 16)$$

Între intensitatea luminii ce cade pe o suprafaţă receptoare şi iluminarea produsă pe aceasta se poate stabili o legătură, aşa cum rezultă din analizarea figurii 3.4. Pe suprafaţa receptorului considerăm o porţiune de arie dA, suficient de mică, pentru a putea considera iluminarea uniformă pe toată întinderea ei. De la sursa de radiaţie luminoasă S, aflată la distanţa r de aria considerată, cade pe receptor radiaţie pe o direcţie care face unghiul φ cu normala la suprafaţă, (n), în unghiul solid dΩ (suficient de mic pentru a considera unghiul φ constant pentru toate punctele suprafeţei A). Putem scrie atunci:

$$d\Omega = \frac{dA_n}{r^2} = \frac{dA \cdot \cos\varphi}{r^2}$$

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega} \rightarrow d\Phi = I \cdot d\Omega = \frac{I \cdot dA \cdot \cos\varphi}{r^2}$$

de unde:

$$E = \frac{d\Phi}{dA} = \frac{I}{r^2} \cdot \cos\varphi \qquad (3.\ 17)$$

Expunerea unei suprafeţe este o mărime folosită în fotografie, cinematografie, holografie, definită prin relaţia:

$$H = E \cdot t$$

pentru o iluminare constantă sau:

$$H = \int_0^{\tau} E(t) \cdot dt$$

pentru o iluminare variabilă în timp. τ reprezintă timpul de expunere. Unitatea de măsură a expunerii este lx·s.

3.3. Măsurări fotometrice

Fotometrele sunt dispozitive ce permit măsurarea mărimilor fotometrice şi, după tipul fotoreceptorului folosit, ele se împart în două categorii:

- fotometre vizuale, când fotoreceptorul este ochiul;
- fotometre fizice, când fotoreceptorul este altul decât ochiul;

3.3.1. Fotometrul Lummer-Brodhun

Acest fotometru are drept piesă principală *cubul Lummer*, care este alcătuit prin secţionarea unui cub dintr-un material transparent de-a lungul planului determinat de diagonalele paralele a două feţe opuse, obţinându-se astfel două prisme triunghiulare, Pr_1 şi Pr_2, cu secţiunea un triunghi dreptunghic isoscel. Una din prisme are colţurile rotunjite, aşa cum se poate vedea în figura 3.5.

Fotometrul permite determinarea intensităţii unei surse prin comparaţie cu intensitatea unei surse etalon. Astfel, sursele de intensităţi I_1 şi I_2 emit lumină, reflectată de suprafaţa difuzantă a ecranului E şi de oglinzile O_1 şi O_2. Fasciculul provenit de la sursa de intensitate I_1 străbate cubul prin zona centrală şi formează plaja P_1 a câmpului optic, iar cel provenit de la sursa de intensitate I_2 se reflectă total la marginea prismei Pr_2 şi formează plaja exterioară, P_2, a câmpului optic. Considerând sursa etalon fixă, prin deplasarea celeilalte surse şi modificarea distanţei d a acesteia faţă de ecranul E, se poate obţine, pentru o anumită poziţie, egalitatea iluminărilor plajelor P_1 şi P_2, când este îndeplinită condiţia:

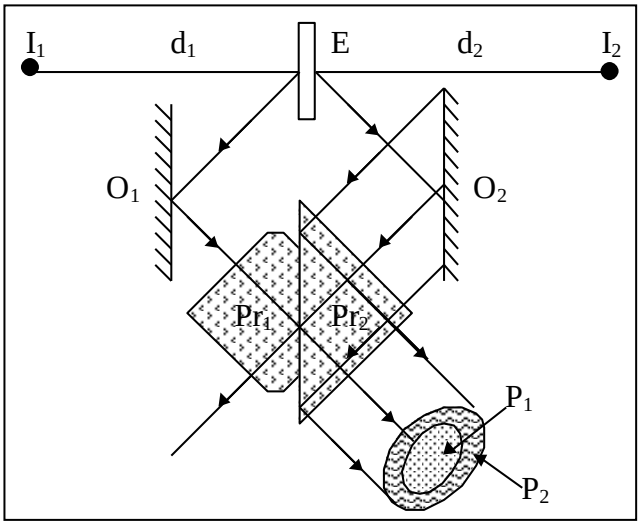


Figura 3. 5

$$\frac{I_1}{d_1^2} = \frac{I_2}{d_2^2}$$

din care, cunoscând distanţele d_1 şi d_2 şi intensitatea sursei etalon, se poate determina intensitatea celeilalte surse.

Fotometrul descris foloseşte metoda vizuală.

3.3.2. Fotometrul fotoelectric diferenţial

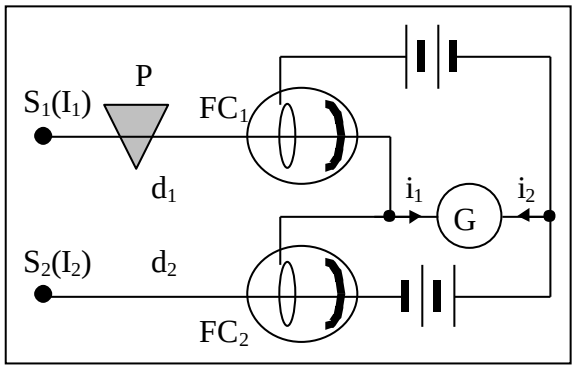


Figura 3. 6

Acest fotometru foloseşte o metodă fizică, receptorii fiind două celule fotoelectrice, F_1 şi F_2. Curenţii i_1 şi i_2, produşi la iluminare de fotocelulele identice, trec în sensuri opuse prin galvanometrul de nul, G. Prin modificarea distanţei dintre sursa a cărei iluminare se determină şi fotocelula pe care cade radiaţia provenită de la aceasta sau prin introducerea unei pene absorbante calibrate în calea fasciculului respectiv se poate obţine egalitatea iluminărilor fotocelulelor, când galvanometrul indică valoarea zero.

3.3.3. Fotometrul integrator (sfera) Ulbricht

Acest tip de fotometru este folosit pentru determinarea eficienţelor surselor luminoase prin măsurarea fluxului luminos integral emis de acestea.

Sfera Ulbrict (figura 1.7) are diametrul mai mare de 1 m, fiind acoperită în interior cu un strat de vopsea albă mată difuzantă. E este un ecran difuzant care împiedică radiaţia luminoasă de la sursa S să ajungă direct la fanta F, care joacă rolul uneia din cele două surse luminoase ale unui fotometru. Cu acesta se determină intensitatea sursei, astfel fluxul putând fi calculat fluxul integral: $\Phi = 4\pi \cdot I$.

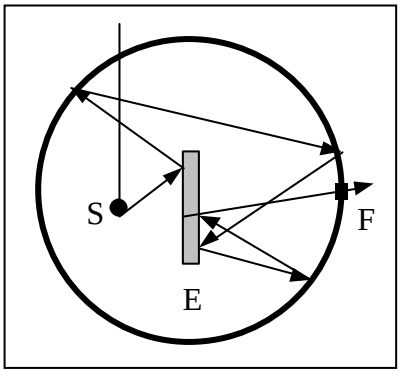


Figura 3. 7

3.3.4. Luxmetre

Luxmetrele sunt aparate folosite în special în tehnica fotografică şi cinematografică, pentru determinarea iluminării unor suprafeţe. Ele folosesc ca receptori fotoelemente, a căror curbă de sensibilitate spectrală se poate aproxima cu cea a ochiului, prin folosirea unor filtre adecvate. Fotoelementul produce la iluminare un fotocurent, a cărui intensitate este proporţională cu iluminarea. În acest fel, se înlocuieşte ochiul cu receptori fizici.

IV. UNDE ELECTROMAGNETICE. PROPRIETĂŢI FUNDAMENTALE

4.1. Ecuaţiile lui Maxwell. Câmp electromagnetic

4.1.1. Ecuaţiile lui Maxwell

Optica ondulatorie este capitolul opticii care studiază fenomenele luminoase considerând lumina ca o undă (undă electromagnetică).

Electrodinamica clasică se bazează pe ipoteza transmiterii prin contiguitate (din aproape în aproape, cu viteză finită) a interacţiunilor electromagnetice prin intermediul câmpului electromagnetic.

La baza electrodinamicii clasice stau *ecuaţiile lui Maxwell*, care descriu fenomenele electrice şi magnetice şi au următoarele forme locale şi integrale:

1) Ecuaţia Maxwell-Faraday (legea inducţiei electromagnetice)

$$\text{rot}\,\vec{E} = \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad ; \quad \oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_{S_\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{S} \qquad (4.\,1)$$

2) Ecuaţia Maxwell-Ampère (legea inducţiei magnetoelectrice)

$$\text{rot}\,\vec{H} = \nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad ; \quad \oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{S_\Gamma} \vec{j} \cdot d\vec{S} + \frac{d}{dt} \int_{S_\Gamma} \vec{D} \cdot d\vec{S} \qquad (4.\,2)$$

3) Legea lui Gauss a fluxului electric

$$\text{div}\vec{D} = \nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad ; \quad \oint_{S} \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_{V} \rho \cdot dV \qquad (4.\,3)$$

4) Legea lui Gauss a fluxului magnetic

$$\text{div}\vec{B} = \nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad ; \quad \oint_{S} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \qquad (4.\,4)$$

Acestor ecuaţii li se asociază relaţiile de material în medii liniare, omogene şi izotrope, de forma:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 (1 + \chi_e) \cdot \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} = \varepsilon \vec{E} \qquad (4.5)$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 (1 + \chi_m) \cdot \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H} \qquad (4.6)$$

unde $\vec{P} = \varepsilon_0 \cdot \chi_e \cdot \vec{E}$ este polarizarea electrică, $\vec{M} = \chi_m \cdot \vec{H}$ este magnetizarea locală, χ_e , χ_m susceptibilităţile electrică, respectiv magnetică ale mediului, ε permitivitatea electrică, μ permeabilitatea magnetică, $\vec{E}$, $\vec{H}$ - intensităţile câmpului electric, respectiv magnetic şi $\vec{D}$, $\vec{B}$ - inducţia electrică, respectiv magnetică.

De asemenea, trebuie adăugate şi relaţiile:

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E} \qquad (4.7)$$

$$\frac{dW}{dv \cdot dt} = \sigma E^2 = \rho j^2 \qquad (4.8)$$

Prima relaţie reprezintă forma locală a *legii lui Ohm* în absenţa surselor de tensiune iar cea de-a doua – forma locală a *legii Joule-Lenz*, în care $\sigma = \frac{1}{\rho}$ este conductivitatea electrică a mediului şi j – densitatea de curent.

Relaţiile anterioare permit determinarea mărimilor care caracterizează câmpul electric $(\vec{E}, \vec{D})$ şi magnetic $(\vec{H}, \vec{B})$ în funcţie de condiţiile iniţiale, condiţiile la limită (de frontieră) şi de caracteristicile electrice şi magnetice ale mediului considerat.

4.1.2. Câmp electromagnetic; energia câmpului electromagnetic

Dacă un sistem de sarcini electrice generează un câmp electric, respectiv magnetic, variabile în timp, aceste câmpuri se generează reciproc (*câmp electromagnetic*). Acest ansamblu de câmpuri variabile în timp se propagă din aproape în aproape printr-un mediu de propagare (sau prin vid)

sub forma unui fenomen periodic în spaţiu şi în timp, numit *undă electromagnetică*.

Mediul de propagare poate avea anumite caracteristici, după cum el este:

- *liniar*, dacă mărimile de material ε, μ, σ nu depind de $\vec{E}$ şi $\vec{H}$;
- *omogen*, dacă ε, μ, σ nu depind de poziţia în mediu;
- *izotrop*, dacă ε, μ, σ nu depind de direcţia aleasă în mediu (sunt mărimi scalare);
- *conservativ*, când fenomenele electromagnetice au loc reversibil (mediul este *disipativ* când fenomenele se produc ireversibil, cu generare de entropie).

Mediul ideal este un mediu liniar, omogen, izotrop şi conservativ. Vidul este un mediu ideal, neutru şi dielectric. *Mediul neutru* are densitatea volumică de sarcini electrice, ρ , nulă, (ρ = 0) iar *mediul dielectric* este caracterizat de valoarea nulă a conductivităţii electrice (σ = 0), adică mediul respectiv nu este parcurs de curenţi electrici, fiind un mediu izolator.

Să scriem ecuaţiile lui Maxwell sub forma:

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{j} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad ; \quad \operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \tag{4. 9}$$

Densitatea volumică de energie a câmpului electromagnetic este dată de relaţia:

$$w = \frac{dW}{dV} = w_e + w_m = \frac{1}{2}\left(\varepsilon E^2 + \mu H^2\right) \tag{4. 10}$$

Energia câmpului electromagnetic dintr-un volum V, mărginit de suprafaţa fixă Σ, este, în regim variabil:

$$W = \frac{1}{2}\int_V \left(\varepsilon E^2 + \mu H^2\right) \cdot dV \tag{4. 11}$$

Viteza de variaţie în timp a energiei câmpului electromagnetic din volumul V este:

$$-\frac{\partial W}{\partial t}=-\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{1}{2}\int_V\left(\varepsilon E^2+\mu H^2\right)\cdot dV\right]=-\int_V\left(\varepsilon\vec{E}\cdot\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}+\mu\vec{H}\cdot\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}\right)\cdot dV$$

Înlocuind în relaţia de mai sus expresiile:

$$\varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}=\nabla\times\vec{H}-\vec{j}\ ,\ \mu\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}=-\nabla\times\vec{E}\ \text{ şi }\ \vec{E}\cdot\nabla\times\vec{H}-\vec{H}\cdot\nabla\times\vec{E}=-\nabla\cdot\left(\vec{E}\times\vec{H}\right),$$

se obţine:

$$-\frac{\partial W}{\partial t}=-\int_V\left(\vec{E}\cdot\nabla\times\vec{H}-\vec{j}\,\vec{E}-\vec{H}\cdot\nabla\times\vec{E}\right)\cdot dV=\int_V\vec{j}\,\vec{E}\cdot dV+\int_V\nabla\cdot\left(\vec{E}\times\vec{H}\right)=$$
$$=\int_V\rho\,j^2\cdot dV+\int_V\left(\nabla\cdot\vec{S}\right)\cdot dV=\int_V\rho\,j^2\cdot dV+\oint_\Sigma\vec{S}\cdot d\vec{S}=P_J+P_{rad}$$

(4. 12)

unde $\vec{E}=\frac{1}{\sigma}\vec{j}=\rho\vec{j}$; ρj^2 reprezintă *densitatea volumică a puterii* disipate prin efect Joule iar $\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}$ este *vectorul Poynting*, care reprezintă *densitatea fluxului de energie radiată* (energia transportată pe direcţia normală prin unitatea de suprafaţă a suprafeţei Σ, în unitatea de timp).

Cum $W=\int_V w\cdot dV$, rezultă:

$$-\int_V\frac{\partial w}{\partial t}dV=\int_V\rho\,j^2\cdot dV+\int_V\left(\nabla\cdot\vec{S}\right)\cdot dV,$$

adică:

$$\frac{\partial w}{\partial t}+\nabla\cdot\vec{S}=\rho\,j^2 \qquad (4.\ 13)$$

Relaţia de mai sus reprezintă forma diferenţială (locală) a legii conservării energiei câmpului electromagnetic.

4.2. Unda electromagnetică. Ecuaţia de propagare. Proprietăţi

4.2.1. Ecuaţia de propagare a undelor electromagnetice

Fie sistemul ecuaţiilor lui Maxwell pentru medii neutre ($\rho = 0$):

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \; ; \; \nabla \cdot \vec{H} = 0 \; ; \; \nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \; ; \; \nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \qquad (4.\,14)$$

Aplicând operatorul rotor ($\nabla\times$) celei de-a treia ecuaţii din cele de mai sus şi folosind identitatea: $\nabla \times (\nabla \times \vec{a}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{a}) - \Delta \vec{a}$, rezultă:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \Delta \vec{E} = -\mu \nabla \times \left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right) = -\mu \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{H})$$

Înlocuind în relaţia de mai sus expresiile lui $\nabla \cdot \vec{E}$ şi $\nabla \times \vec{H}$ din ecuaţiile lui Maxwell (4.14), rezultă:

$$\Delta \vec{E} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \qquad (4.\,15)$$

În mod similar,

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{H}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{H}) - \Delta \vec{H} = -\sigma \cdot \nabla \times \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{E})$$

şi înlocuind în relaţia de mai sus expresiile lui $\nabla \cdot \vec{H}$ şi $\nabla \times \vec{E}$ din ecuaţiile lui Maxwell (4.14), rezultă:

$$\Delta \vec{H} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = \mu \sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \qquad (4.\,16)$$

Dacă mediul este dielectric ($\sigma = 0$), relaţiile (4.15), respectiv (4.16) devin:

$$\Delta \vec{E} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad ; \quad \Delta \vec{H} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0 \qquad (4.\,17)$$

Se constată cu uşurinţă că relaţiile (4.17) sunt formal identice cu ecuaţia undei armonice plane,

$$\Delta\Psi - \frac{1}{v^2}\cdot\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} = 0\,,$$

cu soluţii de forma: $\Psi(\vec{r},t) = \Psi_0 \cdot e^{i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})}$ sau $\Psi(\vec{r},t) = \Psi_0 \cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})$, descriind propagarea spaţio-temporală a mărimii asupra căreia acţionează operatorul ($\vec{E}$ sau $\vec{H}$). Rezultă deci că aceste ecuaţii descriu propagarea câmpului electromagnetic (ansamblul de câmpuri electrice şi magnetice) în mediul caracterizat de ε şi μ sub forma unei unde electromagnetice.

Viteza de propagare a undei electromagnetice, v, se determină din condiţia:

$$\varepsilon\mu = \frac{1}{v^2} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \tag{4. 18}$$

Expresia vitezei de propagare poate fi scrisă şi sub forma:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r\varepsilon_0\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}$$

unde

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \approx 3\cdot 10^8 \text{ m/s} \tag{4. 19}$$

este viteza de propagare a undei electromagnetice în vid.

Se defineşte *indicele de refracţie* al unui mediu oarecare sub forma:

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\varepsilon_r\mu_r} \tag{4. 20}$$

În cazul când mediul este diamagnetic (μ_r = 1), expresia indicelui de refracţie este:

$$n = \sqrt{\varepsilon_r} \tag{4. 21}$$

Soluţiile ecuaţiei undelor pentru câmpurile $\vec{E}$ şi $\vec{H}$ sunt:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \cdot e^{i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})} \text{ sau } \vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r}) \tag{4. 22}$$

$$\vec{H}(\vec{r},t)=\vec{H}_0\cdot e^{i\left(\omega t-\vec{k}\cdot\vec{r}\right)}\ \text{ sau }\ \vec{H}(\vec{r},t)=\vec{H}_0\cos\left(\omega t-\vec{k}\cdot\vec{r}\right) \qquad (4.\ 23)$$

unde

$$\vec{k}=\frac{2\pi}{\lambda}\vec{u}=\frac{\omega}{v}\vec{u} \qquad (4.\ 24)$$

este *vectorul de undă*, $\vec{u}$ - *versorul direcţiei de propagare* a undei şi $\lambda=v\cdot T=\frac{v}{\nu}$ *lungimea de undă* a undei.

4.2.2. Proprietăţile undelor electromagnetice

Fie o funcţie de forma:

$$\vec{\Psi}(\vec{r},t)=\vec{\Psi}_0\cdot e^{i\left(\omega t-\vec{k}\cdot\vec{r}\right)}=\vec{\Psi}_0(\vec{r})\cdot e^{i\omega t}.$$

Să enumerăm câteva din proprietăţile acesteia:

1) $\frac{\partial\vec{\Psi}}{\partial t}=i\omega\cdot\vec{\Psi}_0(\vec{r})\cdot e^{i\omega t}=i\omega\cdot\vec{\Psi}$; $\frac{\partial^2\vec{\Psi}}{\partial^2 t}=(i\omega)^2\cdot\vec{\Psi}=-\omega^2\cdot\vec{\Psi}$

2) Aplicarea operatorului $\nabla\cdot$ asupra funcţiei $\vec{\Psi}$ înseamnă multiplicarea acesteia cu factorul $-i\cdot\vec{k}$

Astfel, dacă:

$$\vec{\Psi}=\Psi_x\cdot\vec{u}_x+\Psi_y\cdot\vec{u}_y+\Psi_z\cdot\vec{u}_z=\vec{u}_x\cdot\Psi_{0x}\cdot e^{i\left(\omega t-x\cdot k_x-y\cdot k_y-z\cdot k_z\right)}+$$
$$+\vec{u}_y\cdot\Psi_{0y}\cdot e^{i\left(\omega t-x\cdot k_x-y\cdot k_y-z\cdot k_z\right)}+\vec{u}_z\cdot\Psi_{0z}\cdot e^{i\left(\omega t-x\cdot k_x-y\cdot k_y-z\cdot k_z\right)}$$

unde $\vec{u}_x$, $\vec{u}_y$, $\vec{u}_z$ sunt versorii axelor Ox, Oy, respectiv Oz, atunci:

$$\nabla\cdot\vec{\Psi}=\frac{\partial\Psi_x}{\partial x}+\frac{\partial\Psi_y}{\partial y}+\frac{\partial\Psi_z}{\partial z}=-ik_x\cdot\Psi_x-ik_y\cdot\Psi_y-ik_z\cdot\Psi_z=-i\vec{k}\cdot\vec{\Psi}$$

Deci, $\nabla\cdot\vec{\Psi}=-i\vec{k}\cdot\vec{\Psi}$.

În mod asemănător, se poate arăta că $\nabla\times\vec{\Psi}=-i\vec{k}\times\vec{\Psi}$

3) Soluţiile ecuaţiilor lui Maxwell, $\vec{E}$ şi $\vec{H}$ fiind de forma funcţiei $\vec{\Psi}$, aceste ecuaţii, în cazul mediilor neutre şi dielectrice, devin:

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \;\Rightarrow\; i\vec{k} \cdot \vec{E} = 0 \tag{4. 25}$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0 \;\Rightarrow\; i\vec{k} \cdot \vec{H} = 0 \tag{4. 26}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \;\Rightarrow\; \vec{k} \times \vec{E} = \omega \mu \vec{H} \tag{4. 27}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \;\Rightarrow\; \vec{k} \times \vec{H} = -\omega \varepsilon \vec{E} \tag{4. 28}$$

Analizând relaţiile de mai sus, rezultă că vectorii $\vec{k}$, $\vec{E}$ şi $\vec{H}$ sunt perpendiculari unul pe celălalt, formând un triedru ortogonal, ceea ce conferă următoarele proprietăţi undelor electromagnetice:

1. Undele electromagnetice sunt unde transversale (direcţia de oscilaţie a vectorilor $\vec{E}$ şi $\vec{H}$ este perpendiculară pe direcţia de propagare, care este cea a vectorului de undă, $\vec{k}$; $\vec{E}$ şi $\vec{H}$ sunt perpendiculari unul pe celălalt).

De exemplu, din relaţia (4.27) rezultă:

$$\vec{H} = \frac{\vec{k}}{\omega\mu} \times \vec{E} = \frac{\frac{\omega}{v}\vec{u}}{\omega\mu} \times \vec{E} = \frac{\sqrt{\varepsilon\mu} \cdot \vec{u}}{\mu} \times \vec{E}$$, deci

$$\vec{H} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot \vec{u} \times \vec{E} \tag{4. 29}$$

Analog, din relaţia (4.28), se obţine:

$$\vec{E} = -\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot \vec{u} \times \vec{H} \tag{4. 30}$$

Mărimea:

$$Z = \frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \tag{4. 31}$$

se numeşte *impedanţa mediului* şi are în vid valoarea $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi\,\Omega$.

2. Vectorii $\vec{E}$ şi $\vec{H}$ oscilează în fază.
3. Energia undei este distribuită în mod egal între componentele electrică şi magnetică.

În modul, relaţia (4.27) se scrie:

$$kE = \omega\mu H \Leftrightarrow \frac{\omega}{v}E = \omega\mu H \Leftrightarrow \sqrt{\varepsilon\mu}\cdot E \Leftrightarrow \sqrt{\varepsilon}\cdot E = \sqrt{\mu}\cdot H$$

De aici, rezultă că densitatea volumică de energie a câmpului electric, respectiv a câmpului magnetic se află în relaţia:

$$w_e = \frac{\varepsilon E^2}{2} = w_m = \frac{\mu H^2}{2} \qquad (4.\ 32)$$

$$w_{em} = w_e + w_m = \frac{1}{2}\left(\varepsilon E^2 + \mu H^2\right) = \varepsilon E^2 = \mu H^2 \qquad (4.\ 33)$$

Proprietăţile undelor electromagnetice sunt reprezentate în figura 4.1.

Vectorul Poynting, $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$, are direcţia versorului $\vec{u}$ al direcţiei de propagare, fapt ce rezultă din relaţia (4.29).

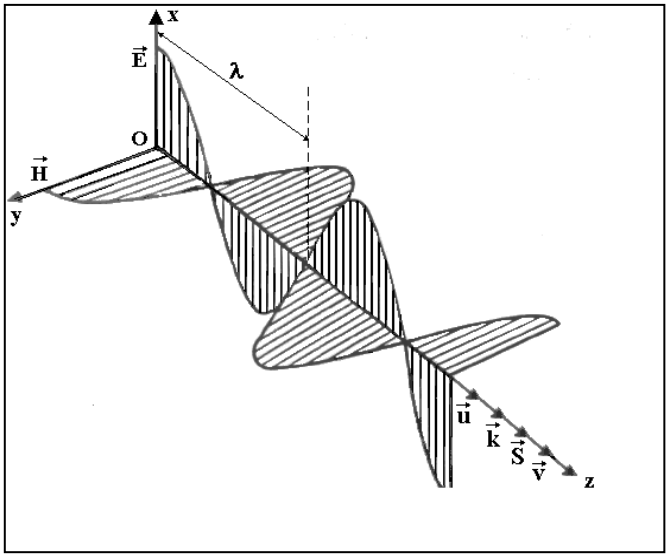


Figura 4. 1

Se defineşte *intensitatea undei electromagnetice* ca fiind numeric egală cu energia electromagnetică ce străbate în unitatea de timp unitatea de suprafaţă perpendiculară pe direcţia de propagare:

$$I = \frac{dW}{dS_n dt} = \frac{v \cdot dW}{dS_n \cdot v \cdot dt} = \frac{v \cdot dW}{dV} = v \cdot w \qquad (4.\ 34)$$

Ţinând cont şi de relaţia (4.33), se obţine:

$$I = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \cdot \varepsilon E^2 = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot E^2 = \frac{H}{E} \cdot E^2 = H \cdot E = \left|\vec{E} \times \vec{H}\right| = \left|\vec{S}\right| \qquad (4.\ 35)$$

Relaţia de mai sus ne arată semnificaţia fizică a vectorului Poynting, modulului acestuia fiind egal cu intensitatea undei electromagnetice.

În cazul unei unde armonice plane, $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cos\left(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}\right)$, intensitatea undei are expresia:

$$I = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot E_0^2 \cdot \cos^2\left(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}\right) \qquad (4.\ 36)$$

Aceasta reprezintă valoarea instantanee, valoarea medie fiind:

$$\langle I \rangle = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot E_0^2 \qquad (4.\ 37)$$

4.2.3. Spectrul undelor electromagnetice

Undele electromagnetice, cu proprietăţile generale amintite, au frecvenţe şi lungimi de undă diferite, energii, efecte şi mecanisme de producere diferite. Astfel, ele se clasifică după lungimea de undă în felul următor:

1. <u>Unde hertziene (radio)</u> ($\lambda > 1$ m) sunt produse în circuite oscilante, fiind folosite în comunicaţii radio şi televiziune. Ele se împart, la rândul lor, în:
   a) unde lungi ($\lambda > 10^3$ m)
   b) unde medii ($\lambda \sim 10^2 \div 10^3$ m)
   c) unde scurte ($\lambda \sim 10 \div 10^2$ m)
   d) unde ultrascurte ($\lambda \sim 1 \div 10$ m)

2. Microunde ($\lambda \sim 10^{-1} \div 1$ m); sunt produse în cavităţi rezonante, folosite în radiolocaţie, telecomunicaţii prin satelit etc.
3. Radiaţii infraroşii ($\lambda \sim 10^{-3} \div 10^{-7}$ m); sunt produse de corpurile calde; pentru optica radiaţiilor infraroşii sunt folosite halogenuri ale metalelor alcaline; sunt detectate prin efecte de încălzire (bolometre bazate pe dependenţa rezistenţei electrice de temperatură, termocuple, termistori)
4. Radiaţii vizibile (lumină) ($\lambda \sim 4 \cdot 10^{-7} \div 7{,}5 \cdot 10^{-7}$ m), produse de surse incandescente, tuburi de descărcare electrică etc. prin intermediul sarcinilor electrice din atomi, aflate în mişcare accelerată. Detectorii folosiţi sunt ochiul, plăcile şi filmele fotografice, fotocelulele etc.
5. Radiaţii ultraviolete ($\lambda \sim 10^{-7} \div 10^{-8}$ m); sunt emise prin tranziţiile electronilor din straturile periferice ale atomilor. Optica folosită este din cuarţ, fluorină. Ca detectori sunt folosite plăcile fotografice sensibile în domeniul ultraviolet, fotomultiplicatori, fotocelule.
6. Radiaţii X şi γ ($\lambda < 10^{-8}$ m). Radiaţiile X (Roentgen) sunt produse prin tranziţiile electronilor din straturile interioare ale atomilor (radiaţia X caracteristică) şi prin mişcarea accelerată a electronilor în câmpul electric al nucleelor atomice (radiaţie X de frânare). Radiaţiile γ sunt emise de nucleele atomilor, la tranziţiile acestora între diferite niveluri energetice. Aceste radiaţii sunt studiate prin fenomenul de difracţie pe reţele cristaline şi sunt puse în evidenţă prin emulsii fotografice, detectori bazaţi pe efectul Compton, altte tipuri de detectori de radiaţii nucleare. Ele au energii foarte mari, sunt penetrante, motiv pentru care produc numeroase efecte la trecerea prin substanţă, inclusiv efecte biologice şi genetice.

4.2.4. Starea de polarizare a undelor electromagnetice

Dacă în timpul propagării undei planele de oscilaţie ale vectorilor $\vec{E}$ şi $\vec{H}$ ai undei electromagnetice rămân aceleaşi (nu se modifică în timp), unda este o *undă liniar (plan) polarizată*. Planul de oscilaţie al vectorului $\vec{E}$ se numeşte *plan de vibraţie,* iar planul de oscilaţie al vectorului $\vec{H}$ se numeşte *plan de polarizare*.

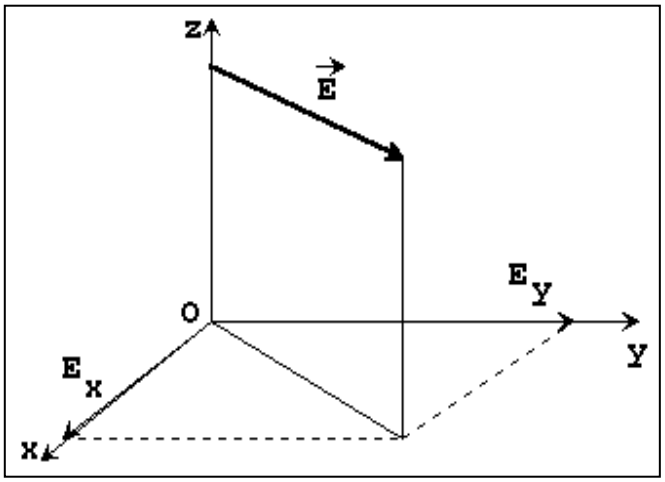


Figura 4. 2

Fie Oz direcţia de propagare a undei electromagnetice. Vectorul $\vec{E}$ (vectorul luminos) oscilează perpendicular pe direcţia de propagare.

Proiecţia acestui vector în planul xOy se poate descompune pe direcţiile Ox şi Oy (figura 4.2), iar oscilaţiile pe aceste direcţii sunt în general defazate între ele cu un unghi oarecare, φ. Atunci,

$$E_x = E_{0x}\cdot\cos\omega t \quad ; E_y = E_{0y}\cdot\cos(\omega t + \varphi) \qquad (4.\ 38)$$

unde E_{0x} şi E_{0y} reprezintă amplitudinile componentelor vectorului $\vec{E}$ pe direcţiile Ox, respectiv Oy.

Din relaţiile (4.38) rezultă:

$$\cos\omega t = \frac{E_x}{E_{0x}}\ ;\ \frac{E_y}{E_{0y}} = \cos\omega t\cdot\cos\varphi - \sin\omega t\cdot\sin\varphi = \frac{E_x}{E_{0x}}\cos\varphi - \sqrt{1-\frac{E_x^2}{E_{0x}^2}}\cdot\sin\varphi$$

Regrupând termenii şi ridicând relaţia la pătrat, se obţine:

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}}\cos\varphi\right)^2 = \left(1-\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\cdot\sin^2\varphi$$

Rezultă:

$$\frac{E_y^2}{E_{0y}^2} + \frac{E_x^2}{E_{0x}^2} - 2\frac{E_x E_y}{E_{0x}E_{0y}}\cdot\cos\varphi = \sin^2\varphi \qquad (4.\ 39)$$

Relaţia de mai sus este din punct de vedere formal ecuaţia unei elipse care reprezintă proiecţia în planul (xOy) a curbei descrise de vârful vectorului $\vec{E}$ în timpul propagării (figura 4.3). Elipsa este înscrisă într-un dreptunghi cu laturile paralele cu axele şi având lungimea egală cu $2\cdot E_{0x}$, respectiv $2\cdot E_{0y}$, axele elipsei fiind rotite cu unghiul θ faţă de axele de coordonate.

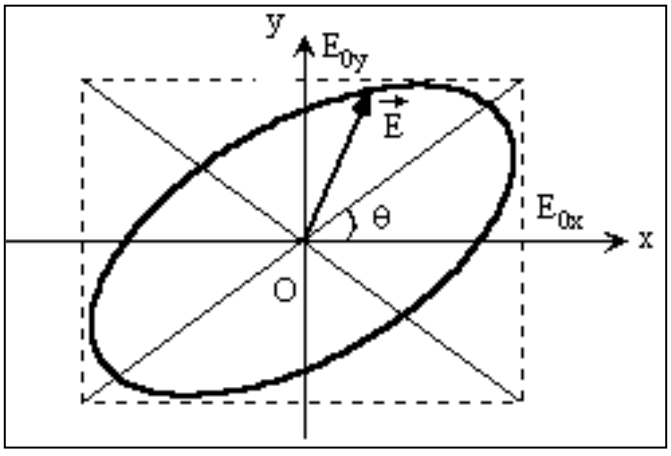


Figura 4. 3

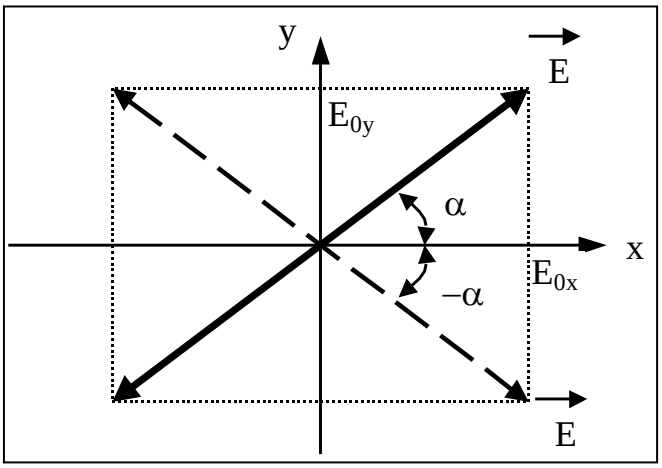
Unda pentru care proiecţia vârfului vectorului $\vec{E}$ descrie o elipsă într-un plan perpendicular pe direcţia de propagare se numeşte *undă polarizată eliptic*. Forma şi orientarea elipsei depind de

amplitudinile E_{0x} şi E_{0y} şi de defazajul φ dintre oscilaţiile pe cele două axe, Ox şi Oy.

Cazuri particulare

1. $\varphi = 2m\pi$ ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$), $\sin\varphi = 0$, $\cos\varphi = 1$ şi rezultă:

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0y}}\right)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad E_y = \frac{E_{0y}}{E_{0x}} \cdot E_x \ ,$$



aceasta reprezentând ecuaţia unei drepte din cadranele 1 şi 3, de pantă $\operatorname{tg}\alpha = \frac{E_{0y}}{E_{0x}}$.

În acest caz, unda este o *undă liniar polarizată* (figura 4.4).

Figura 4. 4

2. $\varphi = (2m + 1)\cdot\pi$

($m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$), $\sin\varphi = 0$, $\cos\varphi = -1$ şi rezultă:

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}} + \frac{E_x}{E_{0y}}\right)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad E_y = -\frac{E_{0y}}{E_{0x}} \cdot E_x \ ,$$

aceasta reprezentând ecuaţia unei drepte din cadranele 2 şi 4, de pantă $\operatorname{tg}(-\alpha) = -\frac{E_{0y}}{E_{0x}}$. În acest caz, unda este tot o *undă liniar polarizată* (figura 4.4, segmentul punctat).

3. $\varphi = (2m+1)\cdot\frac{\pi}{2}$ (m = 0, ± 1 , ± 2 , ± 3 , …), $\sin\varphi = 1$, $\cos\varphi = 0$ şi rezultă: $\frac{E_y^2}{E_{0y}^2} + \frac{E_x^2}{E_{0x}^2} = 1$, aceasta reprezentând ecuaţia unei elipse cu axele pe direcţia axelor de coordonate (figura 4.5). În acest caz, dacă $\varphi = \frac{\pi}{2}$, unda este o *undă polarizată eliptic drept* iar dacă $\varphi = \frac{3\pi}{2}$, unda este o *undă polarizată eliptic stâng*.

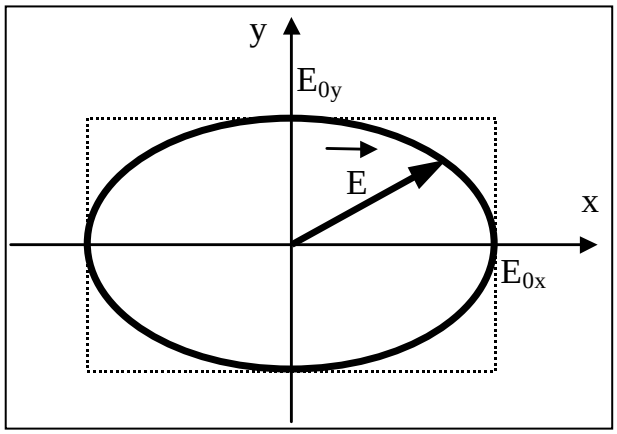


Figura 4. 5

4. Dacă $E_{0x} = E_{0y} = E_0$, se obţine $E_x^2 + E_y^2 = E_0^2$, care este ecuaţia unui cerc, unda fiind o *undă circular polarizată*.

Dacă vectorul $\vec{E}$ al undei oscilează în mod egal pe toate direcţiile situate într-un plan perpendicular pe direcţia de propagare, unda electromagnetică este o *undă nepolarizată* (figura 4.6).

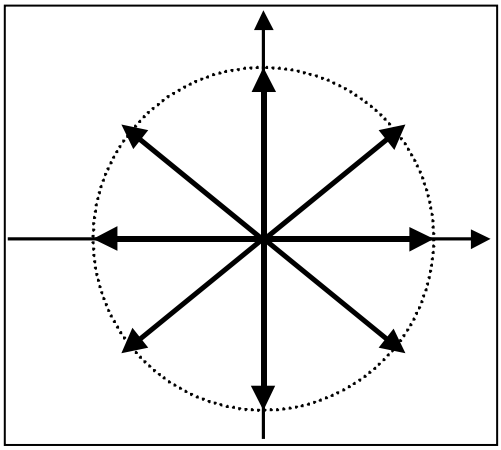


Figura 4. 6

Lumina naturală – emisă de Soare, surse incandescente, tuburi de descărcare în gaze – este nepolarizată. Atomii emit lumină un timp foarte scurt (10^{-8} s), la momente întâmplătoare. Ei pot fi consideraţi drept dipoli oscilanţi care emit o undă de durată finită (*tren de undă*), în care vectorul $\vec{E}$ este paralel

cu axa dipolului. Fiecare tren de undă (undă elementară) emis de un atom este o undă polarizată liniar. Sursele naturale conţin un număr foarte mare de dipoli care emit trenuri de undă în mod haotic şi ale căror axe sunt orientate izotrop în spaţiu. Ca urmare, este evident că lumina naturală este o suprapunere de unde elementare emise de dipolii sursei şi este deci nepolarizată.

Din interacţiunea luminii cu diferite sisteme optice se poate obţine o *undă parţial polarizată* (figura 4.7), la care există o direcţie de oscilaţie privilegiată (1 – 1'), faţă de direcţia perpendiculară (2 – 2'). Dacă I_1 şi I_2 sunt intensităţile componentelor undei care oscilează pe direcţia (1 – 1'), respectiv (2 – 2'), se defineşte *gradul de polarizare*:

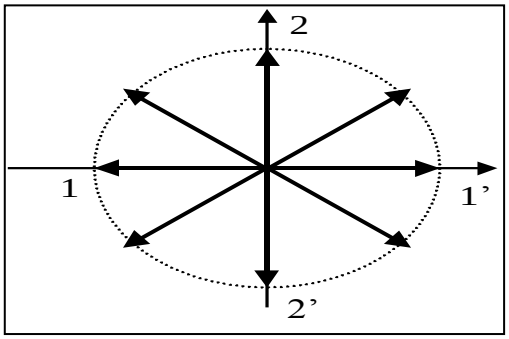


Figura 4. 7

$$P = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} \qquad (4.\ 40)$$

Dacă $P = 0$, $I_1 = I_2$, lumina este nepolarizată, iar dacă $P = 1$, $I_2 = 0$, lumina estetotal (liniar) polarizată; pentru $0 < P < 1$ lumina este parţial polarizată.

4.3. Aplicaţii

- *Să se arate că există o funcţie vectorială,* $\vec{A}(\vec{r}, t)$ *şi o funcţie scalară,* $\varphi(\vec{r}, t)$*, astfel încât, conform ecuaţiilor lui Maxwell, componentele* $\vec{E}$ *şi* $\vec{H}$ *ale câmpului electromagnetic se pot exprima prin relaţiile:*

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \ ; \ E = \nabla \cdot \varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

Să se arate că aceste funcţii nu sunt univoc definite.

Rezolvare

Sunt cunoscute identităţile: $\nabla\cdot\left(\nabla\times\vec{f}\right)=0$; $\nabla\times\left(\nabla\cdot f\right)=0$.

Din ecuaţiile lui Maxwell, rezultă:

$$\nabla\cdot\vec{B}=0 \Rightarrow \vec{B}=\nabla\times\vec{A}$$

$$\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}=-\frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla\times\vec{A}\right)=-\nabla\times\left(\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}\right) \Rightarrow \nabla\times\left(\vec{E}+\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}\right)=0, \text{ deci}$$

$$\vec{E}+\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}=\nabla\cdot\varphi \quad , \quad \vec{E}=\nabla\cdot\varphi-\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$$

$\vec{A}$ se numeşte potenţial vector iar φ potenţial scalar ale câmpului electromagnetic. Ţinând cont de indentităţile amintite iniţial, rezultă că există o funcţie ψ, astfel încât, dacă $\vec{A}'=\vec{A}+\nabla\cdot\varphi$, atunci:

$$\vec{B}'=\nabla\times\vec{A}'=\nabla\times\left(\vec{A}+\nabla\cdot\varphi\right)=\nabla\times\vec{A}+\nabla\times\left(\nabla\cdot\varphi\right)=\nabla\times\vec{A}=\vec{B}$$

deci potenţialul vector, $\vec{A}$, este definit până la un termen reprezentând gradientul unei funcţii scalare, Ψ.

Dacă $\varphi'=\varphi+\frac{\partial\psi}{\partial t}$, atunci:

$$\vec{E}'=\nabla\cdot\varphi'-\frac{\partial\vec{A}'}{\partial t}=\nabla\cdot\varphi+\nabla\cdot\frac{\partial\psi}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{A}+\nabla\cdot\psi\right)=\nabla\cdot\varphi+\frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla\cdot\psi\right)-\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}-$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla\cdot\psi\right)=\nabla\cdot\varphi-\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}=\vec{E}$$

Deci, potenţialul scalar, φ, este definit până la un termen reprezentând derivata în funcţie de timp a funcţiei scalare ψ, a potenţialului vector, $\vec{A}$.

- *Fie o undă electromagnetică armonică plană, cu lungimea de undă $\lambda = 10^{-7}$ m, care se propagă în vid pe direcţia axei Oz. Amplitudinea câmpului electric este $E_0 = 10$ V/m, oscilaţia acestuia având loc pe direcţia*

Ox. Să se determine vectorul de undă, frecvenţa, vectorul Poynting şi intensitatea medie a undei şi să se scrie ecuaţiile componentelor electrică, $\vec{E}(z,t)$, *şi magnetică,* $\vec{B}(z,t)$.

Rezolvare:

$c = 3\cdot 10^8$ m/s ; $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = 2\pi\cdot 10^7\ m^{-1}$; $\vec{k} = 2\pi\cdot 10^7\cdot\vec{u}_z$; $\vec{r} = z\cdot\vec{u}_z$;

$k = \dfrac{\omega}{c} \Rightarrow \quad \omega = c\cdot k = 6\pi\cdot 10^{15}\ s^{-1}$; $\nu = \dfrac{\omega}{2\pi} = 3\cdot 10^{15}$ Hz.

$\sqrt{\varepsilon_0}\cdot E_0 = \sqrt{\mu_0}\cdot H_0 \Rightarrow H_0 = \sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\cdot E_0 = \dfrac{10}{120\cdot\pi} = \dfrac{1}{12\cdot\pi}\ \dfrac{A}{m}$ pe direcţia Oy.

$$\vec{E}(z,t) = E_0\cdot\cos\left(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r}\right) = 10\cdot\vec{u}_x\cdot\cos\left(6\pi\cdot 10^{15}\cdot t - 2\pi\cdot 10^7\cdot z\right)\ \frac{V}{m}$$

$$\vec{H}(z,t) = H_0\cdot\cos\left(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r}\right) = \frac{1}{12\cdot\pi}\cdot\vec{u}_y\cdot\cos\left(6\pi\cdot 10^{15}\cdot t - 2\pi\cdot 10^7\cdot z\right)\ \frac{A}{m}$$

$$\vec{S} = \vec{E}\times\vec{H} = \begin{vmatrix} \vec{u}_x & \vec{u}_y & \vec{u}_z \\ 10 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{12\cdot\pi} & 0 \end{vmatrix}\cdot\cos^2\left(6\pi\cdot 10^{15}\cdot t - 2\pi\cdot 10^7\cdot z\right) =$$

$$= \frac{5}{6\pi}\cdot\vec{u}_z\cdot\cos^2\left(6\pi\cdot 10^{15}\cdot t - 2\pi\cdot 10^7\cdot z\right)$$

$$I_m = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\cdot E_0^2 = \frac{1}{2}\cdot\left\langle\left|\vec{E}\times\vec{H}\right|\right\rangle = \frac{5}{12\cdot\pi}\ \frac{W}{m^2}$$

- *O undă electromagnetică armonică plană se propagă în vid, astfel încât câmpul electric variază după legea:*

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}(x,y,t) = \left(6\cdot\vec{u}_x + E_{0y}\cdot\vec{u}_y\right)\cdot e^{i\cdot[\omega t-(4x+3y)]}\ \left(\frac{V}{m}\right)$$

Să se determine:

- *expresiile vectorului de undă şi versorului direcţiei de propagare;*
- *lungimea de undă, frecvenţa şi amplitudinea undei,*

- *legea de variaţie a câmpului magnetic al undei;*
- *expresia vectorului Poynting şi modulul său (intensitatea undei).*

Rezolvare:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot e^{i\cdot(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})} = \left(E_{0x}\cdot\vec{u}_x + E_{0y}\cdot\vec{u}_y + E_{0z}\cdot\vec{u}_z\right)\cdot e^{i\cdot\left[\omega t-\left(x\cdot k_x + y\cdot k_y + z\cdot k_z\right)\right]}.$$

$E_{0x} = 6$; $E_{0z} = 0$; $\vec{k}\cdot\vec{r} = k_x\cdot x + k_y\cdot y + k_z\cdot z = 4x + 3y \Rightarrow k_x = 4$, $k_y = 3$,$k_z = 0$

$$\vec{k} = 4\cdot\vec{u}_x + 3\cdot\vec{u}_y \ ; \ \left|\vec{k}\right| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} = 5 \ ; \ \vec{u} = \frac{\vec{k}}{\left|\vec{k}\right|} = \frac{4}{5}\cdot\vec{u}_x + \frac{3}{5}\cdot\vec{u}_y$$

$$\left|\vec{k}\right| = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{5}\ \text{m} \ ; \ \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{15}{2\pi}\cdot 10^8\ \text{Hz}$$

Unda fiind transversală, $\vec{k}\cdot\vec{E}_0 = 0$; $\vec{k}\cdot\vec{E}_0 = 4\cdot 6 + 3\cdot E_{0y} = 0 \Rightarrow E_{0y} = -8$ V/m

$$E_0 = \sqrt{E_{0x}^2 + E_{0y}^2 + E_{0z}^2} = 10\ \text{V/m}$$

$$\vec{H}_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\cdot\left(\vec{u}\times\vec{E}_0\right) = \frac{1}{120\pi}\cdot\left(\vec{u}\times\vec{E}_0\right) = \frac{1}{120\pi}\cdot\begin{vmatrix}\vec{u}_x & \vec{u}_y & \vec{u}_z\\ \frac{4}{5} & \frac{3}{5} & 0\\ 6 & -8 & 0\end{vmatrix} =$$

$$= \frac{1}{120\pi}\cdot\left(-\frac{32}{5} - \frac{18}{5}\right)\cdot\vec{u}_z = -\frac{1}{12\pi}\cdot\vec{u}_z \ ; \ H_{0x} = H_{0y} = 0 \ ; \ H_{oz} = -\frac{1}{12\pi}\ \text{A/m}$$

$$\vec{H}(\vec{r},t) = -\frac{1}{12\pi}\cdot\vec{u}_z\cdot e^{i\left[15\cdot 10^8\cdot t-(4x+3y)\right]}$$

$$\vec{S} = \vec{E}\times\vec{H} = e^{2i\cdot\left[15\cdot 10^8\cdot t-(4x+3y)\right]}\cdot\begin{vmatrix}\vec{u}_x & \vec{u}_y & \vec{u}_z\\ 6 & -8 & 0\\ 6 & -8 & -\frac{1}{12\pi}\end{vmatrix} =$$

$$= \left(\frac{8}{12\pi}\cdot\vec{u}_x + \frac{6}{12\pi}\cdot\vec{u}_y\right)\cdot e^{2i\cdot\left[15\cdot 10^8\cdot t-(4x+3y)\right]}$$

$$\left|\vec{S}\right| = \vec{S}\cdot\vec{S}^* = \sqrt{\frac{64}{(12\pi)^2} + \frac{36}{(12\pi)^2}} = \frac{10}{12\pi}\ \text{W/m}^2$$

- *Să se indice starea de polarizare a undelor electromagnetice reprezentate prin următoarele ecuaţii:*

a) $E_x = 2 \cdot \cos(\omega t - kz)$; $E_y = 4 \cdot \cos(\omega t - kz)$;

b) $E_x = 2 \cdot \cos(\omega t - kz)$; $E_y = 2 \cdot \sin(\omega t - kz)$;

c) $E_x = 2 \cdot \cos(\omega t - kz)$; $E_y = 4 \cdot \cos\left(\omega t - kx + \frac{\pi}{2}\right)$.

Rezolvare:

a) $\frac{E_y}{E_x} = 2$ – undă liniar polarizată;

b) $E_x^2 + E_y^2 = 4$ – undă circular polarizată;

c) $\frac{E_x^2}{4} + \frac{E_y^2}{16} = 1$ – undă eliptic polarizată;

V. FENOMENE CARE SE PRODUC LA TRECEREA LUMINII PRIN SUPRAFAŢA DE SEPARARE A DOUĂ MEDII

5.1. Reflexia şi refracţia undelor electromagnetice

Să considerăm suprafaţa Σ, ce separă două medii omogene, izotrope, liniare şi semiinfinite, cu constantele de mediu ε_1 , μ_1 , respectiv ε_2 , μ_2; la frecvenţe optice, $\mu_1 \approx 1$ şi $n \approx \sqrt{\varepsilon_r}$.

Dacă pe suprafaţa de separare nu există curenţi şi sarcini electrice, componentele tangenţiale (paralele cu suprafaţa de separare) ale vectorilor $\vec{E}$ şi $\vec{H}$ se conservă.

Fie undele *incidentă*, *reflectată* şi *transmisă*, ale căror ecuaţii sunt:

$$\begin{cases} \text{- ecuaţia undei incidente: } \vec{E} = \vec{E}_0 \cdot e^{i\left(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r}\right)} \\ \text{- ecuaţia undei reflectate: } \vec{E}' = \vec{E}'_0 \cdot e^{i\left(\omega' t - \vec{k}'\cdot\vec{r}\right)} \\ \text{- ecuaţia undei transmise: } \vec{E}'' = \vec{E}''_0 \cdot e^{i\left(\omega'' t - \vec{k}''\cdot\vec{r}\right)} \end{cases} \qquad (5.\ 1)$$

Vectorii intensitate a câmpului magnetic ai celor trei unde sunt (conform relaţiei 4.29):

$$\vec{H} = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}\left(\vec{u}\times\vec{E}\right);\ \vec{H}' = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}\left(\vec{u}'\times\vec{E}'\right);\ \vec{H}'' = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}}\left(\vec{u}''\times\vec{E}''\right) \qquad (5.\ 2)$$

unde $\vec{u}, \vec{u}', \vec{u}''$ sunt versorii direcţiilor de propagare ai undelor incidentă, reflectată, respectiv transmisă.

În modul, relaţiile (5.2) pot fi scrise sub forma:

$$H \sim n_1 \cdot E\ ;\ H' \sim n_1 \cdot E'\ ;\ H'' \sim n_1 \cdot E'' \qquad (5.\ 3)$$

Planul determinat de direcţia undei incidente şi normala la suprafaţa de separare, Σ, se numeşte *plan de incidenţă*. Vectorii $\vec{E}$ şi $\vec{H}$ pot fi descompuşi

în componente paralele cu planul de incidenţă (E_p, H_p) şi perpendiculare pe planul de incidenţă (E_s, H_s):

$$\vec{E} = \vec{E}_s + \vec{E}_p \;;\; \vec{E}' = \vec{E}'_s + \vec{E}'_p \;;\; \vec{E}'' = \vec{E}''_s + \vec{E}''_p$$
$$\vec{H} = \vec{H}_s + \vec{H}_p \;;\; \vec{H}' = \vec{H}'_s + \vec{H}'_p \;;\; \vec{H}'' = \vec{H}''_s + \vec{H}''_p$$

Fie componentele E_s ale undei luminoase în cazul când undele incidentă, reflectată şi transmisă formează unghiurile α, α' şi α'' cu normala la suprafaţa Σ în punctul de incidenţă (figura 5.1). Folosim un sistem de coordonate având originea în punctul de incidenţă, axa Oz orientată pe direcţia normalei la suprafaţa Σ, axa Ox tangentă la suprafaţa Σ, axa şi conţinută în planul de incidenţă şi axa Oy normală la planul de incidenţă (planul xOz este deci planul de incidenţă).

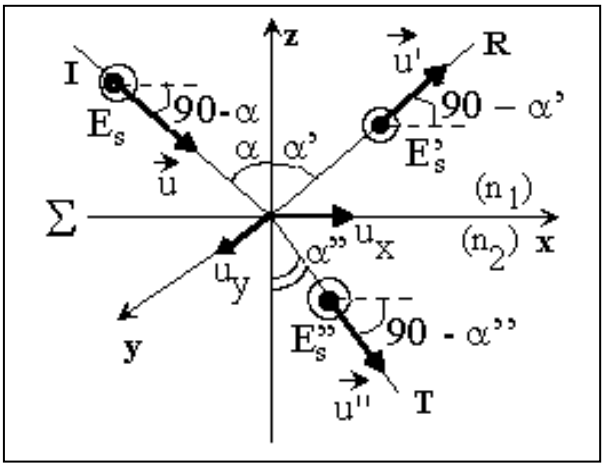


Figura 5. 1

Conservarea componentei tangenţiale a vectorului luminos, $\vec{E}$, impune ca:

$$\left(E_s + E'_s\right)_\Sigma = \left(E''_s\right)_\Sigma \qquad (5.\,4)$$

$$E_{0s} \cdot e^{i\left(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r}\right)} + E'_{0s} \cdot e^{i\left(\omega' t - \vec{k}'\cdot\vec{r}\right)} = E''_{0s} \cdot e^{i\left(\omega'' t - \vec{k}''\cdot\vec{r}\right)} \qquad (5.\,5)$$

Amplitudinile E_{os}, E'_{os} şi E''_{os} fiind constante, relaţia (5.5) poate fi adevărată la orice moment t şi în orice punct de pe suprafaţa Σ (orice $\vec{r}$), numai dacă exponenţii sunt egali, adică:

$$\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} = \omega' t - \vec{k}'\cdot\vec{r} = \omega'' t - \vec{k}''\cdot\vec{r} \qquad (5.\,6)$$

ceea ce implică:

$$\omega = \omega' = \omega''$$

Deci, **frecvenţa undei nu se modifică la reflexie şi refracţie**.

$\vec{k}\cdot\vec{r} = \vec{k}'\cdot\vec{r} = \vec{k}''\cdot\vec{r}$, ceea ce se mai poate scrie sub forma:

$$\frac{\omega}{v_1}\vec{u}\cdot\vec{r} = \frac{\omega}{v_1}\vec{u}'\cdot\vec{r} = \frac{\omega}{v_2}\vec{u}''\cdot\vec{r} \qquad (5.\ 7)$$

sau

$$\vec{u}\cdot\vec{r} = \vec{u}'\cdot\vec{r} = \frac{v_1}{v_2}\vec{u}''\cdot\vec{r} \qquad (5.\ 8)$$

Fie $P(\vec{r}) \in \Sigma$ un punct de pe axa Oy, ceea ce înseamnă că $\vec{r} = y\cdot\vec{u}_y$. Din relaţia (5.8), ţinând cont de expresia lui $\vec{r}$, rezultă:

$$\vec{u}\cdot\vec{u}_y = \vec{u}'\cdot\vec{u}_y = \frac{v_1}{v_2}\vec{u}''\cdot\vec{u}_y$$

Dar $\vec{u}\cdot\vec{u}_y = 0$ pentru că $\vec{u}\perp Oy$ ceea ce înseamnă că şi $\vec{u}'\perp Oy$, $\vec{u}''\perp Oy$, adică atât $\vec{u}$ cât şi $\vec{u}'$ şi $\vec{u}''$ sunt în planul xOz. Altfel spus:

Undele incidentă, reflectată şi transmisă sunt coplanare.

Dacă punctul din planul de incidenţă se alege pe axa Ox, atunci $\vec{r} = x\cdot\vec{u}_x$ şi din (3.8) rezultă: $\vec{u}\cdot\vec{u}_x = \vec{u}'\cdot\vec{u}_x \Rightarrow \cos(90 - \alpha) = \cos(90 - \alpha') \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\alpha = \alpha'}$, aceasta reprezentând a doua lege a reflexiei:

Unghiul de incidenţă este egal cu unghiul de reflexie.

Pe de altă parte, $\vec{u}\cdot\vec{u}_x = \frac{v_1}{v_2}\vec{u}''\cdot\vec{u}_x \Rightarrow \cos(90 - \alpha) = \cos(90 - \alpha'')$, deci:

$$\boxed{\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha''} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = n = ct.} \qquad (5.\ 9)$$

Relaţia (5.9) reprezintă a doua lege a refracţiei:

Raportul dintre sinusul unghiului de incidenţă şi sinusul unghiului de refracţia este constant, pentru două medii omogene şi izotrope.

5.2. Formulele lui Fresnel

Formulele lui Fresnel stabilesc relaţii între amplitudinile şi energiile undelor incidentă, reflectată şi transmisă la suprafaţa de separare dintre două medii.

Ecuaţiile undelor sunt date de (5.1) şi (5.2). Considerăm unda incidentă nepolarizată ca fiind rezultanta a două unde plane care se propagă cu aceeaşi viteză, în aceeaşi direcţie, polarizate în plane perpendiculare (E_p – paralelă, respectiv E_s perpendiculară pe planul de incidenţă.

$$\vec{E} = \vec{E}_p + \vec{E}_s \quad ; \quad E = \sqrt{E_p^2 + E_s^2}$$

5.2.1. Vectorul $\vec{E}$ este conţinut în planul de incidenţă (E_p şi H_s)

Fie amplitudinile undelor E_p şi H_s: E_0 , E'_0 , E''_0 , respectiv H_0 , H'_0 , H''_0 , cu $H_{0s} \sim n_1 \cdot E_{0p}$, $H'_{0s} \sim n_1 \cdot E'_{0p}$, $H''_{0s} \sim n_2 \cdot E''_{0p}$.

Conform figurii 5.2, conservarea componentelor tangenţiale (din planul xOy) se scrie astfel:

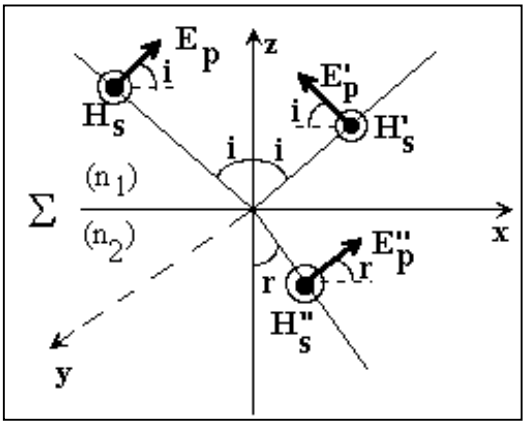


Figura 5. 2

$E_0 \cdot \cos i - E'_0 \cdot \cos i = E''_0 . \cos r$

$H_0 + H'_0 = H''_0 \Leftrightarrow$

$n_1 \cdot E_0 + n_1 \cdot E'_0 = n_2 \cdot E''_0$

$$\begin{cases} E_0 \cdot \cos i - E'_0 \cdot \cos i = E''_0 . \cos r \\ n_1 \cdot E_0 + n_1 \cdot E'_0 = n_2 \cdot E''_0 \end{cases} \qquad (5.\ 10)$$

Folosind legea refracţiei, $n_1 \cdot \sin i = n_2 \cdot \sin r$, relaţiile (5.10) devin:

$$\begin{cases} E_0 - E_0' = E_0'' \cdot \dfrac{\cos r}{\cos i} \\ E_0 + E_0' = E_0'' \cdot \dfrac{n_2}{n_1} = E_0'' \cdot \dfrac{\sin i}{\sin r} \end{cases} \qquad (5.\ 11)$$

Prin împărţirea celor două relaţii de mai sus, se obţine:

$$\frac{E_0 - E_0'}{E_0 + E_0'} = \frac{\cos r \cdot \sin r}{\cos i \cdot \sin i} = \frac{\sin 2r}{\sin 2i}$$

$$E_0' = E_0 \cdot \frac{\sin 2i - \sin 2r}{\sin 2i + \sin 2r} = -E_0 \cdot \frac{2\sin(i-r)\cdot\cos(i+r)}{2\sin(i+r)\cdot\cos(i-r)}$$

de unde se poate exprima amplitudinea undei transmise:

$$\boxed{E_{0p}' = -\frac{\operatorname{tg}(i-r)}{\operatorname{tg}(i+r)} \cdot E_{0p}} \qquad (5.\ 12)$$

Prin adunarea celor două relaţii din sistemul (5.11) rezultă:

$$2E_0 = E_0'' \cdot \left(\frac{\cos r}{\cos i} + \frac{\sin i}{\sin r}\right) = \frac{E_0''}{2} \cdot \frac{\sin 2r + \sin 2i}{\sin r \cdot \cos i} = E_0'' \cdot \frac{\sin(i+r)\cdot\cos(i-r)}{\sin r \cdot \cos i}$$

De aici rezultă:

$$\boxed{E_{0p}'' = \frac{2\sin r \cdot \cos i}{\sin(i+r)\cdot\cos(i-r)} \cdot E_{0p}} \qquad (5.\ 13)$$

Rezultate analoage se obţin şi pentru componentele vectorului H_s.

5.2.2. Vectorul $\vec{E}$ este perpendicular pe planul de incidenţă (E_s şi H_p)

Conform figurii 5.3., conservarea componentelor tangenţiale ale vectorilor $\vec{E}$ şi $\vec{H}$ se scrie:

$$\begin{cases} E_0 + E'_0 = E''_0 \\ H_0 \cdot \cos i - H'_0 \cdot \cos i = H''_0 . \cos r \end{cases}$$

Ţinând cont de relaţiile dintre componenta magnetică şi cea electrică:

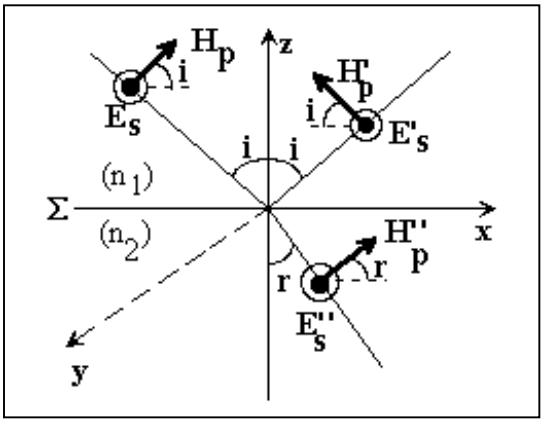


Figura 5. 3

$$H_{0p} \sim n_1 \cdot E_{0s} \; ; \; H'_{0p} \sim n_1 \cdot E'_{0s} \; ;$$

$$H''_{0p} \sim n_1 \cdot E''_{0s}$$

a doua din relaţiile de mai sus se poate scrie sub forma:

$$\left(n_1 \cdot E_0 - n_1 \cdot E'_0\right)\cos i = n_2 \cdot E''_0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \; E_0 - E'_0 = E''_0 \cdot \frac{\cos r}{\cos i} \cdot \frac{\sin i}{\sin r}$$

Formăm sistemul:

$$\begin{cases} E_0 + E'_0 = E''_0 \\ E_0 - E'_0 = E''_0 \cdot \dfrac{\cos r}{\cos i} \cdot \dfrac{\sin i}{\sin r} \end{cases} \quad (5.\,14)$$

Adunăm cele două ecuaţii ale sistemului (3.14):

$$2E_0 = E''_0 \cdot \left(1 + \frac{\sin i \cdot \cos r}{\sin r \cdot \cos i}\right) = E''_0 \cdot \frac{\sin\left(i + r\right)}{\sin r \cdot \cos i}$$

$$\boxed{E''_{0s} = 2\frac{\sin r \cdot \cos i}{\sin\left(i + r\right)} \cdot E_{0s}} \quad (5.\,15)$$

Înlocuind relaţia (5.15) în prima ecuaţie a sistemului (5.14) se obţine:

$$E'_0 = E_0\left(\frac{2\sin r \cdot \cos i}{\sin\left(i + r\right)} - 1\right) = E_0 \frac{\sin r \cdot \cos i - \sin i \cdot \cos r}{\sin\left(i + r\right)}$$

De aici,

$$\boxed{E'_{0s} = -\frac{\sin\left(i - r\right)}{\sin\left(i + r\right)} \cdot E_{0s}} \quad (5.\,16)$$

Rezultate analoage se obţin şi pentru componentele vectorului H_p.

5.2.3. Cazul incidenţei normale

În acest caz, $i = r = 90°$, $\cos i = \cos r = 1$; nu se poate defini planul de incidenţă, rezultând aceleaşi relaţii pentru E_p şi E_s. Ţinând cont de legea a doua a refracţiei, putem scrie:

$$E_0' = E_0 \frac{\sin r \cdot \cos i - \sin i \cdot \cos r}{\sin(i+r)} = E_0 \frac{\cos i - \frac{\sin i}{\sin r}\cos r}{\frac{\sin i}{\sin r}\cos r + \cos i} = \frac{1 - \frac{n_2}{n_1}}{1 + \frac{n_2}{n_1}} E_0$$

Deci:

$$\boxed{E_0' = -\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \cdot E_0} \qquad (5.\ 17)$$

$$E_0'' = E_0 \frac{2\sin r \cdot \cos i}{\sin i \cdot \cos r + \sin r \cdot \cos i} = E_0 \frac{2\cos i}{\frac{\sin i}{\sin r}\cos r + \cos i} = \frac{2}{\frac{n_2}{n_1} + 1} E_0$$

$$\boxed{E_0'' = \frac{2n_1}{n_2 + n_1} \cdot E_0} \qquad (5.\ 18)$$

Relaţiile (5.12), (5.13), (5.15), (5.16) (5.17) şi (5.18) poartă numele de *formulele lui Fresnel*.

5.3. Consecinţe ale formulelor lui Fresnel

5.3.1. Saltul de fază al undei la reflexie

Dacă $n_2 > n_1$ (i > r), din expresia lui E'_0 al undei reflectate (relaţiile 5.12., 5.16., 5.17) se observă că E'_0 are semn contrar faţă de E_0 al undei incidente, ceea ce înseamnă că unda reflectată îşi schimbă sensul de oscilaţie, adică *suferă un salt de fază* egal cu π, echivalând cu o parcurgere de către undă a unei distanţe suplimentare egală cu $\lambda/2$ (pierdere de $\lambda/2$).

Dacă $n_2 < n_1$ sensul de oscilaţie se păstrează şi nu are loc o schimbare de fază la reflexie.

În cazul undei transmise, din expresia lui E''_0 (relaţiile 5.13., 5.15., 5.18) se observă că întotdeauna amplitudinea undei transmise are acelaşi semn

cu cea a undei incidente, deci la refracţie nu se produce un salt de fază sau o schimbare a sensului de oscilaţie.

5.3.2. Coeficienţii lui Fresnel

Aceşti coeficienţi se exprimă prin rapoarte de amplitudini ale undelor reflectată, transmisă şi incidentă. Astfel, *coeficienţii de reflexie* au expresiile:

$$\boxed{r_p = \frac{E'_{0p}}{E_{0p}} = -\frac{tg(i-r)}{tg(i+r)} \;;\; r_s = \frac{E'_{0s}}{E_{0s}} = -\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}} \qquad (5.\ 19)$$

iar pentru incidenţa normală:

$$\boxed{r = \frac{E'_0}{E_0} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}} \qquad (5.\ 20)$$

Coeficienţii de transmisie au expresiile:

$$\boxed{t_p = \frac{E''_{0p}}{E_{0p}} = \frac{2\sin r \cdot \cos i}{\sin(i+r)\cdot\cos(i-r)} \;;\; t_s = \frac{E''_{0s}}{E_{0s}} = \frac{2\sin r \cdot \cos i}{\sin(i+r)}} \qquad (5.\ 21)$$

La incidenţă normală,

$$\boxed{t = \frac{E''_0}{E_0} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}} \qquad (5.\ 22)$$

5.3.3. Polarizarea luminii prin reflexie şi refracţie

Să considerăm că o undă luminoasă suferă fenomenul de reflexie în condiţia în care $i + r = 90°$. Atunci:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin i}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - i\right)} = \frac{\sin i}{\cos i} = tg\, i$$

În acest caz, unghiul de incidenţă, notat cu cu i_B se numeşte *unghi Brewster* şi este dat de:

$$\boxed{tg\, i_B = \frac{n_2}{n_1}} \qquad (5.\ 23)$$

Relaţia de mai sus reprezintă *legea lui Brewster*, care exprimă valoarea unghiului de incidenţă al unei unde, pentru care unda reflectată este total polarizată.

Astfel, la incidenţă brewsteriană, componenta paralelă cu planul de incidenţă a undei reflectate se anulează:

$$E'_{0p} = -\frac{tg(i-r)}{tg(i+r)} \cdot E_{0p} = -\frac{tg(i-r)}{tg\frac{\pi}{2}} \to 0$$

în timp ce $E'_{0s} \neq 0$, deci pentru $i = i_B$ unda reflectată este total polarizată într-un plan perpendicular pe planul de incidenţă.

Calculând în acest caz gradul de polarizare, valoarea lui este:

$$P = \frac{E'_{0s} - E'_{0p}}{E'_{0s} + E'_{0p}} = 1$$

ceea ce arată polarirazea totală a undei.

Să considerăm o undă incidentă nepolarizată ($E_{0s} = E_{0p}$); se pot deosebi mai multe situaţii:

- $i = r = 0$ (incidenţă normală)

$$\frac{E'_{0p}}{E'_{0s}} = \left[-\frac{tg(i-r)}{tg(i+r)} \Big/ -\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)} \right] = \frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)} = \frac{\cos 0}{\cos 0} = 1 \quad ; \quad P = 0$$

În acest caz unda reflectată este nepolarizată.

- $0 < i < 90°$, $i \neq i_B$.

$$\frac{E'_{0p}}{E'_{0s}} = \frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)} < 1 \; ; \quad P = \frac{\cos(i-r) - \cos(i+r)}{\cos(i-r) + \cos(i+r)} < 1$$

În acest caz unda reflectată este parţial polarizată într-un plan perpendicular pe planul de incidenţă.

- $i = i_B$ – unda reflectată este total polarizată într-un plan perpendicular pe planul de incidenţă.
- $i = 90°$ (incidenţă razantă)

$$\frac{E'_{0p}}{E'_{0s}} = \frac{\cos(90 + r)}{\cos(90 - r)} = -\frac{\sin r}{\sin r} = -1 \; ; \; P = 0$$

Ca şi în cazul incidenţei normale, unda reflectată este nepolarizată.

Pentru unda refractată putem scrie:

$$\frac{E''_{0p}}{E''_{0s}} = \left[-\frac{2\sin r \cdot \cos i}{\sin(i + r) \cdot \cos(i - r)} \Big/ \frac{2\sin r \cdot \cos i}{\sin(i + r)} \right] = \frac{1}{\cos(i - r)}$$

- $i = r = 0$ (incidenţă normală)

$$\frac{E''_{0p}}{E''_{0s}} = \frac{1}{\cos 0} = 1 \; ; \; P = 0$$

La incidenţă normală unda transmisă este nepolarizată.

- $0 < i < 90°$

$$\frac{E''_{0p}}{E''_{0s}} = \frac{1}{\cos(i - r)} > 1 \; ; \; 0 < P < 1$$

Unda refractată este parţial polarizată în planul de incidenţă.

Se poate constata din cele de mai sus că prin refracţie nu se poate obţine lumină total polarizată. Se poate totuşi creşte gradul de polarizare prin refracţii multiple. Astfel, este evident că, după n refracţii indentice:

$$\frac{E''_{0p}}{E''_{0s}} = \frac{1}{[\cos(i - r)]^n}$$

Pentru n suficient de mare,

$$\frac{E''_{0p}}{E''_{0s}} = \frac{1}{[\cos(i - r)]^n} >> 1 \; ; \; P = \frac{E''_{0p} - E''_{0s}}{E''_{0p} + E''_{0s}} = \frac{\frac{E''_{0p}}{E''_{0s}} - 1}{\frac{E''_{0p}}{E''_{0s}} + 1} \to 1$$

5.3.4. Distribuţia energiei la suprafaţa de separare între două medii

Definim *fluxul energetic* al unei unde ca fiind numeric egal cu energia ce străbate în unitatea de timp o suprafaţă oarecare, orientată normal la direcţia de propagare. Ţinând cont de această definiţie precum şi de relaţiile (4.34) şi (4.35), putem scrie:

$$\Phi = \frac{dW}{dt} = I \cdot S_n = \left| \vec{E} \times \vec{H} \right| \cdot S_n = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot E^2 \cdot S_n \sim n \cdot E_0^2 \cdot S_n$$

Definim *reflectanţa* sau *factorul de reflexie* prin relaţia:

$$\boxed{R = \frac{\Phi'}{\Phi}} \qquad (5.\ 24)$$

şi *transmitanţa* sau *factorul de transmisie* prin relaţia:

$$\boxed{T = \frac{\Phi''}{\Phi}} \qquad (5.\ 25)$$

unde Φ, Φ’ şi Φ’’ reprezintă fluxul undei incidente, reflectate, respectiv refractate (transmise).

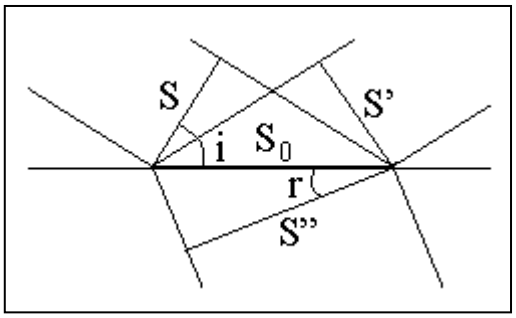


Figura 5. 4

Din figura 5.4. se pot exprima relaţiile între suprafeţele normale le undele incidentă, reflectată şi transmisă, corespunzătoare unei suprafeţe S_0 de pe suprafaţa de separare dintre cele două medii:

$S = S’ = S_0 \cdot \cos i \quad ; \quad S’’ = S_0 \cdot \cos r$

de unde rezultă:

$$R = \frac{n_1 \cdot E_0'^2 \cdot S'}{n_1 \cdot E_0^2 \cdot S} = \frac{E_0'^2}{E_0^2} = \frac{E_{0\,\text{reflectat}}^2}{E_{0\,\text{incident}}^2} \qquad (5.\ 26)$$

$$T = \frac{n_2 \cdot E_0''^2 \cdot S''}{n_1 \cdot E_0^2 \cdot S} = \frac{n_2 \cdot \cos r \cdot E_0''^2}{n_1 \cdot \cos i \cdot E_0^2} = \frac{n_2 \cdot \cos r \cdot E_{0\,\text{reflectat}}^2}{n_1 \cdot \cos i \cdot E_{0\,\text{incident}}^2} \qquad (5.\ 27)$$

La incidenţă normală:

$$R == \frac{E_0'^2}{E_0^2} = r^2 = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^2 \qquad (5.\ 28)$$

$$T = \frac{n_2 \cdot \cos 0 \cdot E_0''^2}{n_1 \cdot \cos 0 \cdot E_0^2} = \frac{n_2}{n_1} \cdot t^2 = \frac{n_2}{n_1} \cdot \left(\frac{2n_1}{n_1 + n_2}\right)^2 = \frac{4n_1 \cdot n_2}{(n_1 + n_2)^2} \qquad (5.\ 29)$$

Se poate constata cu uşurinţă că R + T = 1.

La incidenţă oarecare, se definesc reflectanţa şi transmitanţa pentru componentele s şi p ale undelor:

$$R_p = \frac{E_{0p}'^2}{E_{0p}^2} = r_p^2 = \left[\frac{tg(i-r)}{tg(i+r)}\right]^2 \ ;\ R_s = \frac{E_{0s}'^2}{E_{0s}^2} = r_s^2 = \left[\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}\right]^2 \qquad (5.\ 30)$$

$$T_p = \frac{n_2 \cdot \cos r}{n_1 \cdot \cos i} \cdot t_p^2 = \frac{\sin i}{\sin r} \cdot \frac{\cos r}{\cos i} \cdot \left[\frac{2 \sin r \cdot \cos i}{\sin(i+r) \cdot \cos(i-r)}\right]^2 =$$

$$= \frac{\sin 2i \cdot \sin 2r}{\sin^2(i+r) \cdot \cos^2(i-r)} \qquad (5.\ 31)$$

$$T_s = \frac{n_2 \cdot \cos r}{n_1 \cdot \cos i} \cdot t_s^2 = \frac{\sin i}{\sin r} \cdot \frac{\cos r}{\cos i} \cdot \left[\frac{2 \sin r \cdot \cos i}{\sin(i+r)}\right]^2 = \frac{\sin 2i \cdot \sin 2r}{\sin^2(i+r)}$$

Dacă $n_2 < n_1$, i < r. Pentru r = 90° , i = *l* (figura 5.5). Acest unghi, *l*, se numeşte *unghi limită*.

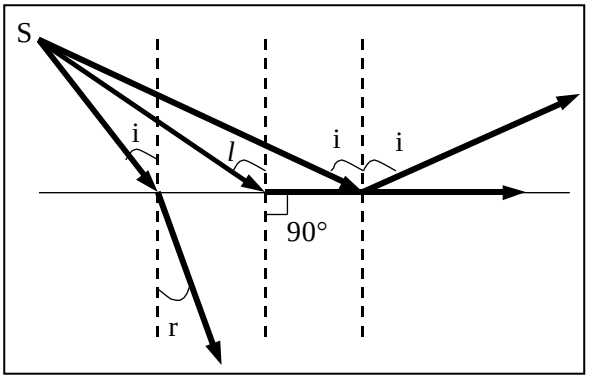


Figura 5. 5

$$\boxed{\sin l = \frac{n_2}{n_1}} \qquad (5.\ 32)$$

La unghiuri de incidenţă mai mari decât unghiul limită (i > *l*), nu mai există undă transmisă (cum T ~ cos r şi r = 90° , T = 0) iar fenomenul se numeşte *reflexie totală*. Reflexia

totală este o reflexie fără pierderi, fenomenul având numeroase aplicaţii: prisme cu reflexie totală, fibre optice etc. Prismele cu reflexie totală sunt

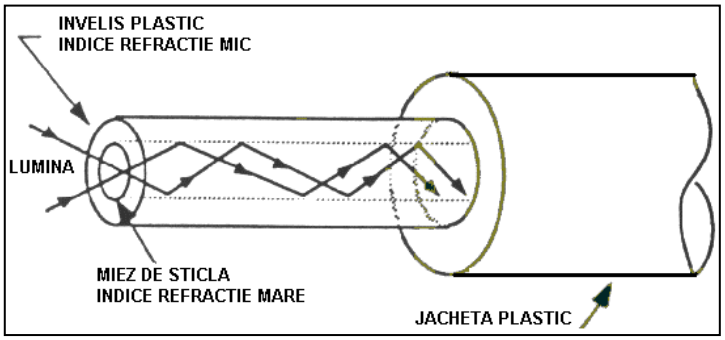


Figura 5. 6

prisme optice cu secţiune isoscel-drptunghiulară şi sunt folosite în locul oglinzilor, pentru a obţine reflexia luminii fără pierderi. Pentru sistemul aer-sticlă, unghiul limită este $l = 42°$.

Fibrele optice (figura 5.6) sunt tuburi foarte subţiri (diametrul de ordinul a 10 μm) din material transparent, având indicele de refracţie mai mare decât al învelişului astfel încât pe acesta se produce reflexia totală; sunt folosite la transmiterea informaţiei folosind ca suport lumina (în endoscopie sau comunicaţii optice).

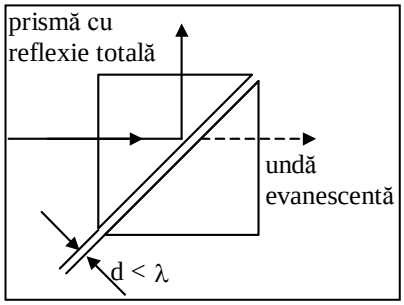


Figura 5. 7

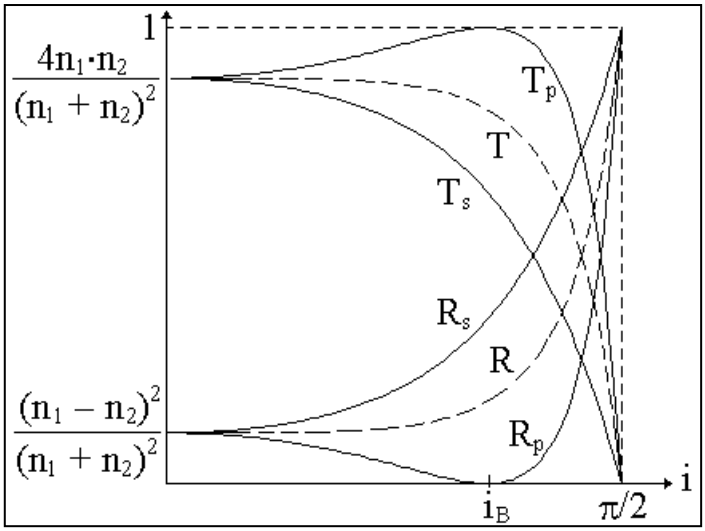


Figura 5. 8

Undele radio suferă reflexie totală pe ionosferă (strat ionizat aflat la 100 ÷ 300 km) la lungimi de undă $\lambda > 10$ m.

Este de remarcat că la reflexia totală unda transmisă pătrunde puţin în al doilea mediu (pe distanţe de ordinul de

mărime al lungimii de undă, λ) şi se propagă paralel cu suprafaţa de separare dintre medii; amplitudinea acestei unde scade exponenţial cu adâncimea din al doilea mediu. Această undă, numită *undă evanescentă*, a fost pusă în evidenţă experimental.

Reprezentarea grafică a variaţiei reflectanţei şi transmitanţei în funcţie de unghiul de incidenţă este dată în figurile 5.8 şi 5.9 (cazul $n_2 > n_1$, respectiv cazul $n_1 > n_2$). Se observă că la $i = i_B$ lumina este total polarizată prin reflexie ($R_p = 0$), dar $\Phi_{refl} > \Phi_{transmis}$ ($T > R$); din punct de vedere energetic este preferabilă polarizarea prin refracţie multiplă sau prin birefringenţă.

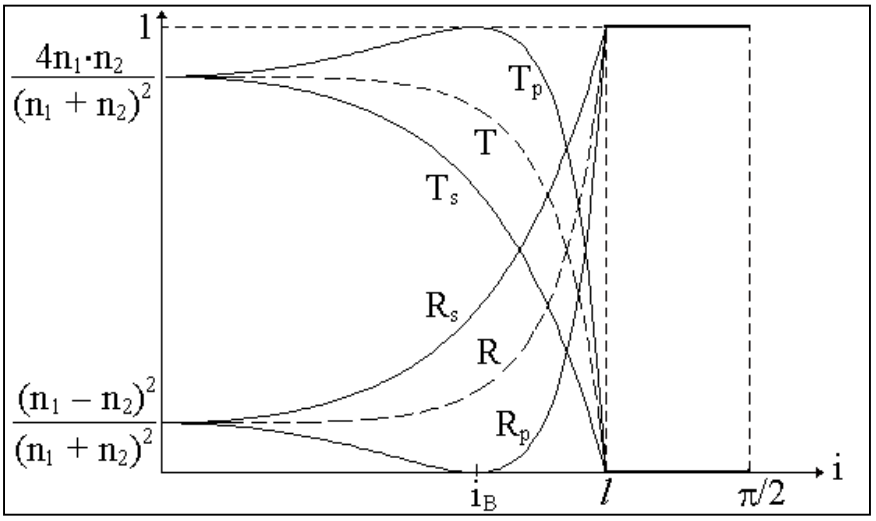


Figura 5. 9

5.3.5. Reflexia pe metale (medii absorbante)

La interacţiunea undelor electromagnetice cu o suprafaţă metalică, în metal apar curenţi de conducţie ($\sigma \neq 0$, $\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$) datorită deplasării electronilor liberi din metal sub acţiunea câmpului electric $\vec{E}$ al undei; curenţii formaţi conduc la degajarea de căldură prin efect Joule, ceea ce produce amortizarea (micşorarea energiei) undei electromagnetice, adică un fenomen

de absorbţie. Cum unda transmisă în metal este puternic absorbită, este evident că atenţe merită să fie acordată undei reflectate de o suprafaţă metalică.

Considerând o undă incidentă provenind din vid, indicele de refracţie al metalelor se exprimă printr-un număr complex, la a cărei expresie putem ajunge astfel: fie o undă electromagnetică având vectorul câmp electric, $\vec{E}$ orientat pe axa Ox şi vectorul câmp magnetic, $\vec{H}$, orientat pe axa Oy, direcţia de propagare fiind cea a axei Oz.

$$\vec{E} = \begin{cases} E_x = E_0 \cdot e^{i\omega\left(t - z\cdot\frac{\tilde{n}}{c}\right)} \\ E_y = 0 \\ E_z = 0 \end{cases} \quad ; \quad \vec{H} = \begin{cases} H_x = 0 \\ H_y = H_0 \cdot e^{i\omega\left(t - z\cdot\frac{\tilde{n}}{c}\right)} \\ H_z = 0 \end{cases} \qquad (5.\ 33)$$

unde $\omega = 2\pi c/\lambda$ - pulsaţia oscilaţiei, $\tilde{n}$ – indicele de refracţie complex al mediului, $c = \sqrt{\varepsilon_o \cdot \mu_o}$ – viteza de propagare a undei electromagnetice în vid.

Dacă σ este diferit de zero, ecuaţia de propagare a vectorului $\vec{E}$ are forma:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \sigma\mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

şi, în cazul considerat, se poate scrie:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \varepsilon\mu \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} + \sigma\mu \frac{\partial E_x}{\partial t}.$$

Având în vedere expresia lui E_x , din (5.33), derivatele sale sunt:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = -\omega^2 \cdot \frac{\tilde{n}^2}{c^2} \cdot E_x \quad ; \quad \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = -\omega^2 \cdot E_x \quad ; \quad \frac{\partial E_x}{\partial t} = i\omega \cdot E_x$$

şi rezultă:

$$-\omega^2 \cdot \frac{\tilde{n}^2}{c^2} = -\varepsilon\mu\omega^2 + i\omega\sigma\mu$$

de unde,

$$\tilde{n}^2 = \varepsilon\mu c^2 - i\frac{\sigma\mu c^2}{\omega} = \mu c^2\left(\varepsilon - i\frac{\sigma}{\omega}\right) \qquad (5.\ 34)$$

În forma sa complexă indicele de refracţie are expresia:

$$\tilde{n} = n - i\cdot\kappa$$

Partea reală, n, este indicele de refracţie al mediului, iar partea imaginară, κ, reprezintă *indicele de atenuare* al mediului, caracterizând capacitatea de absorbţie a acestuia. Prin ridicare la pătrat se obtine:

$$\tilde{n}^2 = n^2 - \kappa^2 - 2i\kappa n$$

Comparând expresia de mai sus cu relaţia (4.33), se constată că:

$$n^2 - \kappa^2 = \varepsilon\mu c^2 \quad ; \quad n\kappa = \sigma\mu\frac{c^2}{2\omega}$$

de unde:

$$n^2 = \frac{\mu c^2}{2}\left[\sqrt{\varepsilon^2 + \frac{\sigma^2}{\omega^2}} + \varepsilon\right] \quad ; \quad \kappa^2 = \frac{\mu c^2}{2}\left[\sqrt{\varepsilon^2 + \frac{\sigma^2}{\omega^2}} - \varepsilon\right]. \qquad (5.\ 35)$$

Folosim relaţiile lui Fresnel în care introducem valoarea complexă, ñ, a indicelui de refracţie, factorul de reflexie la incidenţă normală este dat de:

$$R = r\cdot r^* = \frac{1-(n+i\kappa)}{1+(n+i\kappa)}\cdot\frac{1-(n-i\kappa)}{1+(n-i\kappa)} = \frac{(1-n)^2+\kappa^2}{(1+n)^2+\kappa^2} \qquad (5.\ 36)$$

Se poate constata că factorul de reflexie al suprafeţei metalice este mai mare decât cel al unei suprafeţe dielectrice, pentru care κ = 0.

În cazul metalelor, conductivitatea electrică, σ este mare şi atunci $\varepsilon << \frac{\sigma}{\omega}$, de unde:

$$n^2 \cong \kappa^2 = \frac{\sigma\mu c^2}{2\omega} = \frac{\sigma}{2\omega\varepsilon_0} \qquad (5.\ 37)$$

astfel încât coeficientul de reflexie pentru metale în domeniul optic este egal cu:

$$R \approx 1 - \frac{2}{n} = 1 - 2 \cdot \sqrt{\frac{2\omega}{\sigma\mu c^2}} = 1 - 2 \cdot \sqrt{\frac{4\pi}{\sigma\mu c\lambda}} \qquad (5.\ 38)$$

Astfel, intensitatea radiaţiei reflectate de metale creşte odată cu creşterea indicelui de refracţie n, adică atunci când conductivitatea electrică, σ este mare (de exemplu metale alcaline şi metale nobile), ceea ce înseamnă că rezistivitatea, $\rho = 1/\sigma$, este mică, pierderile prin efect Joule fiind şi ele mici şi $R \to 1$.

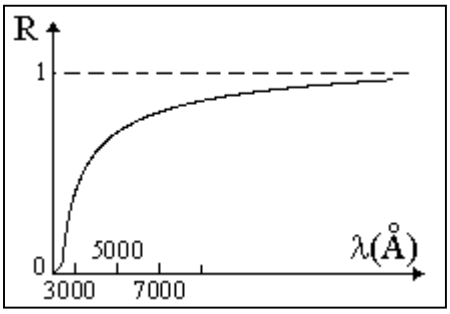


Figura 5. 10

De asemenea, coeficientul de reflexie creşte odată cu creşterea lungimii de undă λ; de exemplu, argintul nu este un material bun reflectător în domeniul ultraviolet şi violet, devenind un bun reflectător în domeniul roşu şi infraroşu (figura 5.10).

În general, amplitudinea oscilaţiei vectorului intensităţii câmpului electric, care reprezintă oscilaţia optică, se poate determina astfel:

$$E_x = E_0 \cdot e^{i\omega\left(t - \frac{n}{c} \cdot z\right)} \cdot e^{-\frac{\omega\kappa}{c} \cdot z} \qquad (5.\ 39)$$

Indicele de refracţie n determină faza undei care se propagă cu o viteză $v = c/n$, în timp ce indicele de atenuare, κ, determină amplitudinea acesteia.

Intensitatea undei este:

$$I = E_x \cdot E_x^* = E_0^2 \cdot e^{-\frac{2\omega\kappa}{c} \cdot z} = E_0^2 \cdot e^{-k_\lambda \cdot z} \qquad (5.\ 40)$$

unde k_λ - este coeficientul de absorbţie al mediului.

$$k_\lambda = \frac{2\omega\kappa}{c} = \frac{4\pi}{\lambda}\cdot\kappa \qquad (5.\ 41)$$

Mediul este cu atât mai transparent cu cât este mai mică valoarea lui k_λ, deci cu cât este mai mic indicele de atenuare κ. În acest fel, indicele complex de refracţie, $\tilde{n} = n - j\cdot\kappa$ caracterizează total proprietăţile optice ale mediului de propagare.

Amplitudinea undei electromagnetice este atenuată de e ori în mediul de propagare după ce unda parcurge prin acesta o distanţă:

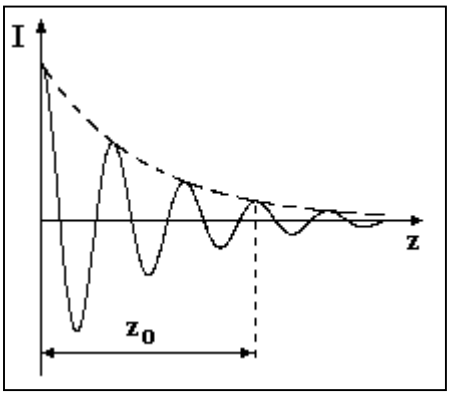


Figura 5. 11

$$z_0 = \frac{\lambda}{4\pi\kappa} \qquad (5.\ 42)$$

Această mărime se numeşte *adâncime de pătrundere*.

Prin reflexia pe suprafeţe metalice nu se obţine lumină liniar polarizată; factorul de reflexie R_p este diferit de zero pentru orice unghi de incidenţă i; există un unghi de incidenţă, i_p (unghi principal) pentru care R_p este minim, dar nenul. (figura 5.12). Reflexia pe o suprafaţă metalică produce un defazaj între componentele s şi p ale undei, astfel încât lumina incidentă liniar polarizată devine prin reflexie polarizată eliptic. Pe această proprietate se bazează *elipsometria*, metodă nedistructivă, foarte precisă de studiu al proprietăţilor suprafeţelor unor materiale. Ea constă în determinarea stării de polarizare a undelor reflectate de suprafeţe. Prin studiul straturilor

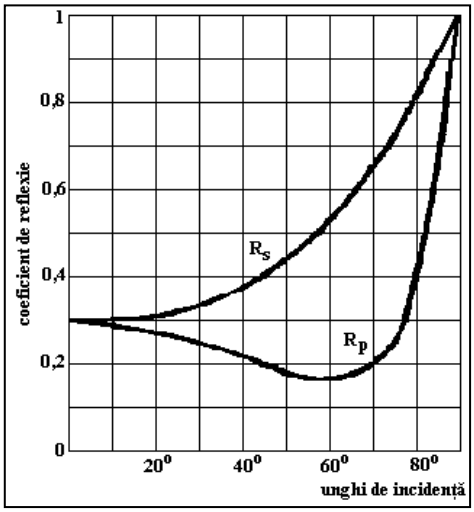


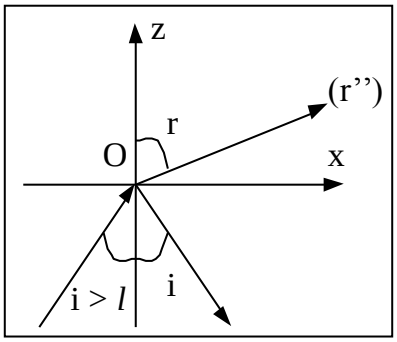
Figura 5. 12

subţiri metalice depuse pe o suprafaţă se pot determina indici de refracţie cu o precizie de 10^{-5} şi grosimea straturilor cu o precizie de fracţiuni de Å.

5.4. Aplicaţii

- *Să se studieze comportarea unei unde luminoase venind dintr-un mediu cu indicele de refracţie n_1, incidentă pe un al doilea mediu cu indicele de refracţie $n_2 < n_1$, sub un unghi de incidenţă mai mare decât unghiul limită (reflexie totală).*

Rezolvare:



Fie xOz planul de incidenţă. $\sin l = \frac{n_2}{n_1}$.

Dacă $i > l$, $\sin i > \frac{n_2}{n_1}$. Presupunem că în al doilea mediu pătrunde o undă transmisă pe direcţia (Or'') înclinată sub unghiul r faţă de Oz, de forma:

$$E'' = E_0'' \cdot e^{i\cdot\left(\omega t - \vec{k}''\cdot\vec{r}''\right)} = E_0'' \cdot e^{i\cdot\left(\omega t - \frac{\vec{u}_2\cdot\vec{r}''}{v_2}\right)} = E_0'' \cdot e^{i\cdot\left(\omega t - \frac{x\cdot\sin r + z\cdot\cos r}{v}\right)}$$

Dacă $i = l$, $\sin l = \frac{n_2}{n_1}$, $\sin r_l = 1$ ($r_l = 90°$).

Dacă $i > l$, $\sin i > \frac{n_2}{n_1} = \sin l$. Din legea refracţiei $\left(\sin r = \frac{n_1}{n_2}\cdot\sin i\right)$, rezultă $\sin r = \frac{\sin i}{n_1/n_2} > 1$ şi $\cos r = \sqrt{1-\sin^2 r} = i\cdot a$ (număr imaginar).

Ecuaţia undei transmise în al doilea mediu este:

$E'' = E_0'' \cdot e^{i\cdot\omega\cdot\frac{z}{v}\cdot\cos r} \cdot e^{i\cdot\omega\cdot\left(t - \frac{x\cdot\sin r}{v_2}\right)}$, unde

$$i\omega \cdot \frac{z}{v_2} \cdot \cos r = i\omega \cdot \frac{z}{v_2} \cdot (ia) = -\frac{\omega}{v_2} \cdot a \cdot z = -k_2 \cdot a \cdot z = -\frac{2\pi \cdot z}{\lambda_2} \cdot a .$$

Amplitudinea undei din al doilea mediu este $E_0 \cdot e^{-k_2 \cdot a \cdot z}$. Ea scade exponenţial cu distanţa z şi se amortizează pe o distanţă de ordinul $z \sim \lambda_2$. Această undă, de ecuaţie $E'' = E_0'' \cdot e^{k'' \cdot a \cdot z} \cdot e^{i\omega\left(t - \frac{x \cdot \sin r}{v_2}\right)}$ se numeşte *undă evanescentă* şi se poate pune în evidenţă prin experimentul descris în figura 5.7. Pătrunderea undei în al doilea cub este denumită *reflexie frustrată*.

VI. PROPAGAREA LUMINII PRIN MEDII ANIZOTROPE

6.1. Birefringenţa

Acest fenomen, pus în evidenţă pentru prima dată în anul 1669 de către Bartholin, studiat de Huygens şi explicat de Fresnel, constă în dedublarea unei raze de lumină la trecerea printr-un mediu anizotrop (cum este cazul calcitului – $CaCl_3$ – numit şi spat de Islanda).

Nu toate cristalele prezintă fenomenul de birefringenţă, cum este cazul substanţelor care cristalizează în sistemul cubic. În schimb, unele substanţe transparente, necristalizate, devin birefringente sub acţiunea unor factori externi (tensiuni mecanice, câmpuri electrice sau magnetice etc.)

Calcitul cristalizează în sistemul romboedric, cu unghiul dintre muchii de aproximativ 102° (figura 6.1).

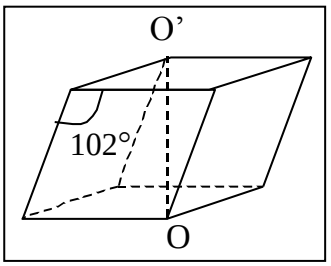


Figura 6. 1

Există o axă OO', axă de simetrie a cristalului, numită *axă optică*, cu proprietatea că, la propagarea luminii pe direcţia acestei axe, fenomenul de birefringenţă nu se observă.

Cristalele care au o singură axă optică se numesc *cristale uniaxe* şi din această categorie fac parte cristalele care cristalizează în sistemele pătratic, hexagonal sau romboedric. Există şi cristale care prezintă două axe optice, cum sunt cele care cristalizează în sistemele monoclinic, triclinic şi ortorombic şi care se numesc *cristale biaxe*.

Birefringenţa se manifestă prin scindarea unei raze de lumină incidente în două raze refractate, numite *rază ordinară,* respectiv *rază extraordinară*. Planul determinat de axa optică şi raza incidentă se numeşte *planul secţiunii principale*.

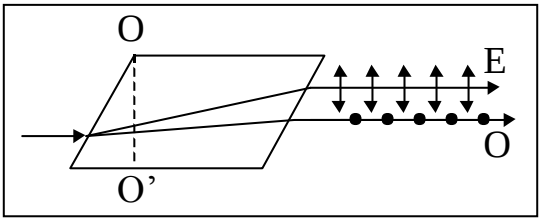


Figura 6. 2

Raza ordinară (O) şi extraordinară (E) sunt polarizate liniar în plane perpendiculare: raza extraordinară în planul secţiunii principale şi raza ordinară într-un plan perpendicular pe planul secţiunii principale.(figura 6.2). Planele de vibraţie ale razelor ordinară şi extraordinară se numesc *plane neutre* ale cristalului. La rotaţia cristalului în jurul razei incidente, raza ordinară îşi păstează direcţia de propagare, iar raza extraordinară se roteşte odată cu planul secţiunii principale în jurul razei ordinare.

Într-un cristal, viteza de propagare a razei ordinare este constantă (v_o = constant) iar viteza razei extraordinare, v_e, depinde de direcţia de propagare a acestei raze.

Cristalele pentru care $v_e \leq v_o$ ($\text{şi } n_e = \frac{c}{v_e} \geq n_o = \frac{c}{v_o}$) se numesc *cristale pozitive* (clasificare Huygens) şi, în domeniul vizibil al radiaţiilor electromagnetice din grupul lor fac parte: cuarţul, calomelul, zirconiul etc., iar cele pentru care $v_e \geq v_o$ ($n_e \leq n_o$) se numesc *cristale negative*, din al căror grup (în vizibil) fac parte: calcitul, turmalina, apatitul etc. Împărţirea în cristale pozitive şi negative nu are un caracter absolut, ci depinde de lungimea de undă

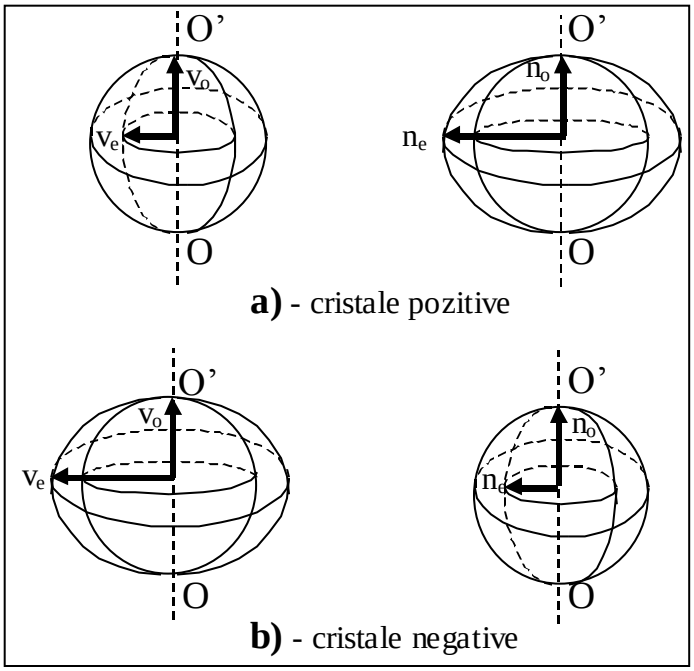


Figura 6. 3

a radiaţiei. Pentru fiecare cristal anizotrop există o *lungime de undă critică*, λ_{critic}, la care birefringenţa nu se mai produce şi care separă domeniul pozitiv de cel negativ.

În funcţie de direcţia de propagare prin cristal, vârfurile vectorilor v_e şi v_o sunt situaţi pe suprafaţa unor elipsoizi (*elipsoizii vitezelor*) şi, analog, valorile indicilor de refracţie , n_e şi n_o determină *elipsoizii indicilor de refracţie* (figura 6.3). Diferenţa $\Delta n = n_e - n_o$ se numeşte *birefringenţă*.

Pentru explicarea calitativă a fenomenului de birefringenţă, se poate aplica *principiul lui Huygens-Fresnel* (figura 6.4a)

Orice punct din mediu, atins de o undă este o sursă secundară de unde sferice; frontul de undă la un moment dat poate fi considerat ca reprezentând înfăşurătoarea (tangenta comună) suprafeţelor de undă ale undelor secundare provenite din toate punctele de pe suprafaţa de undă dintr-un moment anterior.

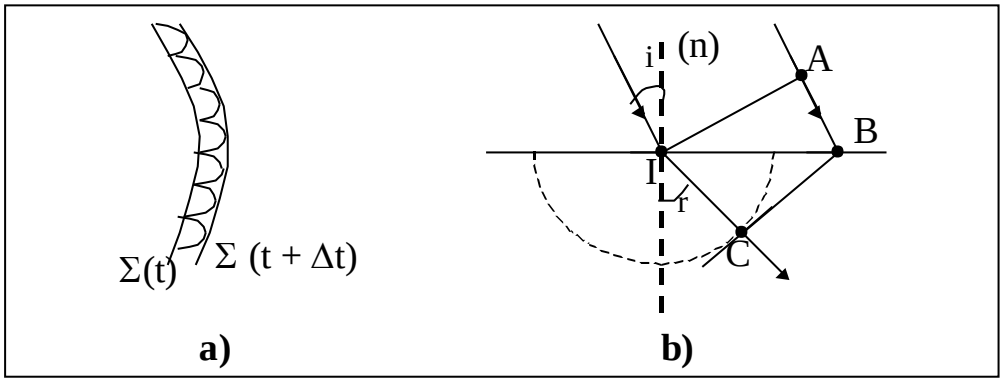


Figura 6. 4

În timpul Δt, cât durează refracţia (figura 6.4.b), unda incidentă străbate distanţa $AB = v_1 \cdot \Delta t$ în primul mediu, iar unda refractată distanţa $IC = v_2 \cdot \Delta t$ în al doilea mediu. Direcţiile normale la IA şi BC reprezintă direcţiile de

propagare ale undelor incidentă, respectiv refractată, care fac unghiurile I, respectiv r cu direcţia normală la suprafaţa de separare dintre cele două medii.

Dacă al doilea mediu este birefringent, $v_{2o} \neq v_{2e}$ şi unghiurile de refracţie ale razelor ordinară şi extraordinară sunt diferite, deci se produce dedublarea razei transmise:

$$\sin r_o = \frac{n_1}{n_{2o}} \cdot \sin i \quad \neq \quad \sin r_e = \frac{n_1}{n_{2e}} \cdot \sin i$$

Diferitele situaţii sunt descrise în figurile următoare:

a) Cazul incidenţei oarecare

În figura 6.5 sunt prezentate cazurile când axa optică (conţinută în planul de incidenţă) este paralelă cu suprafaţa de separare dintre cele două medii (figura 6.5.a), respectiv când aceasta face un unghi oarecare cu acesastă suprafaţă (figura 6.5.b)

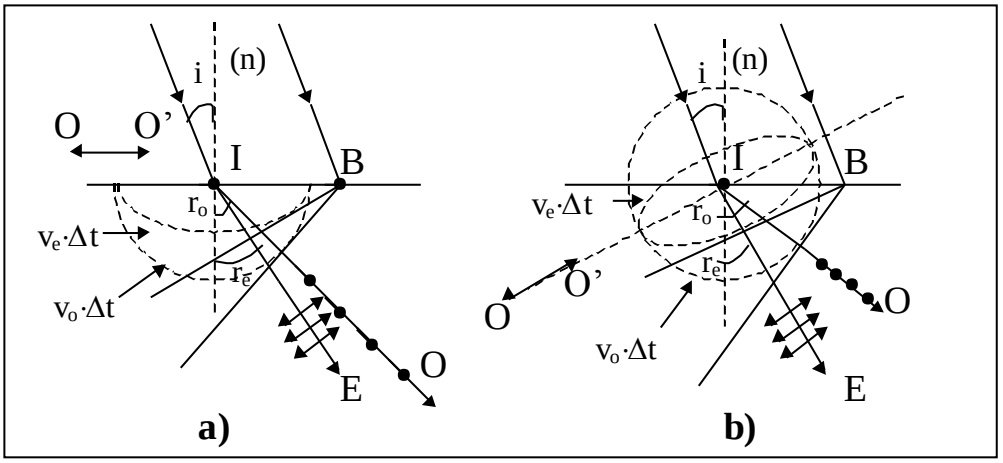


Figura 6. 5

Dacă axa optică este perpendiculară pe planul de incidenţă, situaţia este descrisă în figura 6.6.

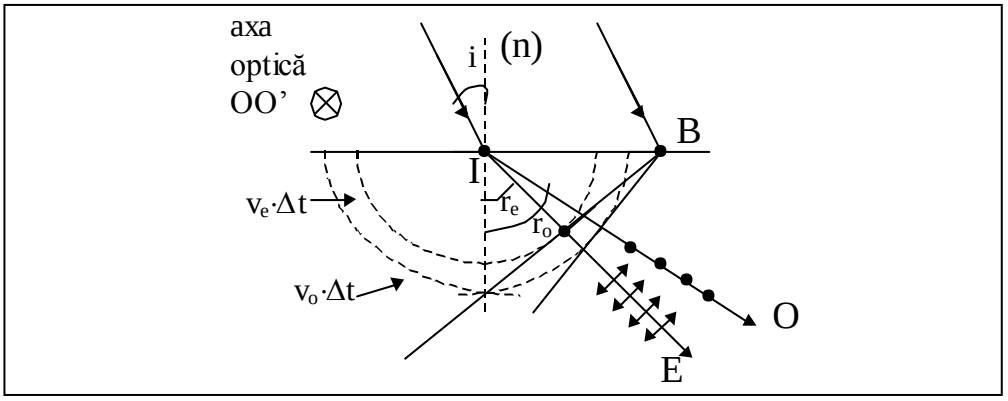


Figura 6. 6

b) Cazul incidenţei normale (punctul B la infinit)

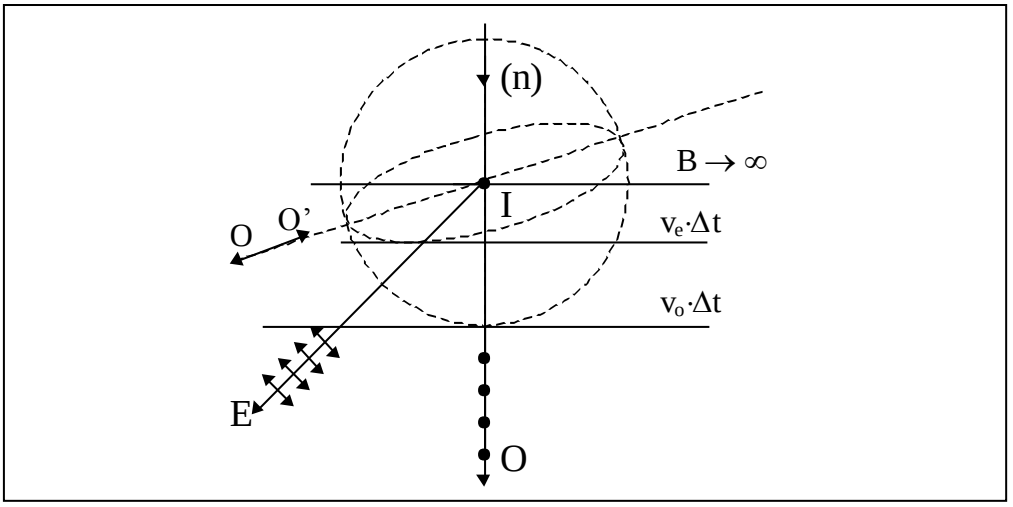


Figura 6. 7

În cazurile în care axa optică este perpendiculară pe planul de incidenţă (figura 6.8.a) sau paralelă cu suprafaţa de separare (figura 6.8.b), razele ordinară, O şi extraordinară, E, nu au direcţii diferite de propagare dar între ele apare un defazaj.

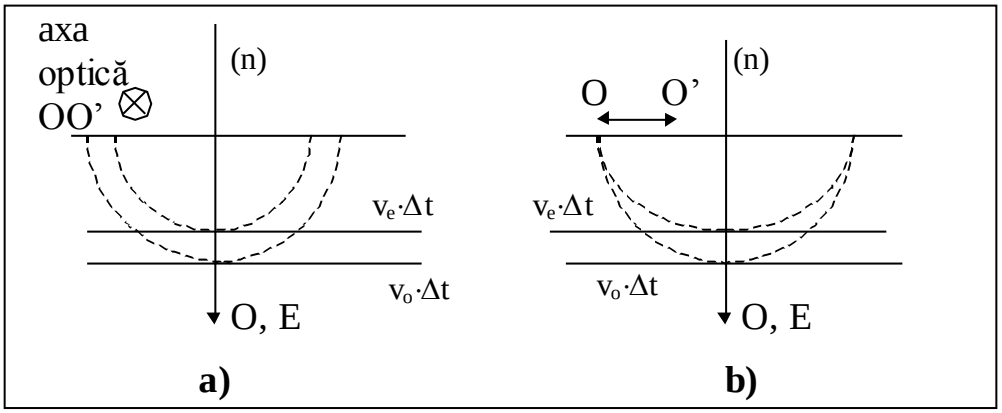


Figura 6. 8

Dacă raza incidentă se propagă pe direcţia axei optice a cristalului, birefringenţa nu apare; razele ordinară şi extraordinară se propagă pe aceeaşi direcţie şi între ele nu apare nici un defazaj, ca în cazul propagării printr-un mediu izotrop (figura 6.9 a – incidenţă oarecare, respectiv figura 6.9.b – incidenţă normală)

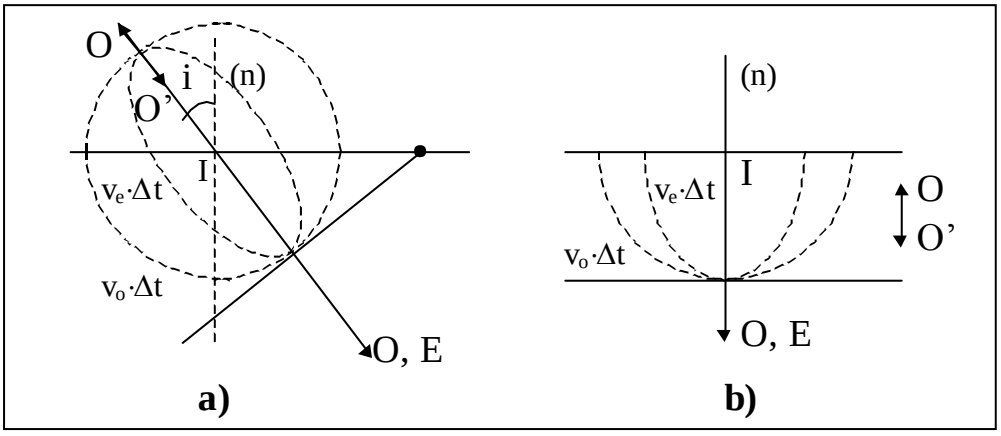


Figura 6. 9

6.2. Dispozitive folosite pentru producerea luminii polarizate, bazate pe birefringenţă

6.2.1. Dispozitive de polarizare

Pe baza fenomenului de birefringenţă se pot obţine fascicule de lumină liniar polarizată, fie prin mărirea unghiului de divergenţă dintre razele ordinară şi extraordinară, fie prin suprimarea uneia dintre ele.

Prisma Nicol (figura 6.10) este alcătuită dintr-un cristal de calcit, mărginit de suprafeţele de clivaj, cu muchiile AB şi AC egale iar muchia AE aproximativ de trei ori mai mare. Faţa anterioară, (ABCD), se şlefuieşte astfel încât unghiul ACG, care în mod obişnuit este de 71° să aibă numai 68°. Axa optică AA' se găseşte în planul diagonal ACGE, care este deci planul secţiunii principale, unghiul CCA' având valoarea de 48°. Se secţionează apoi paralelipipedul obţinut, după planul diagonal AMGN (figura 6.10.a), perpendicular pe planul secţiunii principale. Unghiul AGE (figura 6.10.b) este de 90°.

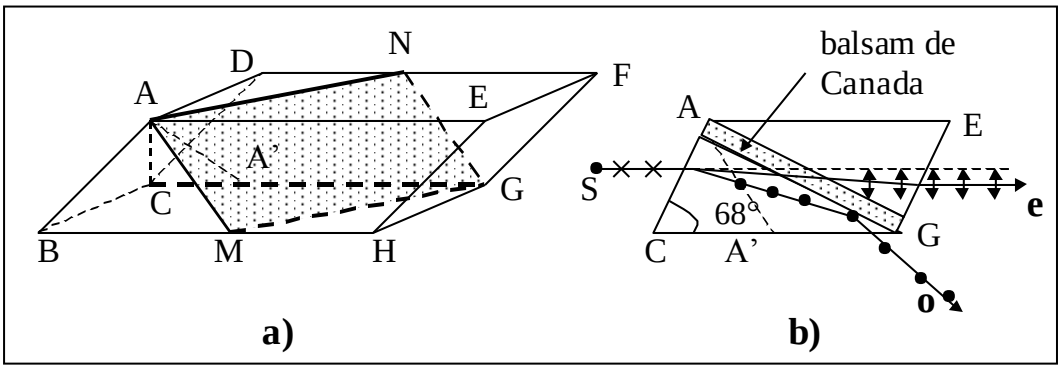


Figura 6. 10

Cele două jumătăţi obţinute se lipesc apoi cu o răşină transparentă, numită *balsam de Canada*, având indicele de refracţie $n_b = 1{,}54$. Dacă o rază de lumină nepolarizată cade pe prisma astfel construită (figura 6.10.b) ea se dedublează în două componente, ordinară, o şi extraordinară, e,

polarizate liniar, prima perpendicular pe planul secţiunii principale, cealaltă în acest plan. Raza ordinară cade pe suprafaţa de separare dintre calcit şi balsamul de Canada sub un unghi de incidenţă mai mare decât unghiul limită (indicele de refracţie în calcit pentru raza ordinară este n_o = 1,66, unghiul limită având astfel valoarea l_o = 69°) şi se reflectă total, fiind apoi absorbită pe faţa laterală a prismei, care este acoperită cu un strat absorbant.

Raza extraordinară se refractă însă prin stratul de balsam de Canada şi iese din prismă prin faţa opusă celei prin care a intrat, întrucât indicele de refracţie al acesteia în calcit este n_e = 1,49, mai mic decât al balamului de Canada.

Se pot realiza şi prisme la care balsamul de Canada este înlocuit cu glicerină sau diferiţi polimeri, care permit extinderea domeniului spectral în care dispozitivul este transparent.

Prisma Foucault este realizată în acelaşi mod ca prisma Nicol, cu deosebirea că balsamul de Canada este înlocuit de un strat de aer, ceea ce permite reducerea unghiului AGE (figura 6.10.b) de la 90° la 50° (deci scurtarea prismei) precum şi utilizarea prismei în ultraviolet.

Prisma Glazebrook (figura 6.11) are secţiune dreptunghiulară şi este secţionată diagonal, cele două jumătăţi fiind lipite cu una din substanţele amintite la prisma Nicol. În cazul când între cele două jumătăţi se află aer, prisma este numită *prisma Glan*. Raza de lumină incidentă cade perpendicular pe faţa anterioară a prismei, axa optică fiind paralelă cu această faţă.

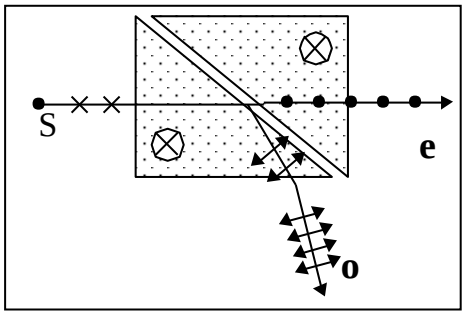


Figura 6. 11

Prisma Wollaston (figura 6.12.a) este alcătuită din două prisme, triunghiulare drepte, P_1 şi P_2, confecţionate din cuarţ sau calcit, axele optice ale lor fiind perpendiculare una pe cealaltă şi paralele cu faţa anterioară a prismei. În prima prismă, razele ordinară şi extraordinară se propagă nedeviate de la direcţia iniţială, ele separându-se în cea de-a doua. În aceasta, raza ordinară devine extraordinară şi trecând la un indice de refracţie mai mic se îndepărtează de direcţia iniţială. Raza extraordinară din prima prismă suferă un proces invers. La ieşire, separaţia unghiulară este:

$$i_o + i_e = 2\cdot(n_e - n_o)\cdot tgA$$

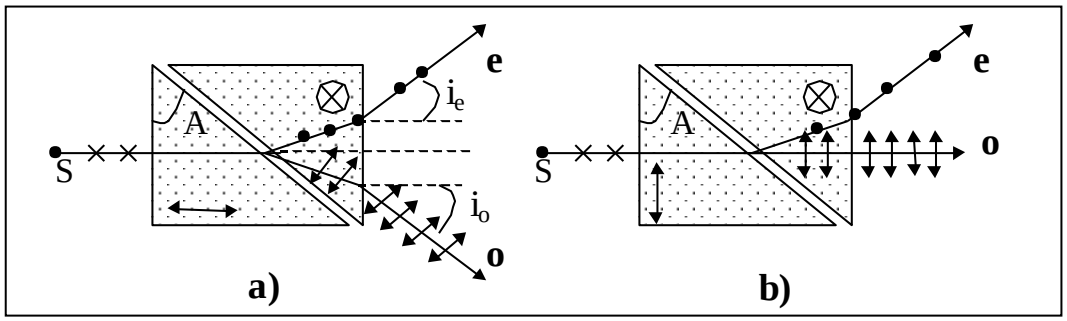


Figura 6. 12

Prisma Rochon (figura 6.12.b) este construită asemănător cu prisma Wollaston, deosebirea constând că prima prismă, P_1 are axa optică paralelă cu direcţia razei de lumină incidente. La această prismă este deviată numai raza extraordinară, separaţia unghiulară fiind pe jumătate ca la prisma Wollaston:

$$i_e = (n_e - n_o)\cdot tgA$$

6.2.2. Dicroismul

Dicroismul este fenomenul de absorbţie selectivă a uneia dintre razele ordinară sau extraordinară, produs la trecerea luminii printr-un anumit cristal al cărui coeficient de absorbţie depinde de direcţia de vibraţie a vectorului luminos. Fenomenul este caracteristic mai mult sau mai puţin tuturor

cristalelor anizotrope, la unele el manifestându-se în domenul vizibil, la altele în alte domenii spectrale.

Astfel, *turmalina* (silicoborat de Al cu Fe, Mg şi Mn) absoarbe complet raza ordinară în domeniul vizibil, dacă grosimea stratului străbătut este de cel puţin 1 ÷ 2 mm. Un neajuns al turmalinei este acela că ea absoarbe destul de puternic şi raza extraordinară, parţial în domeniul vizibil, astfel că lumina transmisă are o coloraţie galben-verzuie.

Un cristal de turmalină transmite numai vibraţiile paralele cu axa optică, absorbindu-le pe cele perpendiculare (figura 6.13).

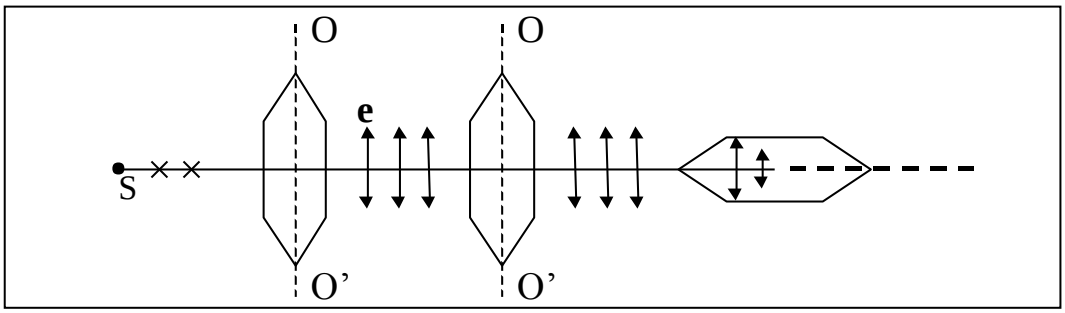


Figura 6. 13

Alte substanţe folosite pentru proprietăţile de dicroism sunt iodosulfatul de chinină[1], telurul sau alcoolul polivinilic. Aceste substanţe sunt utilizate pentru construcţia *polaroizilor*, care sunt dispozitive de polarizare cu suprafeţe mari, ce pot fi folosite şi pentru fascicule largi de lumină, prezentând în acelaşi timp şi o mai slabă absorbţie a luminii transmise. Construcţia lor se realizează folosind un suport transparent (constituit dintr-o peliculă de celuloid, nitroceluloză, gelatină etc.), impregnat cu cristale microscopice dicroice, aliniate prin laminare sau sub acţiunea unui câmp electric. Polaroizii

[1] Numit şi herapatit, de la fizicianul Herapath, care în 1852 a observat fenomenul de dicroism la această substanţă.

sunt folosiţi la studiul luminii polarizate, în tehnica iluminatului şi ca filtre fotografice.

6.2.3. Legea lui Malus

Cu ajutorul dispozitivelor descrise în paragraful anterior se obţin fascicule de lumină polarizată liniar, pe baza fenomenului de birefringenţă. Să considerăm un dispozitiv format dintr-o sursă ce emite un fascicul de lumină naturală pe direcţia Oz şi două dispozitive de polarizare (doi nicoli) având axele optice într-un plan perpendicular pe direcţia Oz (planul xOy, figura 6.14). Primul nicol se numeşte *polarizor*, P, iar cel de-al doilea *analizor*, A. Axa optică a polarizorului, $O_1O'_1$, este orientată pe direcţia axei Oy iar axa optică a analizorului, $O_2O'_2$, face un unghi α cu această axă. Rotind analizorul în jurul axei Oz, astfel ca unghiul α să ia valori în domeniul [0, 360°], se constată că intensitatea luminii transmise de analizor scade de la valoarea maximă (pentru α = 0°) la zero (pentru α = 90°), creşte din nou la valoarea maximă (pentru α = 180°), scade din nou la zero (pentru α = 270°), pentru a atinge în final aceeaşi valoare maximă la o rotaţie completă.

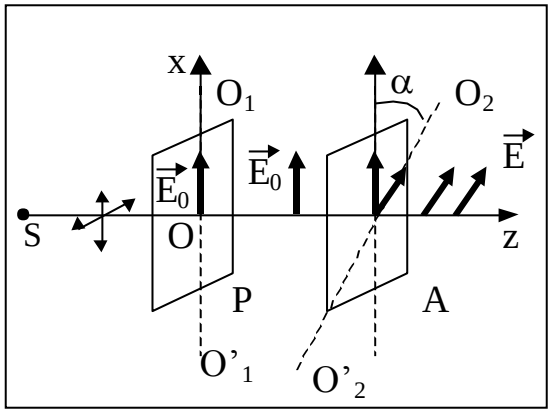


Figura 6. 14

Notând cu E_0 amplitudinea undei transmise de polarizor, amplitudinea undei transmise de analizor este:

$$E = E_0 \cdot \cos \alpha \qquad (6.\ 1)$$

iar intensitatea undei transmise de analizor:

$$\boxed{I = I_0 \cdot \cos^2 \alpha} \qquad (6.\ 2)$$

Relaţia (6.2) reprezintă *legea lui Malus*.

Se poate constata uşor că, dacă $\alpha = 0$ sau 180° (se spune că polarizorul şi analizorul sunt paraleli) $I = I_0$, iar dacă $\alpha = 90°$ sau 270° (se spune că polarizorul şi analizorul sunt încrucişaţi sau la extincţie), $I = 0$.

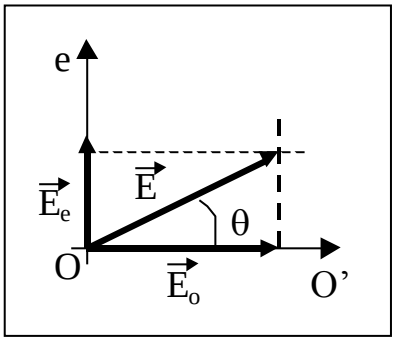


Figura 6. 15

Dacă pe un polarizor cade un fascicul liniar polarizat într-un plan care formează unghiul θ cu unul din planele neutre ale acestuia, unda incidentă se descompune pe direcţiile neutre ale lamei, (figura 6.15) în două componente de amplitudini şi intensităţi egale cu:

$$E_o = E\cdot\cos\theta \quad ; \quad E_e = E\cdot\sin\theta \quad ; \quad I_o = I\cdot\cos^2\theta \quad ; \quad I_e = I\cdot\sin^2\theta \qquad (6.\ 3)$$

Prin polarizor trece numai componenta extraordinară, ceea ce explică legea lui Malus.

Conservarea energiei se exprimă prin relaţia: $I = I_e + I_o$.

6.3. Polarizarea eliptică a luminii prin birefringenţă. Analizori şi compensatori

Lumina polarizată eliptic se poate obţine cu ajutorul unei lame tăiate dintr-un cristal uniax, având feţele paralele cu axa optică.

Dacă lumina naturală devine liniar polarizată (la trecerea printr-un nicol sau printr-un polaroid) şi pătrunde în lamă, în aceasta iau naştere două unde, E şi O, ai căror vectori luminoşi vibrează în plane perpendiculare (vezi relaţia 6.3). La ieşirea din lamă, între undele E şi O există o diferenţă de fază:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\left(n_e - n_o\right)\cdot d \qquad (6.\ 4)$$

unde d este grosimea lamei.

Ecuaţiile undelor E şi O sunt de forma:

$$\begin{cases} E_e = E_{0e} \cdot \cos \omega t \\ E_o = E_{0o} \cdot \cos(\omega t + \varphi) \end{cases} \qquad (6.\ 5)$$

care conduc la ecuaţia traiectoriei descrise de proiecţia vârfului vectorului undei luminoase pe un plan perpendicular pe direcţia de propagare de forma:

$$\frac{E_e^2}{E_{0e}^2} + \frac{E_o^2}{E_{0o}^2} - 2 \cdot \frac{E_e \cdot E_o}{E_{0e} \cdot E_{0o}} \cdot \cos \varphi = \sin^2 \varphi \qquad (6.\ 6)$$

Această relaţie reprezintă ecuaţia unei elipse ale cărei caracteristici depind de natura, grosimea şi orientarea lamei. În funcţie de valoarea defazajului φ apar următoarele situaţii particulare:

Lama undă

Dacă lama birefringentă are o asemenea grosime încât diferenţa de drum δ dintre cele două unde transmise este egală cu un multiplu întreg de lungimi de undă a radiaţiei monocromatice incidente,

$$\delta = d \cdot (n_e - n_o) = m \cdot \lambda \qquad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \ldots)$$

spunem că avem o *lamă undă*. Defazajul φ dintre cele două unde, ordinară şi extraordinară, are valoarea:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta = 2m \cdot \pi$$

iar ecuaţia 6.6 se reduce la:

$$E_e = \frac{E_{0e}}{E_{0o}} \cdot E_o$$

care reprezintă ecuaţia unei drepte. Se obţine deci lumină polarizată liniar, având vectorul luminos al undei emergente în acelaşi plan de oscilaţie ca al undei incidente.

Lama semiundă

Dacă diferenţa de drum optic între cele două unde, introdusă de lamă, este un multiplu impar de semilungimi de undă,

$$\delta = (2m+1)\cdot\frac{\lambda}{2}$$

şi defazajul φ este:

$$\varphi = (2m + 1)\cdot\pi$$

ecuaţia 6.6 devine:

$$E_e = -\frac{E_{0e}}{E_{0o}}\cdot E_o$$

reprezentând, de asemenea, o dreaptă, simetrică faţă de axa optică, în raport cu cea din cazul anterior. Şi de această dată se obţine lumină polarizată liniar, dar planul de oscilaţie al vectorului luminos este simetric cu cel al luminii incidente, faţă de planul principal al lamei cristaline. Se constată că lama semiundă roteşte planul de oscilaţie al undei incidente cu un unghi 2α.

Lama sfert de undă

Dacă diferenţa de drum optic între cele două unde, introdusă de lamă, este un multiplu impar de sferturi de lungime de undă,

$$\delta = (2m+1)\cdot\frac{\lambda}{4}$$

şi defazajul φ este:

$$\varphi = (2m+1)\cdot\frac{\pi}{2}$$

ecuaţia 6.6 devine:

$$\frac{E_e^2}{E_{0e}^2} + \frac{E_o^2}{E_{0o}^2} = 1$$

reprezentând o elipsă raportată la axele de coordonate, adică se obţine lumină polarizată eliptic. Elipsa respectivă este înscrisă într-un dreptunghi de laturi $2E_o$ şi $2E_e$; în cazul particular în care cele două amplitudini sunt egale, $E_e = E_o$, se obţine un cerc înscris într-un pătrat, în această situaţie, lumina la ieşirea din lamă fiind polarizată circular.

Analizorul este un dispozitiv care, folosind lame birefringente, permite stabilirea planului de vibraţie al luminii polarizate liniar şi studiul luminii polarizate eliptic.

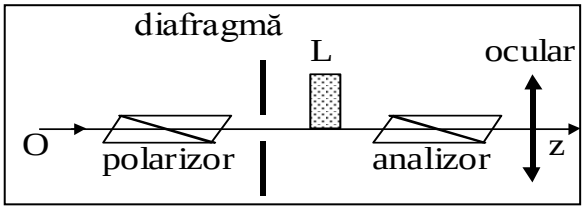


Figura 6. 17

a) <u>Analizorul cu penumbră (Laurent)</u> (figura 6.16) este format dintr-o lamă semiundă, L, plasată între doi nicoli încrucişaţi (la extincţie). Câmpul optic al ocularului apare separat în două jumătăţi delimitate de o linie care reprezintă imaginea marginii lamei L.

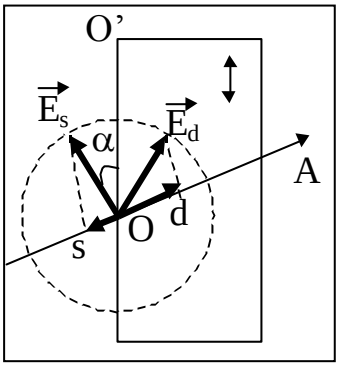


Figura 6. 16

Vibraţia $\vec{E}_s$ ajunge la analizor direct de la polarizor iar vibraţia $\vec{E}_d$ trece mai întâi prin lama L , care, fiind o lamă semiundă, o reorientează simetric în raport cu axa neutră, OO', a lamei (figura 6.17). Proiecţiile celor două vibraţii, $\vec{E}_s$ şi $\vec{E}_d$, pe direcţia axei analizorului, OA, sunt Os şi Od. Când Os ≠ Od, cele două jumătăţi ale câmpului optic al ocularului sunt luminate diferit. La rotirea analizorului în jurul axei Oz, pentru o anumită poziţie a acestuia, Os şi Od devin egale (iluminarea celor două jumătăţi ale câmpului optic al ocularului este egală). În acest caz, direcţia de vibraţie a luminii transmise de polarizor formează unghiul α cu marginea (axa) lamei.

b) Analizorul circular este asemănător cu analizorul cu penumbră, având însă o lamă sfert de undă, care produce lumină polarizată eliptic. Rotind analizorul, se obţine o iluminare minimă a unei jumătăţi a câmpului optic atunci cînd axa optică a analizorului, OA, coincide cu axa mică a elipsei şi o iluminare maximă cînd axa optică a analizorului, coincide cu axa mare a elipsei (figura 6.18). Lumina eliptic polarizată are o diferenţă de drum optic între undele ordinară şi extraordinară: $\delta = (2m+1)\cdot\frac{\lambda}{4}$. Punând în calea fsciculului polarizat eliptic o lamă sfert de undă, se obţine o diferenţă de drum $(2m+1)\cdot\frac{\lambda}{4}-\frac{\lambda}{4}=m\cdot\frac{\lambda}{2}$ şi unda devine liniar polarizată; rotind analizorul, se poate obţine extincţia pe axa analizorului a luminii care a trecut prin lamă. Dacă lumina este polarizată parţial, această extincţie nu se produce, deci analizorul circular permite distingerea luminii polarizate parţial de cea polarizată eliptic.

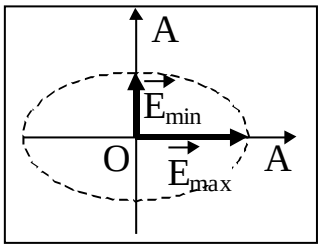


Figura 6. 18

Compensatorul este un dispozitiv optic care introduce diferenţe de fază controlabile şi măsurabile sau poate compensa diferenţele de fază dintre razele extraordinară şi ordinară care au străbătut o lamă birefringentă.

Compensatorul Babinet (figura 6.19) este format din două prisme de cuarţ sau calcit, în formă de pană cu cu unghi foarte mic ($\alpha < 1°$), putând alunaca una faţă de alta, prin intermediul unui şurub micrometric; axele optice sunt reciproc perpendiculare, astfel încât razele ordinară şi extraordinară îşi schimbă rolul la trecerea din prima în a doua prismă.

Pentru o rază liniar polarizată, yy', ce străbate lama în poziţie centrală (d = d'), între raza ordinară şi cea extraordinară nu există nici o diferenţă de drum. O deplasare x, măsurabilă micrometric şi reglabilă continuu, a uneia dintre prisme corespunde unei diferenţe de drum:

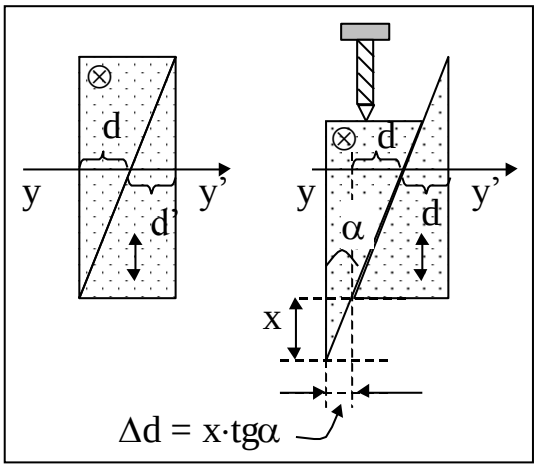


Figura 6. 19

$$\delta = (d + x\cdot tg\alpha)\cdot(n_e - n_o) - d\cdot(n_e - n_o) = (n_e - n_o)\cdot x\cdot tg\alpha$$

şi unei diferenţe de fază:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\left(n_e - n_o\right)\cdot x\cdot tg\,\alpha$$

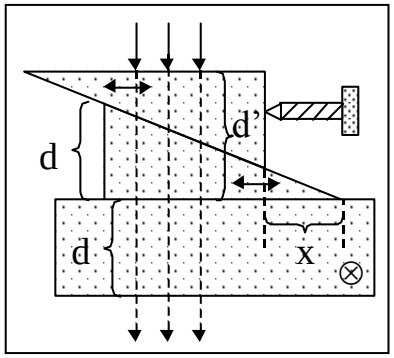


Figura 6. 20

Compensatorul Soleil (figura 6.20) este folosit pentru studiul fasciculelor largi şi este alcătuit din două pene birefringente cu axele optice paralele şi o lamă cu axa optică perpendiculară pe cea a penelor. Diferenţa de drum obţinută prin deplasarea micrometrică a uneia dintre pene este dată de:

$$\delta = (d - d')\cdot(n_e - n_o) = (n_e - n_o)\cdot x\cdot tg\alpha$$

6.4. Birefringenţa provovată

Birefringenţa care apare sub acţiunea unor factori externi la unele substanţe care, în absenţa acestor factori, sunt izotrope, se numeşte *birefringenţă provocată* (*indusă*).

6.4.1. Birefringenţa mecanică

Acest fenomen a fost observat şi studiat pentru prima dată de către J. Seebeck (1813) şi D. Brewster (1815). Sub acţiunea unei tensiuni mecanice (de alungire sau comprimare), o lamă dintr-un material izotrop (sticlă, material plastic) devine birefringentă, comportându-se ca un cristal uniax, cu axa optică pe direcţia forţei deformatoare (cristal uniax pozitiv la alungire, negativ la comprimare). Să considerăm o astfel de lamă, aflată între doi nicoli (P şi A) la extincţie (figura 6.21). Între lamă şi analizor se plasează un compensator Babinet, C.B, folosit pentru determinarea diferenţei de fază. La exercitarea unei presiuni mecanice asupra lamei L, în câmpul vizual al analizorului apare lumină, ceea ce semnifică faptul că lama devine birefringentă (lumina liniar polarizată de polarizorul P se descompune în lamă în două componente, cu viteze de propagare diferite). La ieşirea din lamă, cele două componente au un defazaj:

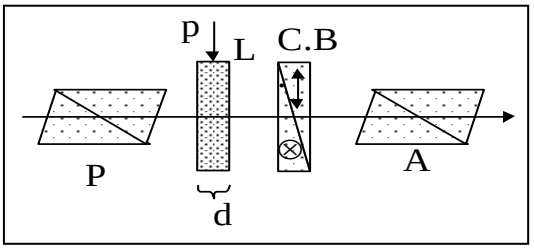


Figura 6. 21

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \left(n_e - n_o\right) \cdot d$$

şi, prin compunere, formează o undă eliptic sau liniar polarizată. Planul de vibraţie al vectorului luminos, $\vec{E}$, nu mai este perpendicular pe axa analizorului A, deci există o componentă transmisă de analizor, conform legii lui Malus, ceea ce explică apariţia luminii în câmpul optic al acestuia.

Diferenţa de fază poate fi măsurată cu ajutorul compensatorului, constatându-se că ea este proporţională cu presiunea mecanică p, exercitată asupra lamei, cu grosimea d a acesteia şi depinde de natura materialului din

care este confecţionată lama, dependenţă caracterizată de constanta de proporţionalitate, C, numită *constantă fotoelastică*:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \left(n_e - n_o\right) \cdot d = C \cdot p \cdot d \qquad (6.\ 7)$$

Fenomenul de birefringenţă mecanică stă la baza analizei fotoelastice a tensiunilor (fotoelasticimetrie), dispozitivul folosit, ca cel din figura 6.21, fiind numit *polariscop*.

Există substanţe (gelatine, răşini – araldit, dinox) cu constante fotoelastice mari, din care se confecţionează machetele unor piese supuse la tensiuni mecanice. În lumina transmisă, în funcţie de distribuţia de tensiuni, apar zone iluminate diferit, curbe care permit determinarea distribuţiei tensiunilor în piesă.

Celofanul devine birefringent în decursul fabricării, deoarece este supus unor tensiuni; se poate folosi pentru confecţionarea unor lame semiundă sau sfert de undă.

6.4.2. Birefringenţa prin călire

Unele substanţe izotrope devin optic anizotrope, deci birefringente, prin încălzire urmată de o răcire bruscă. Tocmai din acest motiv, sticla topită, care poate rămâne tensionată în cursul răcirii, trebuie răcită foarte lent când are loc fabricarea componentelor optice confecţionate din acest material.

6.4.3. Birefringenţa electrică

Sub acţiunea unui câmp electric, unele substanţe optic izotrope devin birefringente, comportându-se ca un cristal uniax cu axa optică pe direcţia câmpului electric.

Efectul electrooptic liniar (Pockels)

La aplicarea unui câmp electric exterior, un cristal devine birefringent, cu axa optică pe direcţia câmpului; defazajul între undele ordinară şi extraordinară este proporţional cu intensitaea câmpului electric aplicat, deoarece birefringenţa indusă este proporţională, de asemenea cu acest câmp:

$$n_e - n_o \sim E \qquad (6.\ 8)$$

Pentru un astfel de cristal, aşezat între un polarizor şi un analizor încrucişaţi, intensitatea luminii transmise de analizor este variabilă în funcţie de intensitatea câmpului aplicat, de la I_{max} (pentru o valoare E a câmpului astfel încât cristalul să rotească planul de polarizare cu 90°), la zero (pentru E = 0). Deci, în funcţie de intensitatea câmpului exterior, se poate realiza *modularea luminii* în amplitudine.

Efectul electrooptic pătratic (Kerr)

Unele substanţe (lichide – nitrobenzen; cristale) introduse în câmp electric prezintă o birefringenţă:

$$\Delta n = n_e - n_o \sim E^2$$

şi un defazaj între razele ordinară şi extraordinară:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \Delta n = 2\pi \cdot B \cdot d \cdot E^2 \qquad (6.\ 9)$$

proporţional cu pătratul intensităţii câmpului electric aplicat. B reprezintă *constanta Kerr*, care poate avea valori pozitive sau negative şi scade la creşterea lungimii de undă a luminii folosite (adică suferă o dispersie spectrală).

Efectul Kerr se explică prin orientarea, sub acţiunea câmpului electric exterior, a dipolilor electrici permanenţi sau induşi din substanţă, proces care este foarte rapid (~ 10^{-9} s). De aceea, efectul stă la baza construcţiei *obturatorilor optici* fără inerţie, folosiţi în tehnica "nanosecundelor", de exemplu pentru obţinerea impulsurilor laser de energie mare şi durată foarte

scurtă. În ultimul timp, efectul Kerr este folosit şi în sistemele de transmisie a informaţiei prin fibre optice.

Efectul Kerr a fost folosit pentru determinarea vitezei luminii, dispozitivul fiind descris în figura 6.22. Celulele Kerr[1] K_1 şi K_2 sunt alimentate la o tensiune alternativă de frecvenţă foarte mare. Pentru o anumită valoare a acestei frecvenţe, lumina transmisă prin celula K_1 este obturată de celula K_2. Acest lucru se întâmplă când timpul de parcurgere de către lumină a distanţei între cele două celule, d, (de ordinul metrilor) este un multiplu întreg de semiperioade, T/2, ale tensiunii, ceea ce permite determinarea vizezei de propagare a luminii: v = 2d/T.

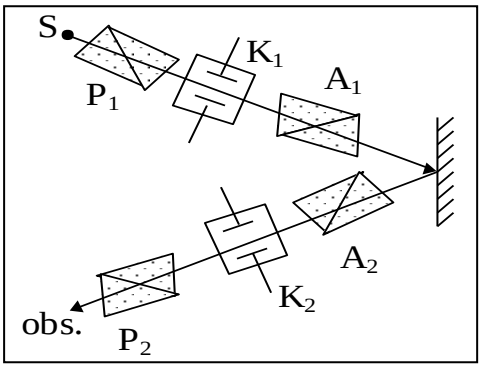


Figura 6. 22

6.4.4. Birefringenţa magnetică (efectul Cotton – Mouton)

Acest efect este asemănător efectului Kerr. Unele lichide, sub acţiunea unui câmp magnetic exterior de intensitate H, devin birefringente, cu birefringenţa:

$$\Delta n = n_e - n_o \sim H^2$$

şi un defazaj între razele ordinară şi extraordinară:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \Delta n = 2\pi \cdot C \cdot d \cdot H^2 \qquad (6.\ 10)$$

[1] O celulă Kerr este construită dintr-o cuvă din material transparent, umplută cu nitrobenzen şi în care se găsesc doi electrozi plan-paraleli pe care se aplică o tensiune electrică pentru producerea efectului Kerr.

proporţional cu pătratul intensităţii câmpului electric magnetic. C reprezintă *constanta Cotton-Mouton*, care scade la creşterea lungimii de undă a luminii folosite (adică suferă o dispersie spectrală).

Efectul se explică prin orientarea, sub acţiunea câmpului magnetic exterior, a dipolilor magnetici din substanţă.

6.5. Polarizarea rotatorie

6.5.1. Polarizarea rotatorie

Dacă între doi nicoli la extincţie se introduce o lamă cristalină (cuarţ), cu axa optică paralelă cu direcţia razei de lumină (direcţie pe care nu se produce fenomenul de birefringenţă), se observă că în câmpul optic al analizorului apare lumină (figura 6.23). Rotind analizorul în jurul direcţiei de propagare a razei de lumină, se observă că, pentru un anumit unghi, apare din nou extincţia, ceea ce semnifică faptul că lama cristalină a rotit planul de polarizare a luminii provenite din polarizor. Fenomenul se numeşte *polarizare rotatorie*, iar substanţele care rotesc planul de polarizare a luminii se numesc *substanţe optic active*. Ele sunt de două feluri: *levogire* – cînd rotaţia planului de polarizare are loc spre stânga şi *dextrogire* - cînd rotaţia planului de polarizare are loc spre dreapta, din punctul de vedere al obervatorului ce observă lumina venind dinspre lamă.

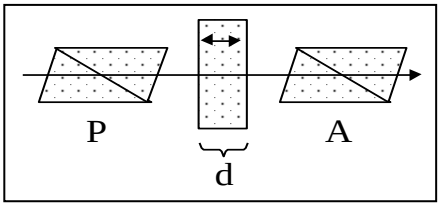


Figura 6. 23

Alte substanţe optic active sunt cristalele sau soluţia de zahăr, glucoza, terebentina etc.

Unghiul de rotaţie a planului de polarizare este proporţional cu grosimea d a lamei optic active:

$$\alpha = \overline{\alpha} \cdot d \qquad (6.\ 11)$$

unde $\overline{\alpha} = A + \frac{B}{\lambda}$, numită *putere rotatorie*, este o constantă caracteristică substanţei, dependentă printr-o relaţie de dispersie de lungimea de undă a luminii.

La soluţii, unghiul de rotaţie a planului de polarizare depinde şi de concentraţia c soluţiei:

$$\alpha = \alpha_0 \cdot c \cdot d \qquad (6.\ 12)$$

unde α_0, numită *putere rotatorie specifică*, este o constantă dependentă de natura substanţei.

Fenomenul de polarizare rotatorie stă la baza funcţionării polarimetrelor de tip Laurent sau Soleil, folosite pentru determinarea concentraţiilor unor soluţii optic active.

Explicaţia polarizării rotatorii a fost dată de Fresnel: la intrarea în mediul optic activ, lumina liniar polarizată se descompune (figura 6.24) în două unde polarizate circular în sensuri opuse, care se propagă cu viteze diferite, $v_s \neq v_d$ deci $n_s \neq n_d$ ($v_s < v_d$ pentru substanţele dextrogire şi $v_s > v_d$ pentru cele levogire).

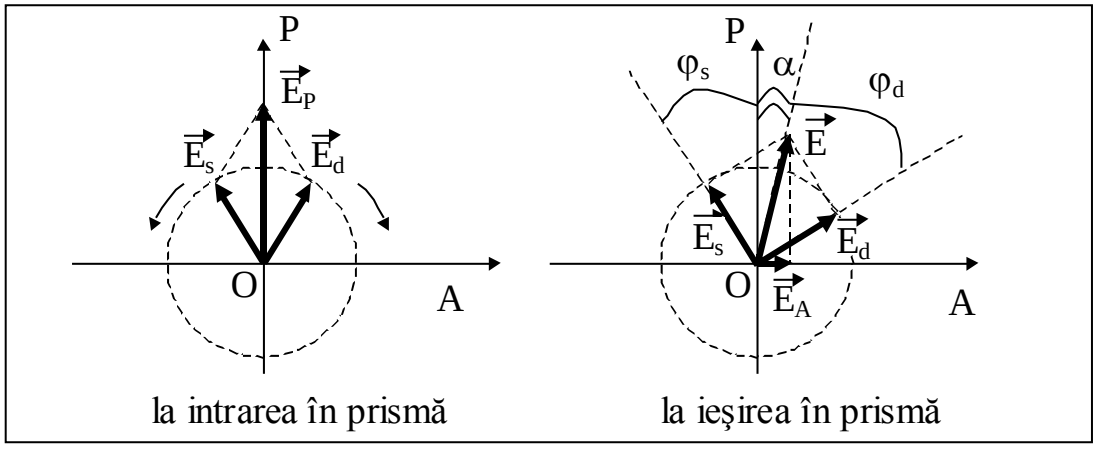


Figura 6. 24

La ieşirea din mediul optic activ, prin compunerea celor două unde circular polarizate, se obţine o undă liniar polarizată pe direcţia bisectoarei unghiului dintre vectorii $\vec{E}_d$ şi $\vec{E}_s$, care face cu axa polarizorului unghiul:

$$\alpha = \frac{\varphi_d + \varphi_s}{2} - \varphi_s = \frac{\varphi_d - \varphi_s}{2} = \frac{\pi \cdot d \cdot (n_d . - n_s)}{\lambda} = \overline{\alpha} \cdot d \qquad (6.\ 13)$$

Într-o prismă de cuarţ cu axa optică paralelă cu baza, lumina se descompune în două raze polarizate circular în sensuri opuse, având indici de refracţie diferiţi, care se propagă pe direcţii diferite (figura 6.25.a). Această dedublare a razelor este un efect nedorit în spectroscopie şi se elimină prin asocierea unei prisme de cuarţ D (dextrogir) cu o prismă de cuarţ S (levogir), numită *prismă Cornu* (figura 6.25.b)

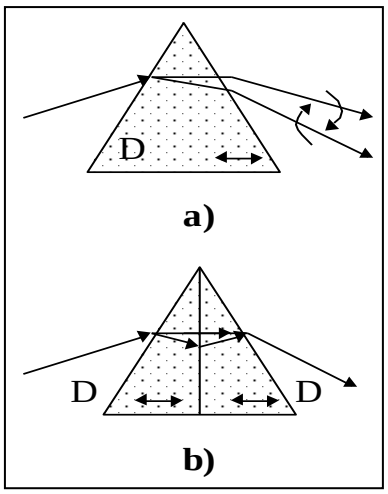


Figura 6. 25

6.5.2. Polarizarea rotatorie magnetică (efectul Faraday)

Unele substanţe inactive optic (sticlă, CS_2, săruri de Fe, săruri ale pământurilor rare), devin optic active sub acţiunea unui câmp magnetic . La aplicarea câmpului magnetic $\vec{H}$ apare lumină în câmpul optic al analizorului (figura 6.26). Unghiul de rotaţie a planului de polarizare este:

$$\alpha = \rho \cdot d \cdot H \cdot \cos\theta \qquad (6.\ 14)$$

unde θ este unghiul dintre direcţia fasciculului luminos şi cea a câmpului magnetic $\vec{H}$ şi ρ este *constanta lui Verdet*, care depinde de natura materialului, temperatură şi lungimea de undă a luminii, după o relaţie de forma:

$$\rho = \frac{A}{\lambda^2} + \frac{B}{\lambda^4}$$

care exprimă dispersia rotatorie.

Sensul de rotaţie a planului de polarizare depinde de sensul câmpului magnetic: o substanţă poate deveni levogiră sau dextrogiră, după cum sensul câmpului magnetic $\vec{H}$ este acelaşi cu sensul de propagare al razei de lumină, respectiv invers faţă de acesta.

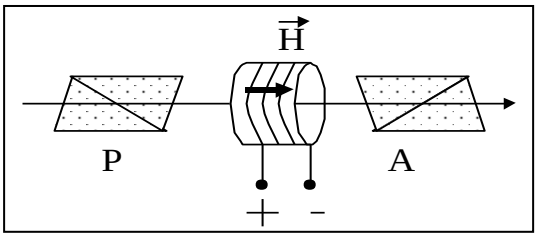


Figura 6. 26

La străbaterea în două sensuri (dus-întors) a unei substanţe magneto-optic active, sensul rotaţiei se păstrează (rotaţiile se adună), în timp ce în cazul activităţii optice obişnuite, schimbarea sensului de propagare a luminii produce o rotaţie în sens opus a planului de polarizare.

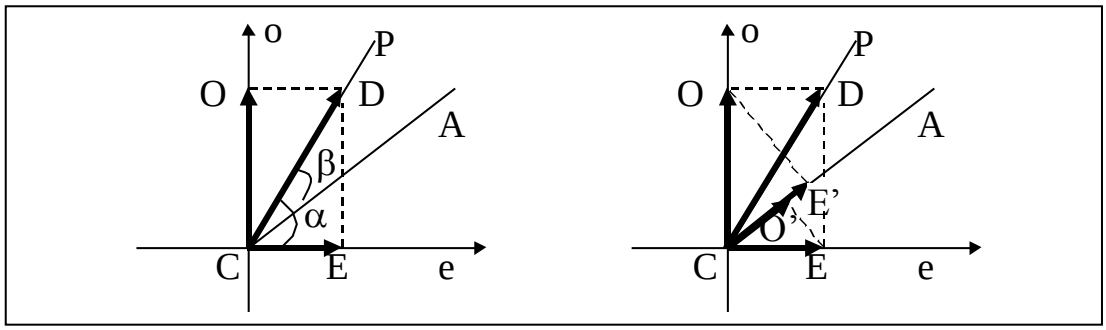
Explicaţia fenomenului se bazează pe fenomenul de precesie a momentului magnetic al electronilor din atomi şi molecule, sub acţiunea câmpului magnetic. Timpul de răspuns la apariţia şi dispariţia efectului Faraday (intervalul de timp de la aplicarea câmpului magnetic până la producerea rotaţiei planului de polarizare, respectiv cel de la încetarea acţiunii câmpului magnetic exterior până la revenirea planului de polarizare în poziţia iniţială) este foarte scurt (~ 10^{-9} s), ceea ce permite folosirea acestui efect la construcţia obturatoarelor optice (ca, de exemplu, în cazul unui mediu care roteşte planul de polarizare a luminii cu 45°; străbătut în ambele sensuri, produce o rotaţie a acestui plan cu 90°, obturând fasciculul incident).

6.6. Aplicaţii

- *Să se studieze variaţia intensităţii luminii transmise prin sistemul format din doi nicoli între care se află o lamă cristalină birefringentă în funcţie de poziţiile relative ale celor trei elemente ale dispozitivului*

Rezolvare:

Considerăm că poziţiile celor doi nicoli şi cea a lamei sunt descrise de desenul din figura de mai jos, unde C_o şi C_e sunt liniile neutre ale lamei şi CP şi CA sunt axele optice (direcţiile de vibraţie a luminii transmise) ale polarizorului, respectiv analizorului. Unghiul dintre axa optică a polarizorului, CP şi axa Ce a lamei este α, iar unghiul dintre axa optică a polarizorului, CP şi axa optică a analizorului, CA este β.



Segmentul CD reprezintă amplitudinea undei transmise de analizor, A_0. Amplitudinile undelor ordinară şi extraordinară din lamă sunt:

$$E_o = CO = A_0 \cdot \sin \alpha \quad ; E_e = CE = A_0 \cdot \cos \alpha$$

Între undele ordinară şi extraordinară la ieşirea din lamă există o diferenţă de fază:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \cdot (n_e - n_o)$$

Din vibraţiile undelor ordinară şi extraordinară, analizorul transmite numai componentele pe axa sa optică, CA, adică proiecţiile CO'şi CE' ale lui CO şi respectiv CE pe CA.

$$CE' = E_e \cdot \cos(\alpha - \beta) = A_0 \cdot \cos\alpha \cdot \cos(\alpha - \beta)$$

$$CO' = E_o \cdot \sin(\alpha - \beta) = A_0 \cdot \sin\alpha \cdot \sin(\alpha - \beta)$$

Amplitudinea rezultantă prin compunerea acestor vibraţii este:

$$E^2 = CE'^2 + CO'^2 + 2\cdot CE'^2\cdot CE'^2\cdot\cos\varphi = A_0^2\cdot\cos^2\alpha\cdot\cos^2(\alpha-\beta) +$$

$$+ A_0^2\cdot\sin^2\alpha\cdot\sin^2(\alpha-\beta) + 2\cdot A_0^2\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha\cdot\sin(\alpha-\beta)\cdot\cos(\alpha-\beta)\cdot\cos\varphi$$

Înlocuind

$$\cos\varphi = 1 - 2\cdot\sin^2\frac{\varphi}{2},\ 2\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha = \cdot\sin 2\alpha \text{ şi}$$

$$2\cdot\sin(\alpha-\beta)\cdot\cos(\alpha-\beta) = \cdot\sin 2\cdot(\alpha-\beta),$$

rezultă:

$$E^2 = A_0^2\cdot[\cos^2\alpha\cdot\cos^2(\alpha-\beta) + \sin^2\alpha\cdot\sin^2(\alpha-\beta) +$$

$$+ \frac{1}{2}\cdot\sin 2\alpha\cdot\sin 2(\alpha-\beta) - \sin 2\alpha\cdot\sin 2(\alpha-\beta)\cdot\sin^2\frac{\varphi}{2}].$$

Ţinând cont de relaţia:

$$\frac{1}{2}\cdot\sin 2\alpha\cdot\sin 2(\alpha-\beta) = 2\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha\cdot\sin(\alpha-\beta)\cdot\cos(\alpha-\beta),$$

rezultă:

$$E^2 = A_0^2\cdot\{[\cos\alpha\cdot\cos(\alpha-\beta) + \sin\alpha\cdot\sin(\alpha-\beta)]^2 -$$

$$-\sin 2\alpha\cdot\sin 2(\alpha-\beta)\cdot\sin^2\frac{\varphi}{2}\}.$$

Cum $[\cos\alpha\cdot\cos(\alpha-\beta) + \sin\alpha\cdot\sin(\alpha-\beta)]^2 = \cos\beta$, se obţine:

$$I = I_0\cdot[\cos^2\beta - \sin 2\alpha\cdot\sin 2(\alpha-\beta)\cdot\sin^2\frac{\varphi}{2}].$$

Intensitatea luminii transmise depinde de unghiul β dintre axele nicolilor, de orientarea lamei (unghiul α) şi de diferenţa de fază, φ, produsă de lamă.

Cazuri particulare:

– Lama undă: $\varphi = 2m\cdot\pi$, $\sin\frac{\varphi}{2} = 0$, $I = I_0\cdot\cos^2\beta$, relaţie care reprezintă legea lui Malus. În acest caz, intensitatea luminii nu depinde de orientarea lamei (de unghiul α).

– Lama semiundă: $\varphi = (2m + 1)\cdot\pi$, $\sin^2\frac{\varphi}{2} = 1$,

$$I = I_0\cdot[\cos^2\beta - \sin 2\alpha\cdot\sin 2(\alpha - \beta)]$$

Dacă $\alpha = \frac{\pi}{4}$ (lama în poziţie diagonală), $I = I_0\cdot\sin^2\beta$ şi, dacă nicolii sunt încrucişaţi ($\beta = \frac{\pi}{2}$), $I = I_0$, iar dacă nicolii sunt paraleli ($\beta = 0$), $I = 0$.

– Lama sfert de undă: $\varphi = (2m + 1)\cdot\frac{\pi}{2}$, $\sin^2\frac{\varphi}{2} = \frac{1}{2}$,

$$I = I_0\cdot[\cos^2\beta - \frac{1}{2}\cdot\sin 2\alpha\cdot\sin 2(\alpha - \beta)]$$

Dacă $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $I = \frac{I_0}{2}$, deci lama sfert de undă în poziţie diagonală transmite jumătate din intensitatea fasciculului iniţial, indiferent de unghiul dintre nicoli.

- *Un fascicul de lumină liniar polarizat este incident pe un cristal de spat de Islanda, astfel încât planul de oscilaţie al luminii incidente formează unghiul $\alpha = 30°$ cu planul secţiunii principale a cristalului. Care este gradul de polarizare a luminii emergente din lamă ? Pentru ce valori ale unghiului α polarirarea capătă valoarea 1, respectiv 0 ?*

Rezolvare:

Dacă amplitudinea undei incidente este A, amplitudinile undelor ordinară, respectiv extraordinară sunt:

$$E_e = A \cdot \cos 30° = A \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \;\; ; \;\; E_o = A \cdot \sin 30° = \frac{A}{2} \;\; ; \;\; E_e > E_o.$$

Gradul de polarizare este:

$$P(\alpha) = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} = 1 - 2 \cdot \sin^2 \alpha$$

Pentru $\alpha = 30°$,

$$P = \frac{I_e - I_o}{I_e + I_o} = \frac{A^2 \cdot \left(\cos^2 30° - \sin^2 30°\right)}{A^2 \cdot \left(\cos^2 30° + \sin^2 30°\right)} = \frac{1}{2} = 50\,\%$$

– Dacă $P = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0$

– Dacă $P = 0 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$ (când $E_e = E_o$).

VII. PROPAGAREA LUMINII PRIN MEDII IZOTROPE

7.1. Absorbţia, difuzia şi dispersia luminii – tratare fenomenologică

7.1.1. Absorbţia luminii

Lumina este absorbită la trecerea prin medii optice, în sensul că unda luminoasă pierde energie la parcurgerea mediului respectiv.

Absorbţia are un caracter selectiv, ea depinzând de natura mediului absorbant şi de lungimea de undă a undei luminoase, astfel, sticla nu absoarbe radiaţiile vizibile, dar absoarbe radiaţiile infraroşii şi ultraviolete, atmosfera prezintă câteva ferestre de transparenţă – în vizibil, domeniul radio şi o parte a domeniului infraroşu – pentru observaţii astronomice în domeniile de absorbţie receptorii trebuind să fie situaţi în spaţiul extraatmosferic.

Absorbţia explică culoarea corpurilor: astfel, corpurile transparente (filtre) absorb radiaţiile de toate lungimile de undă cu excepţia celor care determină culoarea filtrului, în timp ce corpurile opace absorb toate lungimile de undă cu excepţia celor refleflectate şi care determină culoarea corpului.

Scăderea dI a intensităţii luminii la străbaterea unui strat absorbant elementar de grosime dx este proporţională cu grosimea stratului absorbant, cu intensitatea iniţială a fasciculului şi depinde de natura mediului şi de lungimea de undă a luminii (figura 7.1).

$$dI \sim I\ ,\ dI \sim dx \ \Rightarrow\ dI = -k_\lambda \cdot I \cdot dx$$

$$\frac{dI}{I} = -k_\lambda \cdot dx\ ;\quad \int_{I_0}^{I_l} \frac{dI}{I} = -k_\lambda \cdot \int_0^x dx\ ;\quad \ln\frac{I_l}{I_0} = -k_\lambda \cdot x$$

$$\boxed{I = I_0 \cdot e^{-k_\lambda \cdot x}} \qquad (7.\ 1)$$

Relaţia (7.1) reprezintă *legea Bouguer-Lambert*, unde I_l şi I_0 sunt intensităţile fasciculului incident, respectiv emergent din mediul absorbant de grosime x şi k_λ coeficientul de absorbţie care depinde de lungimea de undă şi de natura mediului absorbant. Această relaţie, dedusă aici din considerente experimentale, este echivalentă cu relaţia (5.40), dedusă pe cale teoretică.

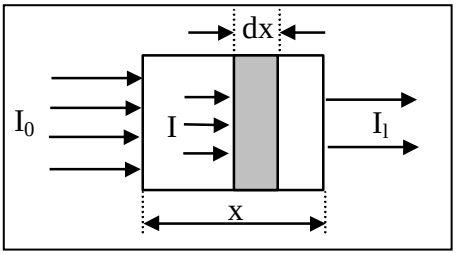


Figura 7. 1

În cazul soluţiilor, trebuie să se ţină seama şi de concentraţia acestora, având în vedere faptul că absorbţia depinde şi de acest factor. Dacă se neglijează efectul solventului, intensitatea luminii după parcurgerea unui strat de grosime x dintr-o soluţie de concentraţie c, este:

$$\boxed{I_l = I_0 \cdot e^{-\varepsilon_\lambda \cdot c \cdot x}} \qquad (7.\ 2)$$

unde ε_λ este *coeficientul de extincţie* natural iar c concentraţia soluţiei.

Relaţia (7.2) reprezintă *legea lui Beer*, care se aplică la absorbţia luminii de către soluţii.

$$\frac{I_{solutie}}{I_{solvent}} = \frac{I_0 \cdot e^{-k \cdot x} \cdot e^{-\varepsilon \cdot c \cdot x}}{I_0 \cdot e^{-k \cdot x}} = e^{-\varepsilon \cdot c \cdot x} = \frac{I_l}{I_0}$$

Raportul:

$$\tau = \frac{I_l}{I_0} \qquad (7.\ 3)$$

se numeşte *coeficient de transmisie*, iar mărimea:

$$E = \lg \frac{1}{\tau} = \lg \frac{I_l}{I_0} \qquad (7.\ 4)$$

se numeşte *extincţie*. Aceste două mărimi sunt folosite la studiul experimental al absorbţiei.

Analizele prin absorbţie se folosesc pentru determinarea concentraţiilor soluţiilor sau pentru studiul structurii mediilor absorbante, care absorb anumite lungimi de undă caracteristice.

7.1.2. Difuzia (împrăştierea) luminii

Difuzia este fenomenul datorită căruia rezele de lumină care sunt invizibile într-un mediu transparent, devin vizibile dacă în mediu se află impurităţi microscopice (praf, fum, suspensii).

Fenomenul se explică prin producerea undelor secundare în mediul difuzant, a căror direcţie este diferită de a undei primare. Când frecvenţa undelor secundare este aceeaşi cu a undei primare, difuzia se numeşte *difuzia elastică* (*difuzie Rayleigh*), iar când frecvenţa undelor secundare este diferită de a undelor primare, difuzia se numeşte *difuzie inelastică*.

Difuzia este produsă de neomogenităţi sau fluctuaţii de densitate care apar în medii, având întinderi de ordinul 0,1 ÷ 10 λ. Datorită transferului de energie către undele secundare, intensitatea undei primare scade. Notând cu k' *coeficientul de extincţie* datorat difuziei şi considerând şi absorbţia undei, legea de atenuare a undei luminoase se scrie:

$$\boxed{I_l = I_0 \cdot e^{-(k_\lambda + k')\cdot x}} \qquad (7.\ 5)$$

Difuzia în medii tulburi

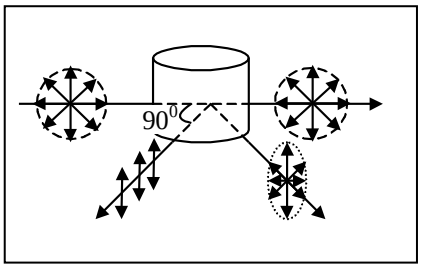


Figura 7. 2

Mediile tulburi conţin particule fine în suspensie (fum, praf, ceaţă, emulsii).

Dacă dimensiunile particulelor în suspensie sunt de dimensiuni sub $\frac{\lambda}{10}$, se constată următoarele:

- când lumina incidentă este liniar polarizată, lumina difuzată este de asemenea liniar polarizată
- când lumina incidentă este nepolarizată, lumina difuzată pe direcţia luminii incidente este nepolarizată; lumina difuzată la 90° este liniar polarizată cu vectorul luminos într-un plan perpendicular pe planul determinat de direcţia undei incidente şi cea a undei difuzate; pentru unghiuri de difuzie între 0 şi 90°, lumina difuzată este parţial polarizată în acelaşi plan (figura 7.2)
- intensitatea luminii difuzate depinde de unghiul de difuzie, aşa cum se poate vedea în figura 7.3; ea este maximă pe direcţia razei incidente şi minimă pe direcţia perpendiculară pe aceasta, conform relaţiei:

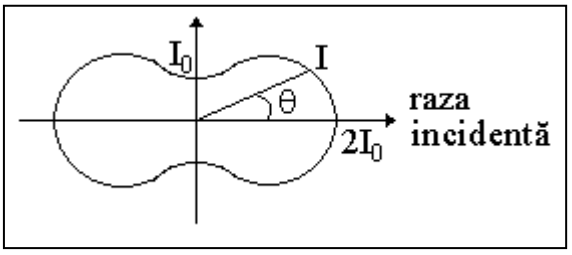


Figura 7. 3

$$I_{dif} = I_0\left(1+\cos^2\theta\right) \qquad (7.\ 6)$$

- intensitatea luminii difuzate la 90° este invers proporţională cu puterea a patra a lungimii de undă (intensitatea undelor secundare

este proporţională cu acceleraţia sarcinilor puse în mişcare de oscilaţie de unda incidentă, $a \sim \omega^2$, $I \sim a^2 \sim \omega^2 \sim \frac{1}{\lambda^4}$)

- când diametrul particulelor difuzante este mai mare sau egal cu lungimea de undă, intensitatea luminii difuzate este invers proporţională cu puterea a doua a lungimii de undă (*difuzie Mie*) şi scade cu dimensiunea particulelor difuzante.

Difuzia moleculară

Acest tip de difuzie se produce în medii omogene (fără farticule în suspensie), în special în lichide şi gaze. Acestea difuzează lumina mult mai puţin decât mediile tulburi (este difuzată $10^{-6} \div 10^{-7}$ din intensitatea luminii incidente) Cauza acestui tip de difuzie o reprezintă *fluctuaţiile de densitate* care determină variaţii ale permitivităţii şi neregularităţi în orientarea moleculelor.

Culoarea albastră a cerului este datorată difuziei luminii solare, cauzată de fluctuaţiile de densitate ale aerului atmosferic, explicaţia fiind următoarea: cum intensitatea luminii difuzate este invers proporţională cu puterea a patra a lungimii de undă (difuzie Rayleigh) şi cum lungimea de undă a radiaţiei albastre este mai mică decât cea a radiaţiei roşii, rezultă că intensitatea radiaţiei difuzate în domeniul albastru este mai mare decât cea radiaţiei difuzate în domeniul roşu. Dacă în atmosferă există particule în suspensie (praf, picături de apă), predomină difuzia Mie.

Fenomenul de difuzie este folosit, printre altele, pentru determinarea temperaturii critice, ştiut fiind faptul că atunci când temperatura se apropie de cea critică, fluctuaţiile de densitate a lichidelor cresc, iar vaporii din apropierea lichidului devin tulburi (opalescenţă critică).

7.1.3. Dispersia luminii

Dispersia este fenomenul de dependenţă a vitezei de propagare (şi deci a indicelui de refracţie) a luminii de lungimea de undă (frecvenţa) acesteia.

Fenomenul a fost pus în evidenţă de către Newton, prin descompunerea luminii albe la trecerea printr-o prismă optică; în acest caz, unghiul de emergenţă al razei de lumină şi unghiul de deviere a acesteia faţă de direcţia iniţială sunt dependente de indicele de refracţie al materialului din care este confecţionată prisma şi, deci, de lungimea de undă a radiaţiei luminoase.

Conform unei relaţii a lui Cauchy, dispersia se exprimă prin:

$$n^2 = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \cdots \qquad (7.\ 7)$$

unde A, B, C, … sunt constante care depind de natura mediului.

Se defineşte *dispersia mediului* ca fiind:

$$D = \frac{dn}{d\lambda} \qquad (7.\ 8)$$

Se mai folosesc mărimile:

- *dispersia medie*:

$$\Delta n = n_F - n_C \qquad (7.\ 9)$$

- *coeficientul de dispersie (numărul lui Abbé)*:

$$\nu = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C} \qquad (7.\ 10)$$

- *dispersia relativă* (*puterea de dispersie*):

$$D_r = \frac{1}{\nu} = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1} \qquad (7.\ 11)$$

unde n_D este indicele de refracţie al mediului pentru radiaţia galbenă a sodiului (5890 Å), n_F este indicele de refracţie al mediului pentru radiaţia albastră a H

(4860 Å) şi n_C este indicele de refracţie al mediului pentru radiaţia roşie a H (6560 Å).

Sticla Crown are o dispersie relativă mică (0,02) iar sticla Flint o dispersie relativă mai mare (0,033)

În domeniul vizibil, majoritatea substanţelor prezintă o scădere continuă a indicelui de refracţie odată cu creşterea lungimii de undă (creştere a indicelui de refracţie odată cu creşterea frecvenţei); în acest caz avem de-a face cu aşa-numita *dispersie normală* (figura 7.4.a), la care $\frac{dn}{d\lambda} < 0$ sau $\frac{dn}{d\nu} > 0$.

Unele substanţe (soluţie de iod, fuxină, cianină) prezintă însă o discontinuitate în variaţia indicelui de refrcţie cu lungimea de undă (sau cu frecvenţa), apărând un salt brusc al lui n, într-o regiune în care $\frac{dn}{d\lambda} > 0$, respectiv $\frac{dn}{d\nu} < 0$, fenomenul fiind cunoscut sub numele de *dispersie anormală* (figura 7.4.b).

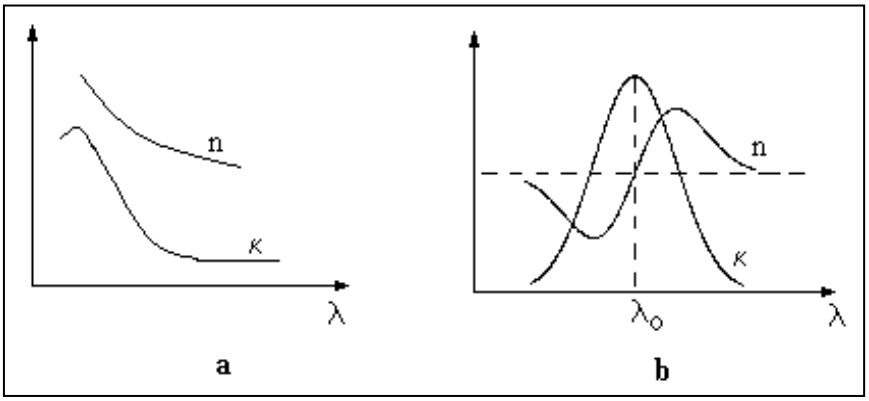


Figura 7. 4

Regiunea de dispersie anormală este situată în domeniul roşu pentru fuxină, albastru pentru cianină etc. În figura 7.4 este reprezentată variaţia cu

lungimea de undă a indicelui de refracţie, n şi a indicelui de atenuare, κ, pentru materiale cu dispersie normală (a) şi dispersie anormală (b).

În domeniul de dispersie anormală, substanţele prezintă o absorbţie intensă de energie de la unda luminoasă, datorată unui proces de rezonanţă între oscilaţiile vectorului $\vec{E}$ al undei şi oscilaţiile proprii ale sistemelor de sarcini electrice din atomi şi molecule.

Dispersia luminii, prin descompunerea acesteia în radiaţii cu lungimi de undă diferite, se foloseşte pentru analiza spectrală a surselor de radiaţii.

7.2. Aplicaţii ale dispersiei luminii. Aparate spectrale cu prismă

Fenomenul de dispersie permite studiul radiaţiilor luminoase emise de o sursă, deci determinarea compoziţiei sursei, pe baza *analizei spectrale*, având în vedere că fiecare substanţă are un spectru caracteristic al radiaţiilor emise. *Spectrul* unei surse este alcătuit din totalitatea radiaţiilor emise de acea sursă.

Aparatele spectrale conţin un dispozitiv dispersiv, care poate fi o prismă optică, ce descompune lumina în radiaţiile componente. Se folosesc mai multe tipuri de aparate spectrale, cum sunt:

- *spectroscop* – permite observarea radiaţiilor sursei;
- *spectrograf* – permite înregistrarea spectrului radiaţiilor sursei;
- *spectrometru* – permite măsurători ale lungimilor de undă ale diferitelor radiaţii din spectrul emis de sursă;
- *monocromator* – permite selectarea diferitelor radiaţii din spectrul emis de sursă.

Spectroscopul (figura 7.5) este format din mai multe părţi:

- *colimator* (fantă şi lentila L_1), care permite obţinerea unui fascicul îngust de raze paralele;
- *prisma optică* (din sticlă pentru domeniul vizibil, cuarţ, pentru domeniul ultraviolet şi halogenuri alcaline pentru domeniul infraroşu);
- *obiectiv* (lentila L_2). Lentilele trebuie să fie corectate de aberaţii şi pot fi înlocuite cu oglinzi.

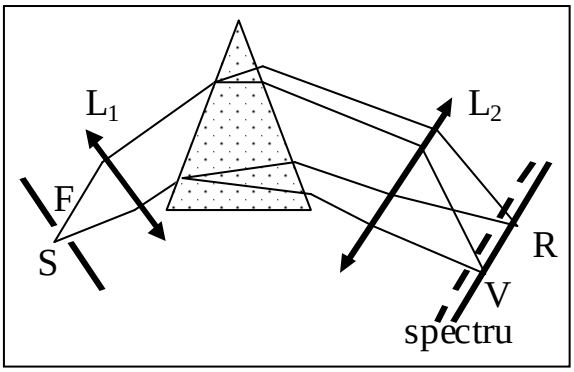


Figura 7. 5

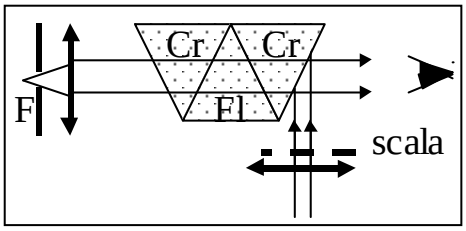


Figura 7. 6

Spectrul observat prin obiectiv şi care poate fi proiectat pe un ecran sau înregistrat pe o placă fotografică, este alcătuit dintr-o succesiune de imagini ale fantei, date de diferitele radiaţii componente (în vizibil, de culori diferite).

Spectroscopul cu vizare directă (figura 7.6) este construit la fel ca spectroscopul obişnuit, dar, în locul prismei ordinare foloseşte un sistem de trei prisme, numit *prismă Amici*, două din sticlă Crown între ele aflându-se cea de-a treia, din sticlă Flint. Acest sistem asigură compensarea deviaţiilor razelor de lumină ce trec prin prismă. De obicei, peste imaginea spectrului se suprapune, prin proiecţie laterală, o scală gradată care permite determinarea lungimilor de undă.

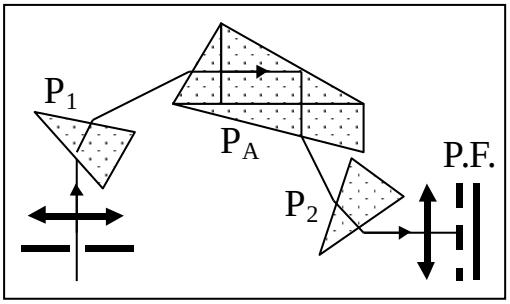


Figura 7. 7

Folosirea unui sistem cu mai multe prisme permite mărirea dispersiei.

Spectroscopul triprismatic cu deviaţie la 90° (figura 7.7) este format din două prisme identice, P_1 şi P_2, între care se află o prismă compusă (*prisma Abbé*), cu deviaţie la 90°. Toate prismele sunt parcurse la deviaţie minimă.

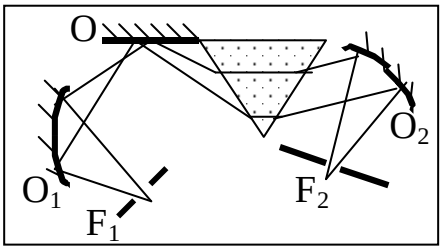


Figura 7. 8

Aparatul spectral cu deviaţie constantă (figura 7.8) foloseşte o combinaţie de prismă cu oglindă, care dă o deviaţie constantă. Pentru colimare se folosesc tot oglinzi.

Aparatul spectral cu autocolimaţie (montaj Littrow) permite creşterea dispersiei pentru aceleaşi dimensiuni ale prismei, prin trecerea de două ori prin a aceasta a razelor de lumină, folosind o oglindă (figura 7.9). În domeniul ultraviolet, montajul elimină efectele activităţii optice. Lentila L transformă fasciculul incident într-un fascicul paralel şi focalizează fasciculul emergent pe o placă fotografică.

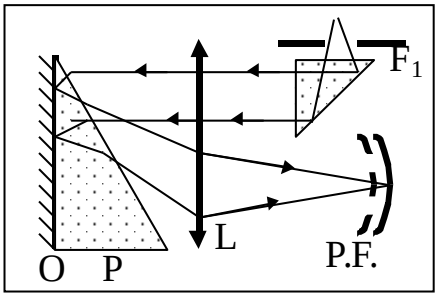


Figura 7. 9

Aparatul spectral pentru ultraviolet (figura 7.10) foloseşte prisme Cornu din cuarţ, pentru a anula dedublarea razelor de lumină prin activitate optică. Pentru colimare, se pot folosi lentile sau oglinzi.

La lungimi de undă mai mici decât 215 nm, cuarţul devine absorbant, lucru ce se petrece şi la aer, la lungimi de undă şi mai mici.

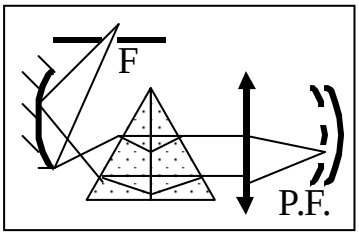


Figura 7. 10

7.3. Teoria dispersiei şi absorbţiei luminii în medii dielectrice

7.3.1. Teoria dispersiei

Ţinând cont şi de absorbţie, indicele de refracţie este un număr complex, $\tilde{n} = n + i\cdot\kappa$ în care cei doi termeni depind de frecvenţă.

În dielectrici, absorbţia este mult mai redusă decât în metale (un strat de cărbune de 10 μm este transparent, în timp ce un strat de 1 μm de metal absoarbe 90 % din fasciculul incident).

Într-un mediu omogen, izotrop şi liniar, inducţia câmpului electric este:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \vec{E} \qquad (7.\ 12)$$

unde $\vec{P}$ este momentul dipolar al unităţii de volum sau *polarizarea* dielectricului.

La frecvenţe optice, $n = \sqrt{\varepsilon_r}$, deci $\varepsilon_r = n^2 = \frac{\varepsilon_0 E + P}{\varepsilon_0 E} = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E}$ sau:

$$n^2 - 1 = \frac{P}{\varepsilon_0 E} \qquad (7.\ 13)$$

Fie N oscilatori în unitatea de volum, polarizarea fiind $\vec{P} = N \cdot e \cdot \vec{r}$. Fiecare oscilator este reprezentat de un electron asupra căruia acţionează:

- o forţă de tip elastic ($\vec{F}_e = -k\vec{r}$) ;
- o forţă de amortizare, proporţională cu viteza ($\vec{F}_r = -g\dot{\vec{r}}$) ;
- o forţă electrică din partea câmpului electric efectiv, format de câmpul undei luminoase şi câmpul electric produs de dipolii din substanţă:

$$\vec{E}_{ef} = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\varepsilon_0} \qquad (7.\ 14)$$

Sub acţiunea câmpului efectiv, electronii efectuează oscilaţii forţate ($\vec{F}_{ef} = e \cdot \vec{E}_{ef}$). Ecuaţia de mişcare a acestora este:

$$m\vec{a} = \vec{F}_e + \vec{F}_r + \vec{F}_{ef}$$

sau:

$$m\ddot{\vec{r}} = -g\dot{\vec{r}} - k\vec{r} + e\left(\vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\varepsilon_0}\right) \qquad (7.\ 15)$$

Împărţind la m, cu notaţiile:

$$\frac{g}{m} = \gamma \ ; \ \frac{k}{m} = \omega^2 \qquad (7.\ 16)$$

unde γ este *factorul de amortizare* şi ω *pulsaţia* oscilaţiilor libere ale electronilor, relaţia devine:

$$\ddot{\vec{r}} + \gamma\dot{\vec{r}} + \omega^2\vec{r} = \frac{e}{m} \cdot \left(\vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\varepsilon_0}\right)$$

Înmulţind cu N·e, rezultă:

$$\ddot{\vec{P}} + \gamma\dot{\vec{P}} + \omega^2\vec{P} = \frac{Ne^2}{m} \cdot \left(\vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\varepsilon_0}\right) \qquad (5.\ 43)$$

$\vec{P}$ şi $\vec{E}$ sunt de forma: $\vec{P} = \vec{P}_0 \cdot e^{i\omega t}$; $\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot e^{i\omega t}$; atunci:

$$\dot{\vec{P}} = \vec{P}_0 \cdot e^{i\omega t} = i\omega\vec{P} \ ; \ \ddot{\vec{P}} = (i\omega)^2 \cdot \vec{P}_0 \cdot e^{i\omega t} = -\omega^2\vec{P}$$

unde ω este pulsaţia undei luminoase. Se obţine:

$$\vec{P}\left(\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma\right) = \vec{E} \cdot \frac{Ne^2}{m} + \vec{P} \cdot \frac{Ne^2}{3\varepsilon_0 m}$$

sau:

$$\vec{P}\left(\omega_0^2 - \frac{Ne^2}{3\varepsilon_0 m} - \omega^2 + i\omega\gamma\right) = \vec{E}\cdot\frac{Ne^2}{m} \qquad (7.\ 17)$$

de unde:

$$n^2 - 1 = \frac{P}{\varepsilon_0 E} = \frac{\dfrac{Ne^2}{\varepsilon_0 m}}{\omega_0^2 - \dfrac{Ne^2}{3\varepsilon_0 m} - \omega^2 + i\gamma\omega} \qquad (7.\ 18)$$

Se observă că mărimea:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}\cdot\frac{1}{N} = \text{const.} \qquad (7.\ 19)$$

nu depinde de numărul de atomi din unitatea de volum. Relaţia (7.20) este cunoscută sub numele de *formula Lorentz-Lorentz.*

Cum N ~ ρ (ρ - densitatea mediului), rezultă că mărimea

$$R = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}\cdot\frac{1}{\rho} \qquad (7.\ 20)$$

numită *refracţie molară*, este constantă (are aceeaşi valoare la o frecvenţă dată, nedepinzând de densitatea şi de starea de agregare a substanţei, ci numai de lungimea de undă a radiaţiei luminoase).

În regiunea de transparenţă a substanţei, la frecvenţe mult diferite de cele la care substanţa prezintă absorbţie, termenul de absorbţie iγω este neglijabil şi, cu notaţia:

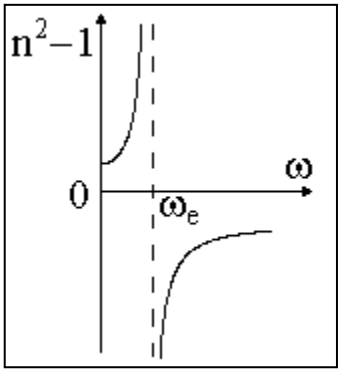


Figura 7. 11

$$\omega_e^2 = \omega_0^2 - \frac{Ne^2}{3\varepsilon_0 m} \qquad (7.\ 21)$$

unde ω_e repreziuntă *pulsaţia efectivă de rezonanţă* a electronilor, rezultă:

$$\boxed{n^2 = 1 + \frac{\frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m}}{\omega_e^2 - \omega^2}} \qquad (7.\ 22)$$

După cum se constată din relaţia (7.23), n creşte la creşterea lui ω deci avem de-a face cu o disperise normală.

În domeniul vizibil, $\omega << \omega_e$ şi se consideră numai ramura din stânga a reprezentării grafice din figura 7.11 (dispersia normală). Se poate scrie:

$$n^2 = 1 + \frac{a}{\omega_e - \omega^2} = 1 + \frac{a}{\omega_e^2\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_e^2}\right)} = 1 + \frac{b}{1 - \left(\frac{\lambda_e}{\lambda}\right)^2} =$$

$$= 1 + b\left[1 - \left(\frac{\lambda_e}{\lambda}\right)^2\right]^{-1} \approx 1 + b\left(1 + \frac{\lambda_e^2}{\lambda^2}\right) \text{ pentru } \lambda_e << \lambda$$

deci se obţine o relaţie de forma $n^2 = A + \frac{B}{\lambda^2}$,

adică formula Cauchy pentru dispersia normală, în care n scade la creşterea lungimii de undă iar A şi B sunt constante ce depind de natura mediului dispersiv.

Dacă în unitatea de volum a mediului există N molecule, fiecare conţinând f_j oscilatori cu frecvenţa ω_j şi coeficientul de absorbţie γ_j , polarizarea mediului este $P = \sum_j P_j = \sum_j N \cdot f_j \cdot e \cdot \vec{r}_j$ şi atunci:

$$n^2 - 1 = \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \sum_j \frac{f_j}{\omega_j^2 - \frac{Ne^2 f_j}{3\varepsilon_0 m} - \omega^2 + i\gamma_j \omega} = \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \sum_j \frac{f_j}{\omega_{ej}^2 - \omega^2 + i\gamma_j \omega} \qquad (7.\ 23)$$

unde $\omega_{ej}^2 = \omega_j^2 - \frac{Ne^2 f_j}{3\varepsilon_0 m}$ este pulsaţia efectivă de rezonanţă a oscilatorului j; f_j , numită *tăria oscilatorului*, are o interpretare cuantică.

Rezultă refracţia molară, $\frac{n^2-1}{n^2+2}\cdot\frac{1}{N}=\text{const.}$

În cazul dispersiei în gaze, în domeniul îndepărtat de absorbţie, $\omega_{ej} >> \gamma_j\cdot\omega$; cum pentru gaze n are valori foarte apropiate de 1,

$$n^2 - 1 = (n + 1)(n - 1) \approx 2(n - 1)$$

şi

$$n-1=\frac{Ne^2}{2\varepsilon_0 m}\sum_j\frac{f_j}{\omega_{ej}^2-\omega^2}\sim N\sim\rho\ ,$$

relaţie confirmată experimental.

7.3.2. Domeniul de absorbţie

Considerăm cazul oscilatorilor (electroni) cu aceeaşi frecvenţă proprie de rezonanţă ω_e.

$$n^2-1=\frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m}\cdot\frac{1}{\omega_e^2-\omega^2+i\gamma\omega} \qquad (7.\ 24)$$

Dacă pulsaţia undei este apropiată de ω_e, se poate face aproximaţia:

$$\omega_e^2 - \omega^2 = (\omega_e + \omega)(\omega_e - \omega) \approx 2\omega_e\cdot(\omega_e - \omega)$$

şi termenul $i\gamma\omega$ se aproximează cu $i\gamma\omega_e$. Rezultă:

$$n^2-1=\frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m\omega_e}\cdot\frac{1}{2(\omega_e-\omega)+i\gamma} \qquad (7.\ 25)$$

Pentru dielectrici, n nu este mult diferit de 1 şi:

$$n^2 - 1 =(n + 1)(n - 1) \approx 2(n - 1)$$

Rezultă:

$$\tilde{n}=1+\frac{Ne^2}{2\varepsilon_0 m\omega_e}\cdot\frac{1}{2(\omega_e-\omega)+i\gamma}=1+\frac{Ne^2}{2\varepsilon_0 m\omega_e}\cdot\frac{2(\omega_e-\omega)-i\gamma}{4(\omega_e-\omega)^2+\gamma^2}=$$
$$1+\frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m\omega_e}\cdot\frac{(\omega_e-\omega)}{4(\omega_e-\omega)^2+\gamma^2}-i\cdot\frac{Ne^2}{2\varepsilon_0 m\omega_e}\cdot\frac{\gamma}{4(\omega_e-\omega)^2+\gamma^2} \qquad (7.\ 26)$$

ñ fiind un număr complex de forma ñ = n - iκ, în apropierea frecvenţei de rezonanţă a electronilor din substanţă, n şi κ sunt funcţii de ω:

Indicele de refracţie are expresia:

$$n(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m\omega_e} \cdot \frac{\omega_e - \omega}{4(\omega_e - \omega)^2 + \gamma^2} \approx 1 + \frac{Ne^2}{4\varepsilon_0 m\omega_0} \cdot \frac{\Delta\omega}{(\Delta\omega)^2 + \frac{\gamma^2}{4}} \qquad (7.\ 27)$$

iar indicele de atenuare:

$$\kappa(\omega) = \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m\omega_e} \cdot \frac{\gamma}{4(\omega_e - \omega)^2 + \gamma^2} = \frac{Ne^2}{4\varepsilon_0 m\omega_0} \cdot \frac{\frac{\gamma}{2}}{(\Delta\omega)^2 + \frac{\gamma^2}{4}} \qquad (7.\ 28)$$

Dependenţele n(ω) şi κ(ω) în apropierea rezonanţei sunt reprezentate în figura 7.12.

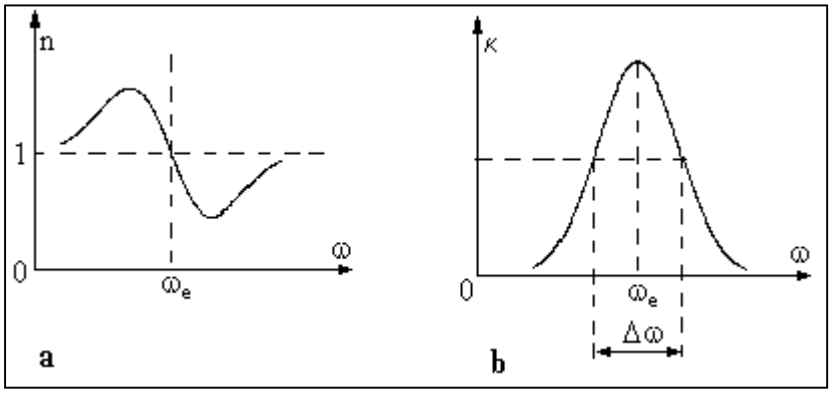


Figura 7. 12

În jurul frecvenţei de rezonanţă ω_e există o regiune (un interval) pentru care $\frac{dn}{d\omega} < 0$ (dispersie anormală) şi un maxim pronunţat al indicelui de atenuare κ(ω), care exprimă o absorbţie pronunţată a undei la această frecvenţă. Pulsaţia de rezonanţă, ω_e este caracteristică a substanţei.

Forma curbei κ(ω) se numeşte lorentziană, având semilărgimea $\Delta\omega = \frac{\gamma}{2}$; frecvenţele corespunzătoare semilărgimii Δω definesc o bandă de

absorbţie, caracteristică substanţelor absorbante, pentru care acestea prezintă şi o dispersie anormală.

În cazul mai multor oscilatori cu diferite frecvenţe de rezonanţă, dependenţa indicelui de refracţie şi a indicelui de atenuare de frecvenţă de ω) este reprezentată în figura 7.13, care arată că există mai multe benzi de absorbţie şi de dispersie anormală.

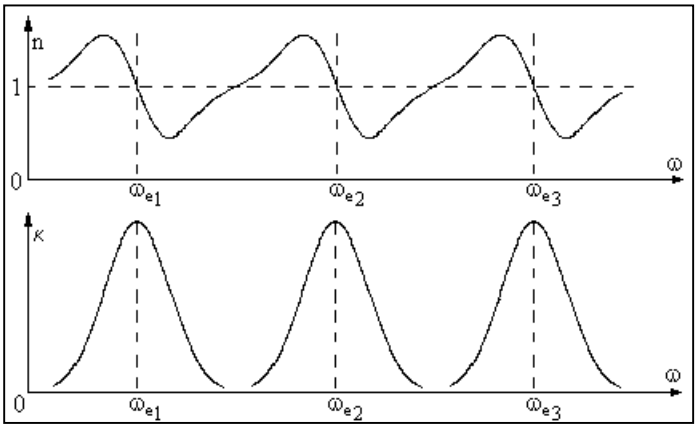


Figura 7. 13

Absorbţia undei electromagnetice conduce la o amortizare a amplitudinii sale. Pentru o undă ce se propagă în direcţia z, ñ·z este drumul optic iar ecuaţia undei este

$$E(z,t) = E_0 \cdot e^{i(\omega t - k\tilde{n}\cdot z)} = E_0 \cdot e^{i(\omega t - kn\cdot z + ik\kappa z)} = E_0 \cdot e^{-k\cdot\kappa\cdot z} \cdot e^{i(\omega t - knz)} \qquad (7.\ 29)$$

Amplitudinea undei este:

$$E_0 \cdot e^{-k\cdot\kappa\cdot z} = E_0 \cdot e^{-\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\kappa\cdot z}$$

şi ea scade exponenţial cu distanţa z (mortizare).

Intensitatea undei fiind proporţională cu pătratul amplitudinii, rezultă:

$$I_e = I_0 \cdot e^{-\frac{4\pi\kappa}{\lambda}\cdot z} = I_0 \cdot e^{-k_\lambda \cdot z}$$

Relaţia (7.31) este legea absorbţiei, k_λ fiind coeficientul de absorbţie.

VIII. INTERFERENŢA LUMINII

8.1. Interferenţa a două unde luminoase. Coerenţa luminii

8.1.1. Consideraţii generale

Interferenţa este fenomenul de suprapunere într-o zonă din spaţiu a undelor (luminoase).

Interferenţa staţionară (observabilă) se produce atunci când rezultatul suprapunerii undelor nu se modifică în timp. Pentru ca să poată avea loc interferenţa staţionară, este necesară îndeplinirea simultană a unor condiţii, pe care le vom discuta în cele ce urmează.

- Considerăm suprapunerea într-un punct a două unde luminoase monocromatice, de aceeaşi frecvenţă, având în punctul de suprapunere vectorii luminoşi $\vec{E}_1$ şi $\vec{E}_2$. Câmpul rezultant este:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \;\Leftrightarrow\; E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2 \cdot \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \qquad (8.\,1)$$

Intensitatea undei este media, pe durata de observare, a vectorului Poynting:

$$I = \left\langle \left| \vec{S} \right| \right\rangle = \frac{1}{\tau} \cdot \int_0^{\tau} \left| \vec{S} \right| \cdot dt = \frac{1}{\tau} \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot \int_0^{\tau} E^2 \cdot dt \qquad (8.\,2)$$

Mediind relaţia 8.1, rezultă: $\left\langle E^2 \right\rangle = \left\langle E_1^2 \right\rangle + \left\langle E_2^2 \right\rangle + 2 \cdot \left\langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \right\rangle$ şi înmulţind cu $\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}$, se obţine:

$$I = I_1 + I_2 + I_{12} \qquad (8.\,3)$$

unde $I_{12} = 2 \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot \left\langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \right\rangle$ este *termenul de interferenţă*.

Condiţia de producere a interferenţei observabile intensitatea undei rezultate prin suprapunerea a două unde să difere de suma intensităţilor acestora ($I \neq I_1 + I_2$), ceea ce impune ca termenul de interferenţă să fie diferit de zero ($I_{12} \neq 0$).

- Dacă undele luminoase sunt armonice, polarizate în acelaşi plan, de forma: $\vec{E}_1 = \vec{E}_{01} \cdot \cos(\omega t + \varphi_1)$; $\vec{E}_2 = \vec{E}_{02} \cdot \cos(\omega t + \varphi_2)$, notând $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$, intensitatea undei rezultante este:

$$I = I_1 + I_2 + 2 \cdot \sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \frac{1}{\tau} \cdot \int_0^{\tau} \cos\varphi(t) \cdot dt \qquad (8.4)$$

Emisia luminii este determinată de vibraţiile sistemelor atomice, care au loc într-un timp de emisie foarte scurt (~ 10^{-8} s) şi nu sunt armonice, reprezentând grupuri sau trenuri de undă de durată şi extindere spaţială finită. Pe de altă parte, actele individuale de emisie se produc aleatoriu, astfel încât, diferenţa de fază dintre trenurile de undă ia valori variabile aleatoriu. Astfel, între două unde provenind de la două surse diferite nu există o corelaţie de fază; se spune în acest caz că undele sunt *necoerente*. Acest lucru înseamnă şi faptul că $\int_0^{\tau} \cos\varphi(t) \cdot dt = 0$, ceea ce implică şi $I = I_1 + I_2$, adică nu are loc interferenţa observabilă între cele două unde.

Dacă însă diferenţa de fază dintre undele care se suprapun este constantă în timp, atunci $\frac{1}{\tau} \cdot \int_0^{\tau} \cos\varphi(t) \cdot dt = \cos\varphi$; cele două unde sunt *coerente*, $I \neq I_1 + I_2$ şi are loc fenomenul de interferenţă staţionară.

$$I = I_1 + I_2 + 2 \cdot \sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos\varphi \qquad (8.\ 5)$$

Sursele de lumină naturală nu sunt surse coerente, fiind formate dintr-un număr foarte mare de dipoli electrici care emit grupuri de unde la momente aleatorii; între acestea nu există o diferenţă de fază constantă în timp, deci ele nu sunt coerente. O undă compusă din astfel de grupuri de unde va avea valori ale fazei iniţiale aleatorii, ea fiind o undă necoerentă. Dacă faza iniţială ar fi constantă în timp, unda ar fi coerentă (coerenţă absolută).

Dacă o undă necoerentă se scindează în două părţi care apoi se suprapun, fiecare "fragment" al aceluiaşi grup de undă este coerent cu celălalt, astfel încât, pe ansamblu, cele două părţi în care s-a scindat unda necoerentă iniţială au o diferenţă de fază constantă, ele fiind coerente una faţă de alta (coerenţă relativă), astfel putând avea loc interferenţa staţionară între ele.

Deci, pentru a se produce interferenţa staţionară, este suficient ca cele două unde care intereferă să fie coerente relativ una faţă de cealaltă, fără a fi nevoie ca fiecare din ele să prezinte o coerenţă absolută.

- O altă condiţie de producere a interferenţei staţionare este ca diferenţa de drum optic între părţile aceluiaşi grup de unde care se suprapun să nu depăşească lungimea unui tren de unde, dată de: $\ell_c = c \cdot \tau_c$ (ℓ_c şi $\cdot\tau_c$ se numesc *lungime de coerenţă*, respectiv *timp de coerenţă*).

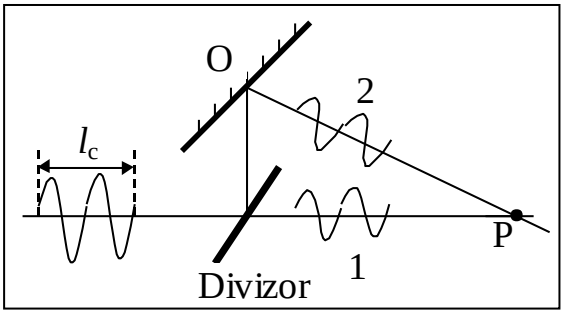


Figura 8. 1

Dacă este îndeplinită această condiţie ($\delta < \ell_c$), trenurile de undă se pot suprapune (mai mult sau mai puţin) în punctul P (figura 8.1), astfel având loc interferenţa: Gradul în care trenurile de unde se suprapun în P este exprimat de mărimea numită *grad de coerenţă*, γ_{12}, care poate avea valori în intervalul [0, 1]. Pentru $\gamma_{12} = 1$, undele sunt total coerente, pentru $\gamma_{12} = 0$, undele sunt necoerente, iar pentru $0 < \gamma_{12} < 1$, undele sunt parţial coerente.

Rezultatul interferenţei a două unde cu aceeaşi intensitate, I_0, în funcţie de gradul lor de coerenţă, este prezentat în figura 8.2.

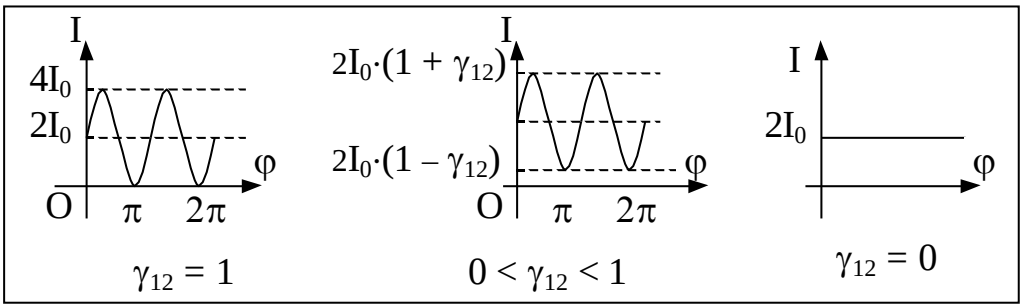


Figura 8. 2

Pentru cazul undelor total coerente, conform relaţiei (8.5), rezultă:

1) $$I_{max} = I_1 + I_2 + 2 \cdot \sqrt{I_1 \cdot I_2} \qquad (8.\ 6)$$

pentru cos φ = 1, $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta = 2k \cdot \pi$ (k = 0, ± 1, ± 2, ± 3, …), adică pentru o diferenţă de drum până în punctul de suprapunere a celor două unde care interferă egală cu:

$$\boxed{\delta_{max} = k \cdot \lambda = 2n \cdot \frac{\lambda}{2}} \qquad (8.\ 7)$$

2) $$I_{min} = I_1 + I_2 - 2 \cdot \sqrt{I_1 \cdot I_2} \qquad (8.\ 8)$$

pentru cos φ = – 1, $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta = 2(k+1) \cdot \pi$ (k = 0, ± 1, ± 2, ± 3, …), adică pentru o diferenţă de drum până în punctul de suprapunere a celor două unde care interferă egală cu:

$$\boxed{\delta_{min} = 2(k+1) \cdot \frac{\lambda}{2}} \qquad (8.\ 9)$$

k reprezintă ordinul maximului sau minimului de interferenţă corespunzător.

Maximele şi minimele de intensitate a luminii, care rezultă prin interferenţă, se numesc *franje luminoase*, respectiv *franje întunecate*.

Vizibilitatea (*contrastul*) franjelor se defineşte prin relaţia:

$$\boxed{V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}} \qquad (8.\ 10)$$

Această mărime adimensională ia valori în intervalul [0, 1]. Când V = 0, $I_{max} = I_{min}$, ceea ce înseamnă că interferenţa observabilă nu se produce. Dacă V = 1, rezultă că $I_{min} = 0$, adică intensitatea minimelor de interferenţă este nulă.

Pentru unde monocromatice, vizibilitatea este o măsură a gradului de coerenţă.

8.1.2. Poziţiile maximelor şi minimelor de interferenţă. Interfranja

Fie două surse coerente, S_1 şi S_2, aflate la distanţa 2ℓ una de cealaltă şi un ecran, situat la distanţa D ($2\ell << D$) de planul surselor (figura 8.3). Punctul aflat la mijlocul segmentului S_1S_2 este M.

Considerăm un punct P de pe ecran, aflat la distanţa x << D de centrul acestuia, în care se produce suprapunerea undelor provenite de la cele două surse. Notăm $r_1 = S_1P$, $r_2 = S_2P$. Trasând un arc de cerc cu centrul în P şi de

rază r_1 ($r_1 < r_2$), acesta intersectează segmentul S_2P în punctul N. Este evident că: $S_1N \perp S_2P$.

Notăm $S_2N = S_2P - S_1P = \delta$

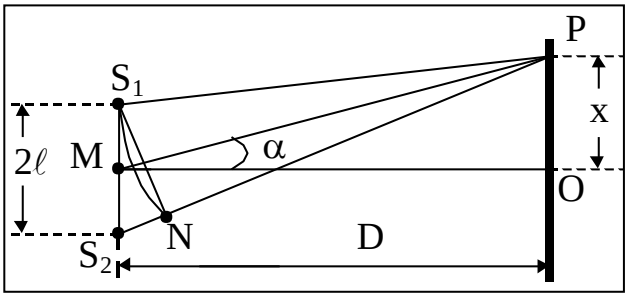


Figura 8. 3

De asemenea, este evidentă egalitatea: $S_2\hat{S}_1N = S_2\hat{P}S_1 = \alpha$, ca unghiuri cu laturile perpendiculare. Cum x << D, unghiul α este foarte mic, ceea ce ne permite să scriem (aproximând unghiul S_1NS_2 cu un unghi drept, ceea ce este posibil, având în vedere că ℓ << D, ceea ce înseamnă că NP este practic paralel cu MP):

$$\sin\alpha = \frac{S_2N}{S_1S_2} \approx \operatorname{tg}\alpha = \frac{OP}{MO} \Leftrightarrow \frac{\delta}{2\ell} = \frac{x}{D} \Rightarrow x = \frac{\delta \cdot D}{2\ell}$$

Ţinând cont de relaţiile (8.7) şi (8.9), rezultă poziţiile maximelor şi minimelor de intensitate luminoasă de pe ecran:

$$\boxed{x_{max} = k \cdot \frac{\lambda \cdot D}{2\ell} \quad ; \quad x_{min} = (2k+1) \cdot \frac{\lambda \cdot D}{2\ell}} \qquad (8.\ 11)$$

Se defineşte *interfranja* ca fiind distanţa dintre două maxime sau minime consecutive::

$$\boxed{i = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda \cdot D}{2\ell}} \qquad (8.\ 12)$$

Interfranja creşte odată cu scăderea distanţei 2ℓ.

Distanţa dintre un maxim şi un minim alăturat, egală cU jumătate din interfranjă, se numeşte *semilărgimea maximului de interferenţă.*

În lumină monocromatică, franjele sunt echidistante.

În lumină albă $\lambda \in [\lambda_{violet}, \lambda_{roşu}]$ şi poziţiile maximelor şi minimelor depind de lungimea de undă, fiind diferite. Cu excepţia maximului central (de

ordin zero), maximele de ordin superior apar colorate; lărgimea unui maxim de ordin k este:

$$\Delta x_n = k \cdot \frac{(\lambda_R - \lambda_V) \cdot D}{2\ell} \qquad (8.\ 13)$$

şi creşte la creşterea ordinului de interferenţă. Între maximele de ordin superior pentru diferite λ pot apărea suprapuneri care conduc la recompunerea luminii, rezultând aşa-numitul *alb de ordin superior*. De asemenea, pentru ordine mari de interferenţă, deci pentru franje distanţate faţă de centrul ecranului, vizibilitatea scade, deoarece creşte diferenţa de drum dintre undele care interferă.

8.2. Obţinerea undelor coerente. Franje nelocalizate şi franje localizate

Interferenţa nu se poate obţine dacă undele provin de la surse diferite sau de la puncte diferite ale unei surse extinse, deoarece undele elementare emise de dipolii surselor nu sunt coerente.

8.2.1. Interferenţa nelocalizată

O cale de obţinere a undelor coerente este *divizarea frontului* unei unde emise de o sursă punctiformă (pe baza principiului Huygens – Fresnel); dacă cele două unde secundare provenite din divizarea undei iniţiale se suprapun, se produce interferenţa staţionară, deoarece, deşi fiecare în parte este o undă necoerentă, ele sunt coerente relativ una faţă de cealaltă.

Pentru obţinerea undelor coerente prin divizarea frontului de undă se folosesc diferite dispozitive, dintre care, cel mai cunoscut este dispozitivul lui Young.

1. **Dispozitivul Young**

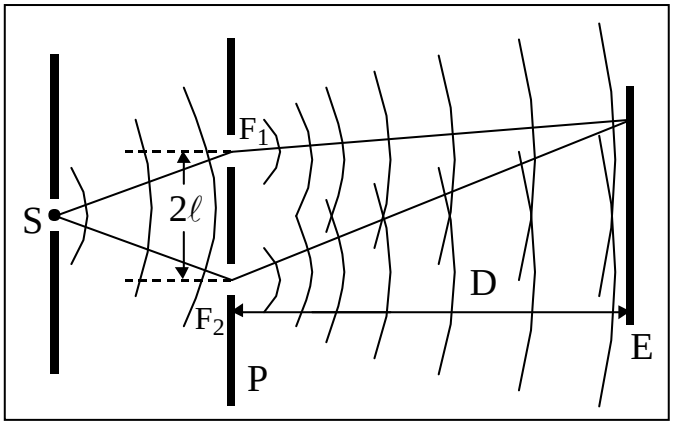


Figura 8. 4

Acest dispozitiv este format (figura 8.4) dintr-un paravan P, prevăzut cu două fante paralele, foarte înguste, situate la o distanţă foarte mică (~ 1 mm) una de cealaltă. La iluminarea paravanului de la sursa S, cele două fante devin surse secundare de lumină, undele emise (coerente) interferă în tot spaţiul din dreapta paravanului, rezultatul acestei interferenţe putând fi observat pe un ecran E, paralel cu paravanul, situat la o distanţă D, de ordinul a 1 m de acesta. Dacă distanţa dintre fante este 2ℓ, interfranja are o valoare dată de relaţia (8.12).

Obţinerea de fante înguste, identice, paralele şi foarte apropiate este însă destul de dificilă, motiv pentru care s-au pus la punct dispozitive interferenţiale la care cele două surse secundare de lumină se obţin ca imagini ale unei surse, date de diferite dispozitive optice (lentile, oglinzi, prisme), uneori una din sursele secundare fiind chiar sursa de lumină propriu-zisă. Astfel de dispozitive sunt prezentate în continuare.

2. **Oglinda Lloyd**

Dispozitivul este prezentat în figura 8.5, sursele coerente fiind sursa reală, S şi imaginea virtuală a ei, S', dată de o oglindă plană. La reflexia

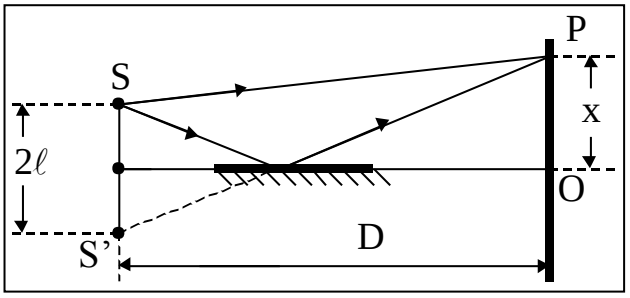


Figura 8. 5

pe oglindă are loc un salt de fază de π (reflexie cu pierdere de λ/2), motiv pentru care în punctul O (centrul ecranului) se obţine un minim de interferenţă şi nu un maxim, cum se întâmplă la dispozitivul lui Young. Franjele de interferenţă nu se obţin pe întregul ecran, ci numai în jumătatea superioară a acestuia, ca urmare a limitării datorate de reflexia pe oglindă (razele de lumină de la sursă nu pot ajunge în puncte de pe ecran situate sub centrul acestuia.

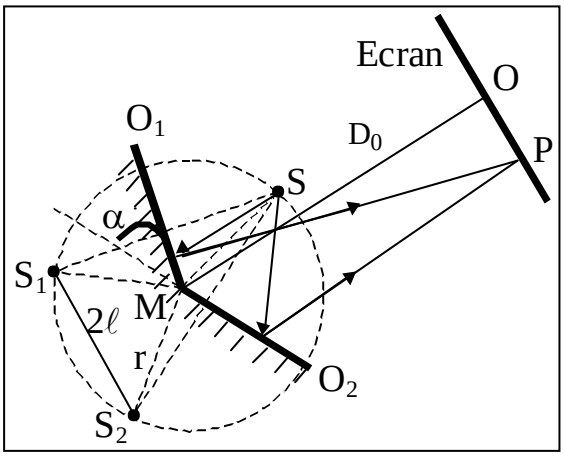


Figura 8. 6

3. **Oglinzile Fresnel**

Dispozitivul este alcătuit (figura 8.6) din două oglinzi plane, O_1 şi O_2, care fac între ele un unghi α foarte mic. Imaginile unei surse punctiforme de lumină formate în cele două oglinzi reprezintă două surse coerente, S_1 şi S_2. Sursa S şi imaginile S_1 şi S_2 se află pe un cerc de rază r, cu centrul la muchia comună a oglinzilor. Interfranja este dată de relaţia:

$$i = \frac{\lambda \cdot (D_0 + r)}{2\alpha r} \qquad (8.\ 14)$$

4. **Biprisma Fresnel**

Dispozitivul este alcătuit (figura 8.7) din două prisme optice identice, de unghi A foarte mic. Imaginile sursei S în cele două prisme, S_1 şi S_2, reprezintă două surse coerente. Interfranja este dată tot de relaţia (8.12), unde

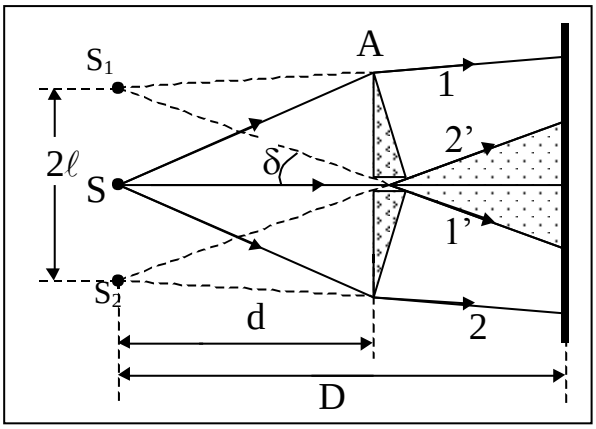


Figura 8. 7

$2\ell = 2d\cdot\delta$ şi, cum unghiul de deviaţie al unei prisme de unghi mic este egală cu $\delta = A\cdot(n-1)$, rezultă că $2\ell = 2d\cdot A\cdot(n-1)$.

5. **Bilentilele Billet**

Dispozitivul este alcătuit (figura 8.8) din două jumătăţi de lentilă convergentă, depărtate cu o distanţă foarte mică, d. Sursele coerente sunt reprezentate din imaginile reale, S_1 şi S_2, ale unei fante F, date de cele două jumătăţi de lentilă. Interfranja este dată tot de relaţia (8.12).

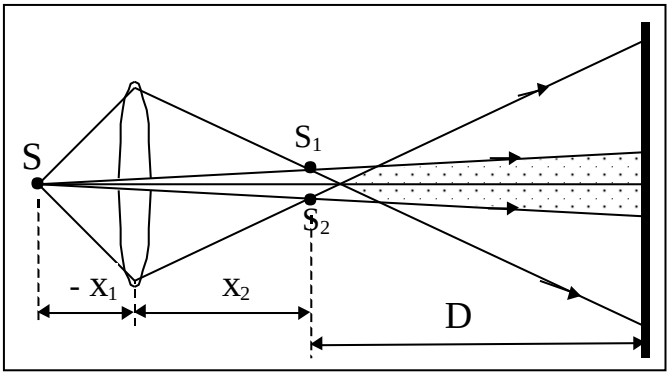


Figura 8. 8

În toate cazurile prezentate, franjele se formează pentru diferite poziţii ale ecranului, ele fiind deci nelocalizate şi putându-se observa într-o regiune extinsă din spaţiu. Acest lucru este explicabil prin faptul că, matematic, condiţia de maxim, care cere ca diferenţa de drum dintre cele două unde care interferă să aibă o valoare egală cu un multiplu par al semilungimii de undă, se reprezintă în spaţiu printr-un hiperboloid de rotaţie (cu focarele în cele două surse secundare) pentru fiecare ordin de interferenţă. Pentru diferitele valori ale acestui ordin ($k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$) se obţine o familie de hiperboloizi care, intersectaţi de ecranul pe care se observă imaginea de interferenţă, dau franjele luminoase, indiferent unde se plasează acesta, evident cu respectarea condiţiilor în care s-a făcut analiza. Intersecţia ecranului cu hiperboloizii are drept rezultat o familie de hiperbole cu vârfurile pe dreapta OP (figura 8.3). Partea observabilă din aceste hiperbole prezintă o curbură foarte mică, astfel că ele se pot aproxima foarte bine cu segmente de dreaptă paralele.

8.2.2. Interferenţa localizată

O altă metodă de obţinere a undelor coerente este prin reflexia unei unde luminoase pe una sau mai multe suprafeţe reflectătoare, pe care o parte a undei incidente este reflectată şi alta transmisă (divizarea amplitudinii). Prin această metodă se obţin unde coerente şi de la puncte îndepărtate ale unei surse extinse, iar franjele obţinute sunt mult mai intense decât cele obţinute prin divizarea frontului de undă. La iluminarea unei pelicule (strat de ulei pe suprafaţa apei, baloane de săpun, pelicule de oxid pe suprafeţe metalice), se obţin franje de interferenţă, iar în lumină albă franjele sunt irizate (colorate), fiecare radiaţie monocromatică formează un sistem propriu de franje, numite franje localizate.

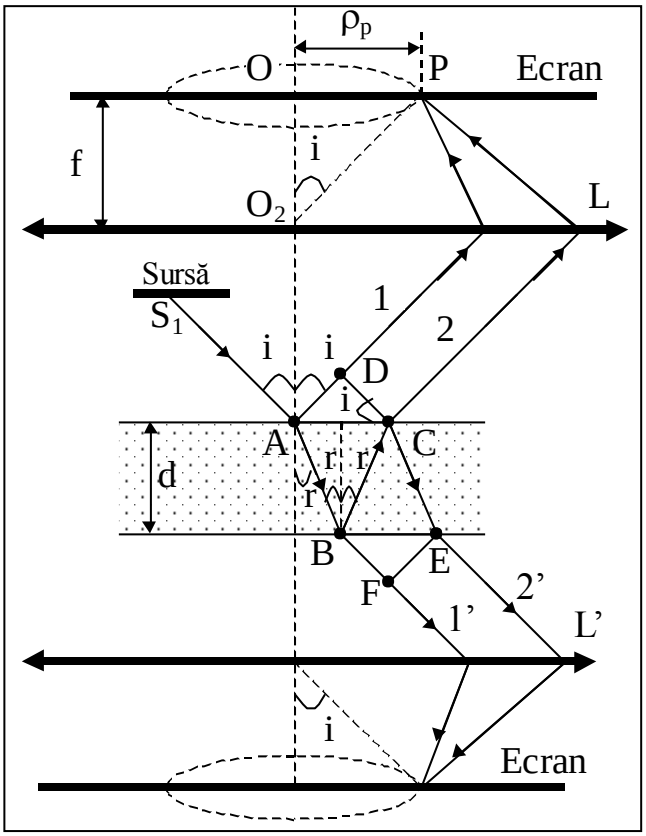


Figura 8. 9

1. **Franje localizate la infinit (de egală înclinare); inelele lui Heidinger**

Considerăm o lamă transparentă, cu feţe plan-paralele, de grosime d şi indice de refracţie n, aflată în aer, pe care cad sub diferite unghiuri de incidenţă raze paralele, provenite de la o sursă extinsă (figura 8.9). Raza S_1A se scindează într-o rază reflectată, AD şi o rază transmisă, AB, care se reflectă apoi pe a doua faţă a lamei (raza BC) şi iese din lamă paralel cu raza AD.

Aceste două raze se suprapun (interferă) în punctul P al planului focal al unei lentile (sau pe retina inui observator).

Diferenţa de drum optic între cele două raze este:

$$\delta = n \cdot (AB + BC) - \left(AD - \frac{\lambda}{2} \right)$$

Ţinând cont că:

$$AB = BC = \frac{d}{\cos r} \; ; \; AD = AC \cdot \sin i = 2d \cdot tg\, r \cdot \sin i = 2nd \cdot \frac{\sin^2 r}{\cos r},$$

diferenţa de drum capătă expresia:

$$\delta = \frac{2nd}{\cos r} - \frac{2nd \cdot \sin^2 r}{\cos r} + \frac{\lambda}{2} = \frac{2n \cdot d}{\cos r}\left(1 - \sin^2 r\right) + \frac{\lambda}{2} \Rightarrow$$

$$\boxed{\delta = 2nd \cdot \cos r + \frac{\lambda}{2}} \qquad (8.\,15)$$

La incidenţă normală (i = r = 0),

$$\boxed{\delta = 2nd + \frac{\lambda}{2}} \qquad (8.\,16)$$

Razele 1 şi 2 produc în punctul P un maxim sau un minim de intensitate, după cum diferenţa de drum dintre ele, δ, este un număr par, respectiv impar, de semilungimi de undă. Pentru n şi d date, aspectul figurii de interferenţă este determinat de unghiul de incidenţă, I; de aceea, franjele se numesc *franje de egală înclinare*. Pe ecran, ele au forma unor cercuri concentrice cu centrul în focarul lentilei (*inelele lui Heidinger).*

Considerând că în O se formează un maxim de ordin n_0, iar în P un maxim de ordin n, diferenţele de drum corespunzătoare sunt:

$$2nd + \frac{\lambda}{2} = k_0 \cdot \lambda \quad ; \quad 2nd \cdot \cos r + \frac{\lambda}{2} = k \cdot \lambda$$

Din scăderea relaţiilor de mai sus, rezultă:

$$2nd \cdot (1 - \cos r) = 4nd \cdot \sin^2 \frac{r}{2} = (k_0 - k) \cdot \lambda$$

Pentru unghiuri mici, sin i = n·sin r devine i = n·r şi

$$\sin^2 \frac{r}{2} \approx \left(\frac{r}{2}\right)^2 = \frac{r^2}{4} = \frac{i^2}{4n^2}$$

Notând p = k_0 – k (ordinul inelului luminos numărat de la centrul ecranului), rezultă:

$$4nd \cdot \frac{i^2}{4n^2} = p \cdot \lambda \quad \Leftrightarrow \quad i^2 d = pn\lambda \quad \Rightarrow \quad i = \sqrt{\frac{pn\lambda}{d}}$$

Pe de altă parte, $\rho_p = f \cdot tg\, i \approx f \cdot I$, deci:

$$\rho_p = f \cdot \sqrt{\frac{pn\lambda}{d}} \qquad (8.\ 17)$$

Expresia (8.14) exprimă valoarea razei inelului luminos de ordinul p, obţinut prin reflexie.

Razele a două inele consecutive sunt în raportul: $\frac{\rho_{p+1}}{\rho_p} = \sqrt{\frac{p+1}{p}}$, depinzând de p, deci inelele nu sunt echidistante.

Inelele lui Heidinger se pot obţine şi prin transmisia luminii prin lamă, dar au intensitate mai mică decât cele obţinute prin reflexie. De asemenea, diferenţa de drum între două raze, 1’ şi 2’, este:

$$\delta = n \cdot (BC + CE) - BF = 2nd \cdot \cos r,$$

În acest caz, pierderea de $\lambda/2$ nu mai se produce, ceea ce înseamnă că razele care produc maxime prin reflexie produc minime prin transmisie şi invers (franjele prin reflexie şi transmisie sunt complemetare)

2. **Franje de egală grosime (pana optică)**

În cazul unei pene optice – lamă transparentă cu feţe plane care formează un unghi α foarte mic; pentru un unghi de incidenţă dat, diferenţa de drum optic este determinată de grosimea lamei (franje de egală grosime). Formarea franjelor este reprezentată în figura 8.10.a şi 8.10.b.

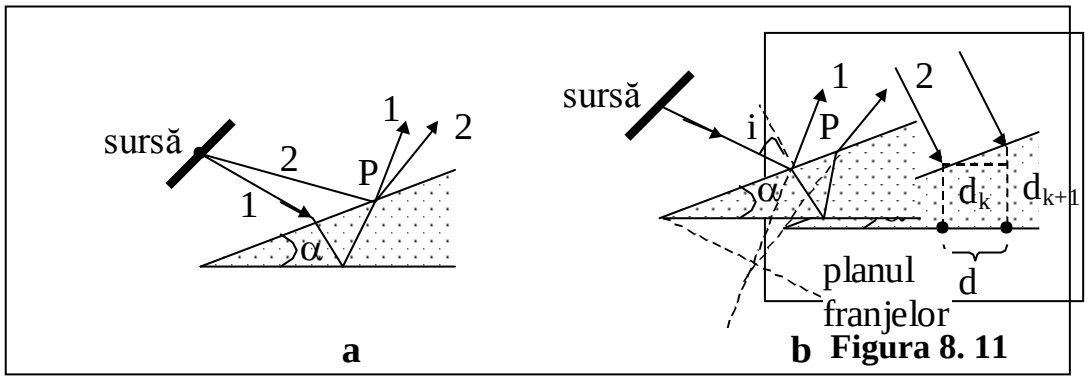


Figura 8. 10 **Figura 8. 11**

Diferenţa de drum între razele 1 şi 2 (b) se calculează aproximativ cu formula lamei plan paralele la incidenţă normală, (8.16). Franjele sunt paralele cu muchia penei, echidistante, localizate pe lamă. Fie d_k, respectiv d_{k+1}, grosimile lamei pentru care se formează maximele de ordin k, respectiv k + 1 (figura 6.11). Atunci:

$$\left.\begin{aligned} 2nd_k + \frac{\lambda}{2} &= k\lambda \\ 2nd_{k+1} + \frac{\lambda}{2} &= (k+1)\cdot\lambda \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad d_{k+1} - d_k = \frac{\lambda}{2n} = i \cdot tg\,\alpha \approx i\alpha$$

Interfranja are valoarea:

$$\boxed{i = \frac{\lambda}{2n\alpha}} \qquad (8.\ 18)$$

Franjele de egală înclinare se folosesc pentru verificarea planeităţii suprafeţelor. Se formează o pană optică între suprafaţa de verificat şi o

suprafaţă etalon. Acolo unde există abateri de la planeitatea suprafeţei, se observă deformări ale sistemului de franje paralele şi echidistante.

3. **Inelele lui Newton**

Inelele lui Newton reprezintă un caz particular de franje de egală grosime, formate de o pană de aer de unghi variabil între suprafaţa convexă a unei lentile cu raza de curbură R şi o suprafaţă plană (figura 8.12). În punctul P interferă o rază reflectată pe faţa superioară a lamei plane (1) şi o rază reflectată pe faţa curbă a lentilei (2). Franjele de interferenţă sunt cercuri cu centrul pe segmentul OC, localizate pe faţa curbă a lentilei. Grosimea penei de aer în punctul de interferenţă, P, fiind d, rezultă:

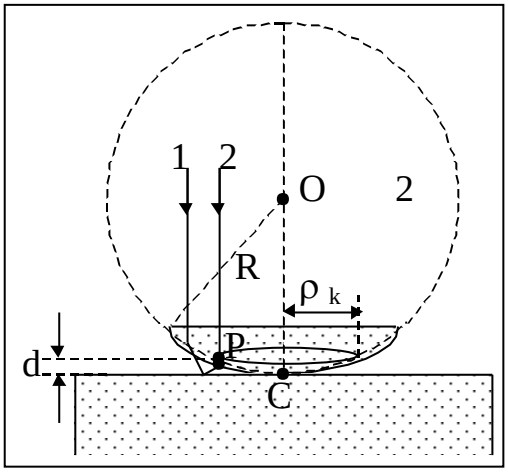


Figura 8. 12

$$\delta = 2d + \frac{\lambda}{2} \quad \Rightarrow \quad d = \frac{\delta - \frac{\lambda}{2}}{2}$$

În punctul C $d = 0$, $\delta = \frac{\lambda}{2}$, deci acolo se formează un minim în reflexie.

Aplicând teorema înălţimii în triunghiul dreptunghic PCD, se obţine raza franjei de ordin k:

$$\rho_k^2 = d(2R - d) \approx 2Rd = R\left(d - \frac{\lambda}{2}\right) \qquad (8.\ 19)$$

Dacă în P se formează un minim, $\delta = (2k+1)\cdot\frac{\lambda}{2}$. Atunci,

$$\boxed{\rho_k = \sqrt{kR\lambda}} \qquad (8.\ 20)$$

Dacă în P se formează un maxim, $\delta = k\lambda$ şi

$$\rho_k = \sqrt{(2k-1)\cdot R\cdot\frac{\lambda}{2}} \qquad (8.\ 21)$$

Se constată că inelele nu sunt echidistante, întrucât $\frac{\rho_{k+1}}{\rho_k} = \sqrt{\frac{k+1}{k}}$.

Inelele lui Newton prin transmisie sunt mai puţin nete, datorită intensităţilor diferite ale undelor care interferă şi sunt complemetare faţă de cele prin reflexie.

Dispozitivul interferenţial analizat se foloseşte pentru determinarea razelor de curbură ale lentilelor sau altor suprafeţe curbe. Măsurând razele inelelor Newton, reprezentarea grafică a funcţiei $\rho^2_k = f(k)$ este o dreaptă a cărei pantă este $tg\ \theta = R\cdot\lambda$.

8.3. Unde luminoase staţionare. Fotografia în culori

Considerăm o undă plan polarizată, incidentă normal pe o suprafaţă puternic reflectătoare. La suprapunerea acesteia cu unda reflectată, se obţin unde staţionare, a căror amplitudine rezultantă depinde numai de poziţie şi nu se modifică în timp.

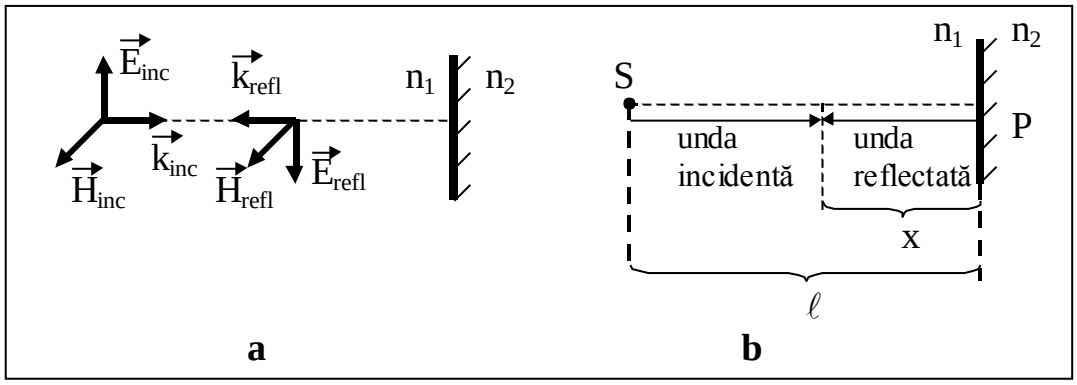


Figura 8. 13

Dacă reflectanţa $R = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^2 \to 1$ ($n_2 >> n_1$), atunci unda incidentă şi cea reflectată au amplitudini aproximativ egale. La reflexia pe un mediu cu $n_2 > n_1$, componenta electrică a undei electromagnetice suferă un salt de fază de π, dar nu şi componenta magnetică (figura 8.13.a).

Fie undele incidentă şi reflectată, de ecuaţii:

$$\Psi_{inc} = \Psi_0 \cdot \cos[\omega t - k \cdot (\ell - x)] \quad ; \quad \Psi_{refl} = \Psi_0 \cdot \cos[\omega t - k \cdot (\ell + x) - \varphi],$$

unde Ψ poate fi E sau H, k este numărul de undă, iar $\varphi = \pi$ pentru E şi $\varphi = 0$ pentru H (figura 8.13.b).

Diferenţa de fază între unda incidentă şi cea reflectată, într-un punct situat la distanţa x de punctul de incidenţă, P, este:

$$\Delta\varphi = [\omega t - k \cdot (\ell - x)] - [\omega t - k \cdot (\ell + x) - \varphi] = 2kx + \varphi$$

Amplitudinea rezultantă este:

$$\Psi_{0\,rez} = \sqrt{\Psi_0^2 + \Psi_0^2 + 2\Psi_0^2 \cdot \cos(2kx + \varphi)} = \sqrt{2\Psi_0^2 \cdot [1 + \cos(2kx + \varphi)]} =$$

$$= \sqrt{2\Psi_0^2 \cdot 2\cos^2\left(\frac{2kx + \varphi}{2}\right)} = 2\Psi_0 \cdot \cos\left(kx + \frac{\varphi}{2}\right)$$

deci:

$$\Psi_{0\,rez} = 2\Psi_0 \cdot \cos\left(kx + \frac{\varphi}{2}\right) \qquad (8.\ 22)$$

- Pentru $\Psi = E$, $\varphi = \pi$, rezultă:

$$E_{rez}(x) = 2E_0 \cdot \cos\left(kx + \frac{\pi}{2}\right) = 2E_0 \cdot \sin kx \qquad (8.\ 23)$$

- Pentru $\Psi = H$, $\varphi = 0$, rezultă:

$$H_{rez}(x) = 2H_0 \cdot \cos kx \qquad (8.\ 24)$$

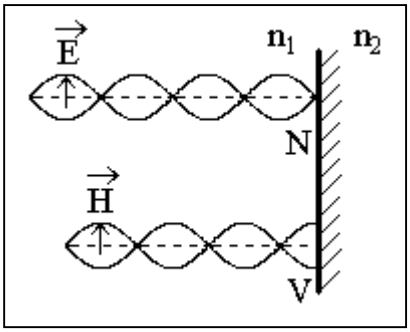


Figura 8. 14

În punctul de reflexie, P, componenta electrică a undei electromagnetică are un nod, iar cea magnetică un ventru. Energia fiecăreia din cele două componente este maximă în punctele în care se formează ventrele, unde amplitudinea rezultantă este maximă. Distanţa dintre două noduri consecutive sau dintre două ventre consecutive este jumătate din lungimea de undă.

Experienţa lui Wiener

Un fascicul paralel cade pe o placă cu emulsie fotosensibilă, înclinată cu un unghi foarte mic, φ, faţă de o suprafaţă reflectătoare verticală (figura 8.15). După developarea plăcii, se constată că ea a fost impresionată în punctele ventrale ale componentei electrice a undei luminoase (în punctul de reflexie se formează un nod). Benzile paralele care apar pe placă corespund ventrelor şi sunt distanţate cu $d = \frac{\lambda}{2\sin\varphi}$. Rezultă că vectorul $\vec{E}$ produce efectul fotochimic şi efectul luminos ($\vec{E}$ este vectorul luminos).

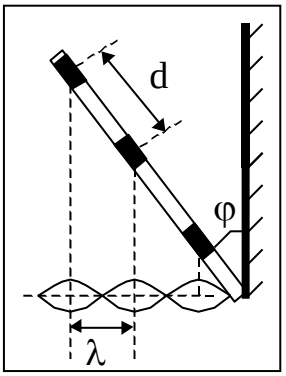


Figura 8. 15

Fotografia în culori

În 1891, fizicianul francez Gabriel Lippmann a folosit fenomenul undelor staţionare pentru a obţine fotografia în culori (motiv pentru care a şi primit, în 1908, premiul Nobel). Tot el este cel care, în 1894, a elaborat teoria completă a fotografiei în culori.

Razele de lumină de diferite lungimi de undă (culori) cad la incidenţă normală pe o placă fotografică a cărei emulsie fotosensibilă este în contact cu o suprafaţă reflectătoare (Hg). Razele incidente şi cele reflectate formează un

sistem de unde staţionare în emulsia plăcii fotografice. După developare, pentru fiecare lungime de undă λ, se formează un sistem de benzi paralele de argint, distanţate cu distanţa $\lambda/2$. La iluminarea cu lumină albă, straturile de argint corespunzând fiecărei lungimi de undă acţionează ca straturi reflectătoare selectiv şi, prin interferenţă, se obţin maxime ale undelor reflectate numai pentru lungimile de undă corespunzătoare culorilor iniţiale.

8.4. Interferometrie

Interferometrele sunt dispozitive bazate pe fenomenul de fenomenul de interferenţă, care permit determinarea cu foarte mare precizie, a lungimilor, indicelui de refracţie, densităţilor şi a altor mărimi care au legătură cu drumul optic al razelor de lumină care interferă.

8.4.1. Interferometre cu două fascicule

În astfel de interferometre, două fascicule de lumină coerente, provenite de la aceeaşi sursă, urmează parcursuri diferite şi se suprapun, producând fenomenul de interferenţă. Dacă unul din fascicule suferă o variaţie de drum optic, $\Delta(n\cdot\ell)$, fie prin variaţia distanţei ℓ, fie a indicelui de refracţie, fie a ambelor mărimi, sistemul de franje se deplasează; din deplasarea sistemului de franje se poate determina mărimea care a produs diferenţa de drum.

Unei variaţii a diferenţei de drum optic cu λ, îi corespunde o deplasare a sistemului de franje, egală cu o interfranjă i. Pentru o deplasare de N franje, variaţia drumului optic este $N\cdot\lambda$.

Pe acest principiu sunt construite interferometrele cu două fascicule, dintre care prezentăm în continuare câteva.

Interferometrul Young – Rayleigh

Acest interferometru este construit astfel (figura 8.16): Un ecran în care s-au practicat două fante identice este iluminat de la o sursă punctiformă, S, plasată în focarul unei lentile convergente, L_1. Fasciculele paralele provenite de la cele două fante străbat cuvele identice C_1, respectiv C_2, cu medii având indici de refracţie diferiţi, n_1, respectiv n_2 şi interferă apoi în planul focal al unei lentile convergente, L_2. Unei deplasări a franjelor cu N·i, îi corespunde o diferenţă de drum optic:

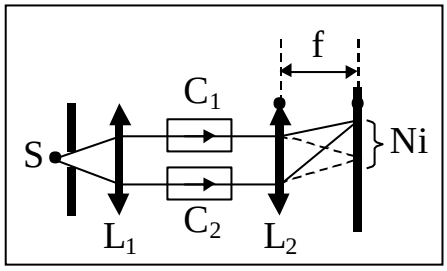


Figura 8. 16

$$\delta = N\lambda = \ell(n_1 - 1) - \ell(n_2 - 2) = \ell(n_1 - n_2)$$

unde ℓ este lungimea cuvelor. Se poate determina unul din indicii de refracţie, cunoscându-l pe celălalt (de obicei, indicele de refracţie al unui gaz, în raport cu aerul).

Interferometrul Jamin

Acest tip de interferometru este format (figura 8.17) din două lame groase, A şi B, cu feţe plan-paralele, având feţele posterioare AA' şi BB' argintate. Un fascicul incident sub unghiul de 45° pe lama A se scindează şi produce fasciculele 1 şi 2, care străbat lama B şi se scindează, la rândul lor, în câte două fascicule. Între cele două lame, fasciculele 1 şi 2 trec prin cuvele indentice C_1, respectiv C_2. Se obturează fasciculele 1' şi 2'' şi se studiază interferenţa fasciculelor 1'' şi 2'. Dacă lamele sunt paralele, drumurile optice ale fasciculelor sunt egale şi în câmpul optic al lunetei de vizare nu se observă franje de interferenţă, ci o tentă uniformă. Dacă însă o lamă se roteşte în planul

desenului cu un unghi foarte mic, diferenţa de drum dintre cele două unde care interferă este diferită de zero şi, în câmpul lunetei apar franje de egală înclinare (inele Heidinger). Din deplasarea franjelor, produsă la trecerea razelor 1 şi 2 prin mediile diferite din cuvele C_1 şi C_2, se poate determina indicele de refracţie al unui mediu, cunoscându-l pe cel al celuilalt.

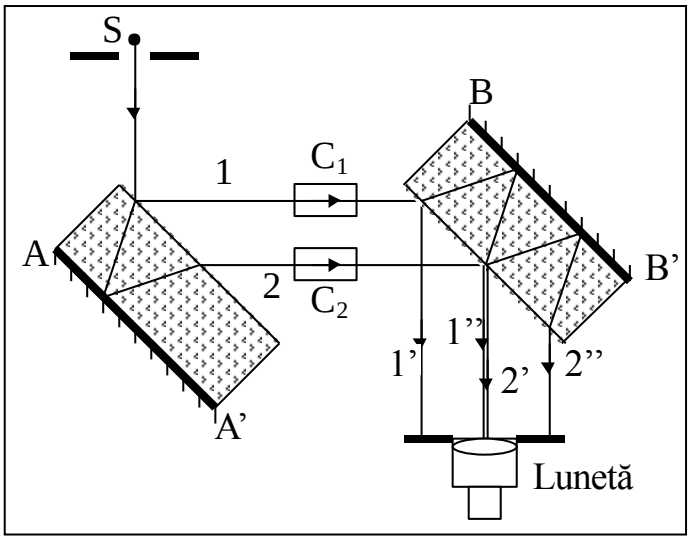


Figura 8. 17

Interferometrul Michelson

Interferometrul Michelson[1] are ca parte principală (figura 8.18) o lamă transparentă, L, cu feţe plan-paralele, faţa AA' fiind semiargintată, astfel ca o rază de lumină ce cade pe această faţă este divizată în două raze de intensităţi egale, una care se reflectă, alta care este transmisă prin ea. Raza incidentă la 45° pe lama L, provenită de la sursa S, se scindează în punctul B în două raze perpendiculare, o parte (1) reflectându-se, cealaltă (2) fiind transmisă prin faţa AA'. După reflexiile pe oglinzile plane O_1 şi O_2 (plasate la incidenţă normală) razele 1 şi 2 suferă din nou un nou proces de scindare în punctul B, astfel încât razele 1' şi 2' se suprapun în câmpul optic al lunetei L. Lama L', identică cu lama L cu excepţia faptului că nu mai are nici o faţă argintată, este introdusă în calea razei 2 pentru a compensa faptul că raza 1 străbate de două

[1] Albert Abraham Michelson a construit interferometrul care îi poartă numele şi a realizat împreună cu E. W. Morley, în 1887, la Cleveland, celebra experienţă care a infirmat existenţa eterului imobil, rezultat ce l-a condus pe Einstein la elaborarea teoriei relativităţii. Pentru această contribuţie la dezvoltarea fizicii, Michelson a primit premiul Nobel în 1907.

ori lama L. În acest fel, dacă distanţele BO_1 şi BO_2 sunt egale, drumurile optice ale celor două raze ajunse la lunetă sunt egale. Reflexia pe faţa AA' are însă loc pentru una din raze (2) cu salt de fază de π, pe când pentru cealaltă (1) saltul de fază nu are loc, ea venind dintr-un mediu mai dens. Ca urmare, în aceste condiţii, câmpul optic al lunetei va fi întunecat. Pentru a se observa franje de interferenţă, se poate proceda în două moduri:

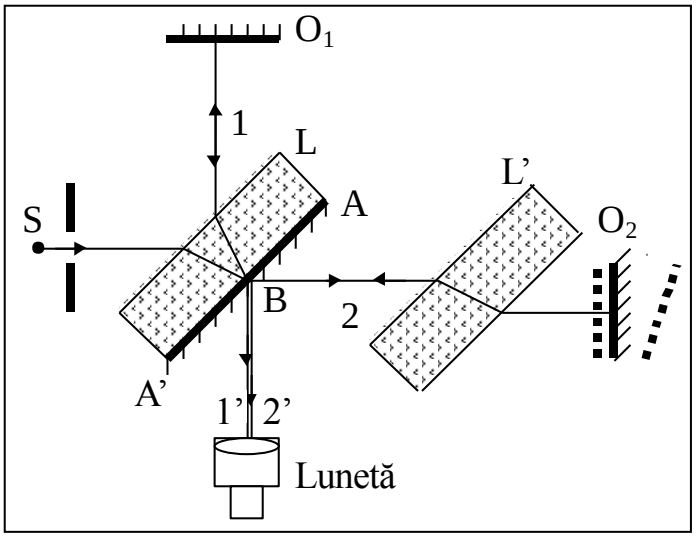


Figura 8. 18

- fie, una dintre oglinzi, de exemplu O_2 se deplasează paralel cu ea însăşi, deplasare foarte mică, reglabilă cu ajutorul unui şurub micrometric, caz în care se obţin franje circulare, localizate la infinit (inele Heidinger), stratul de aer dintre poziţia iniţială şi cea în care s-a deplasat oglinda O_2 acţionând ca o lamă transparentă, cu feţe plan-paralele;
- fie, una dintre oglinzi, de exemplu O_2 se roteşte cu un unghi foarte mic în jurul unei axe perpendiculare pe planul figurii, caz în care pana de aer dintre cele două poziţii ale oglinzii produce franje de egală grosime, localizate pe suprafaţa oglinzii.

Interferometrul Michelson produce o separare mai bună a celor două raze care interferă, astfel încât în cale unuia dintre ele se pot introduce dispozitive de dimensiuni mai mari decât în cazul interferometrului Jamin. El este folosit în metrologie, pentru determinarea etalonului de lungime, la măsurarea distanţelor, la studierea profilului suprafeţelor etc.

Interferometrul Mach-Zender

Acest interferometru este format din două lame semitransparente, L_1 şi L_2 şi două oglinzi plane, O_1 şi O_2. Propagarea fasciculelor paralele 1 şi 2 este reprezentată în figura 8.19. Din deplasarea franjelor ca urmare a unei diferenţe de drum optic, se pot determina lungimi, indici de refracţie, densităţi etc. Interferometrul asigură o separare mare a fasciculelor în comparaţie cu interferometrul Jamin.

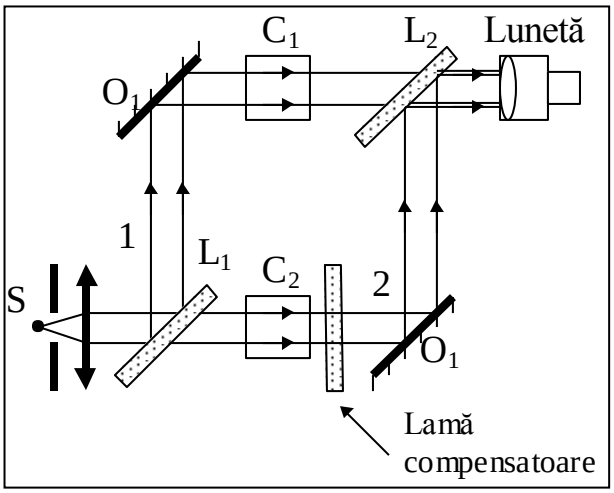


Figura 8. 19

8.4.2. Interferenţa fasciculelor multiple

În cazul interferenţei mai multor unde coerente, maximele de interferenţă au intensităţi mai mari şi sunt mai înguste (franje mai nete) decât cele obţinute prin interferenţa a două unde coerente.

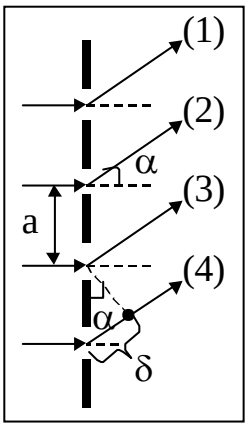


Figura 8. 20

Fie N unde coerente, de amplitudini egale, E_0, defazate între ele succesiv cu acelaşi defazaj, φ. De exemplu, considerăm cazul a N fante identice (figura 8.20) distanţate una faţă de alta cu distanţa a, de la care pleacă unde luminoase sub unghiul α faţă de normala la planul fantelor. Diferenţa de fază dintre două unde provenite de la două fante consecutive este:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot a \cdot \sin \alpha \qquad (8.\ 25)$$

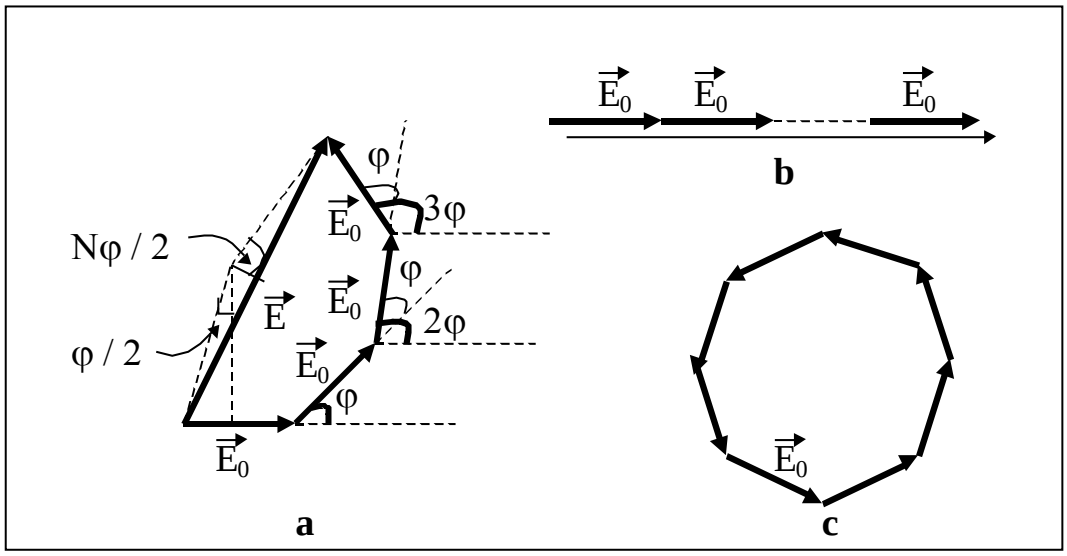


Figura 8. 21

Amplitudinea rezultantă prin suprapunerea celor N unde se poate determina folosind reprezentarea fazorială a undelor care se suprapun (figura 8.21.a). Vârfurile celor N fazori se află pe un cerc de rază R.

$E_0 = 2R \cdot \sin \frac{\varphi}{2}$; $E = 2R \cdot \sin \frac{N\varphi}{2}$, de unde:

$$\boxed{E = E_0 \cdot \frac{\sin \frac{N\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}} \qquad (8.\ 26)$$

şi intensitatea undei rezultante are expresia:

$$\boxed{I = I_0 \cdot \frac{\sin^2 \frac{N\varphi}{2}}{\sin^2 \frac{\varphi}{2}}} \qquad (8.\ 27)$$

Intensitatea undei rezultante este maximă pentru $\varphi = 2k\pi$ (k – număr întreg), când fazorii $\vec{E}_0$ sunt în prelungire (figura 8.21.b), intensitatea

maximelor principale fiind $I = N^2 \cdot I_0$ (I_0 fiind intensitatea unei singure unde). Minimele nule se obţin atunci când poligonul fazorilor se închide şi rezultanta este zero (figura 8.21.c) Condiţia este ca $N \cdot \varphi = 2k\pi$, deci $\varphi = \frac{2k\pi}{N}$ [k = 0, ± 1, ± 2, ± 3 … ± (N – 1), ± (N + 1) … ± (2N – 1), ± (2N + 1) …] deci $k \neq \pm N, \pm 2N, \ldots$, când se obţin maxime principale.

Între două maxime principale există (N – 1) minime nule, iar între două minime nule există câte un maxim secundar, deci (N – 2) maxime secundare între două maxime principale; condiţia pentru maximele secundare este $\frac{dI}{d\varphi} = 0$, iar intensităţile lor sunt mult mai mici decât ale maximelor principale. Rezultatul interferenţei mai multor unde de amplitudini egale este reprezentat în figura 8.22.

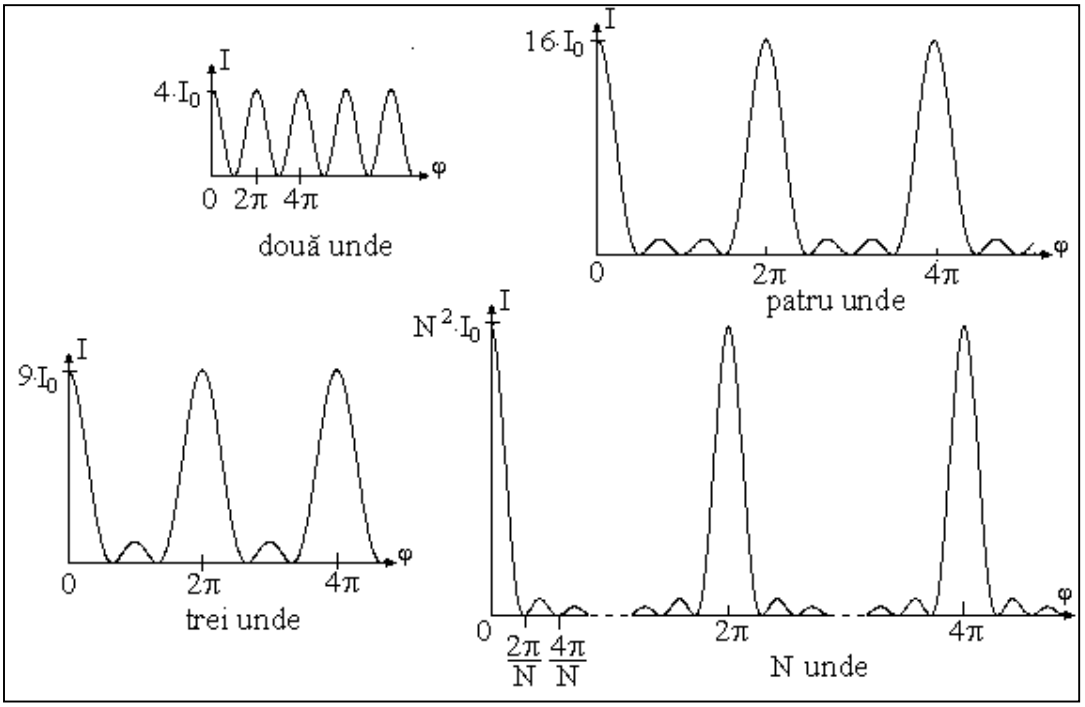


Figura 8. 22

Interferenţă multiplă se produce şi pe o lamă transparentă, dar amplitudinile undelor care interferă sunt descrescătoare. Intensităţile fasciculelor care interferă, ca şi franjele de interferenţă, sunt influenţate mult de coeficienţii de reflexie ai suprafeţelor. În figura 8.23, r şi t sunt coeficienţii de reflexie şi transmisie la suprafaţa aer-sticlă, r' şi t' coeficienţii de reflexie la suprafaţa sticlă-aer.

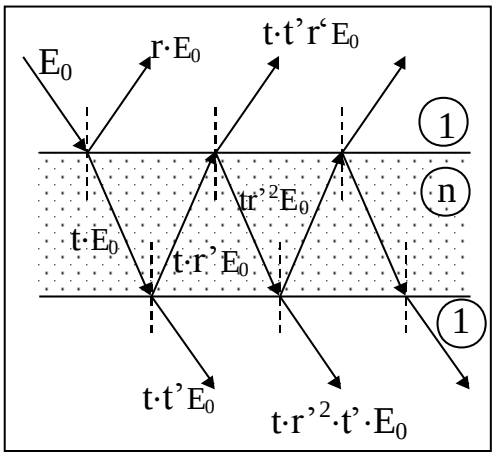


Figura 8. 23

Se obţin franje de egală înclinare prin reflexie şi prin transmisie. Se demonstrează că, în funcţie de intensitatea I_0 a undei incidente, intensităţile rezultante ale undelor reflectate şi transmise sunt date de relaţiile (*formulele lui Airy*):

$$I_R = I_0 \cdot \frac{F \cdot \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{1 + F \cdot \sin^2 \frac{\varphi}{2}} \quad ; \quad I_T = I_0 \cdot \frac{1}{1 + F \cdot \sin^2 \frac{\varphi}{2}} \qquad (8.\ 28)$$

unde

$$F = \frac{4R}{(1-R)^2} \qquad (8.\ 29)$$

se numeşte *factorul de fineţe a franjelor*, $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta$ este diferenţa de fază între două unde alăturate, R – reflectanţa suprafeţei lamei. Neglijând absorbţia în lamă, $I_R + I_T = I_0$.

Când R creşte, intensitatea minimelor prin transmisie scade, iar maximele devin mai înguste (nete), deci vizibilitatea franjelor este mai mare (figura 8.24)

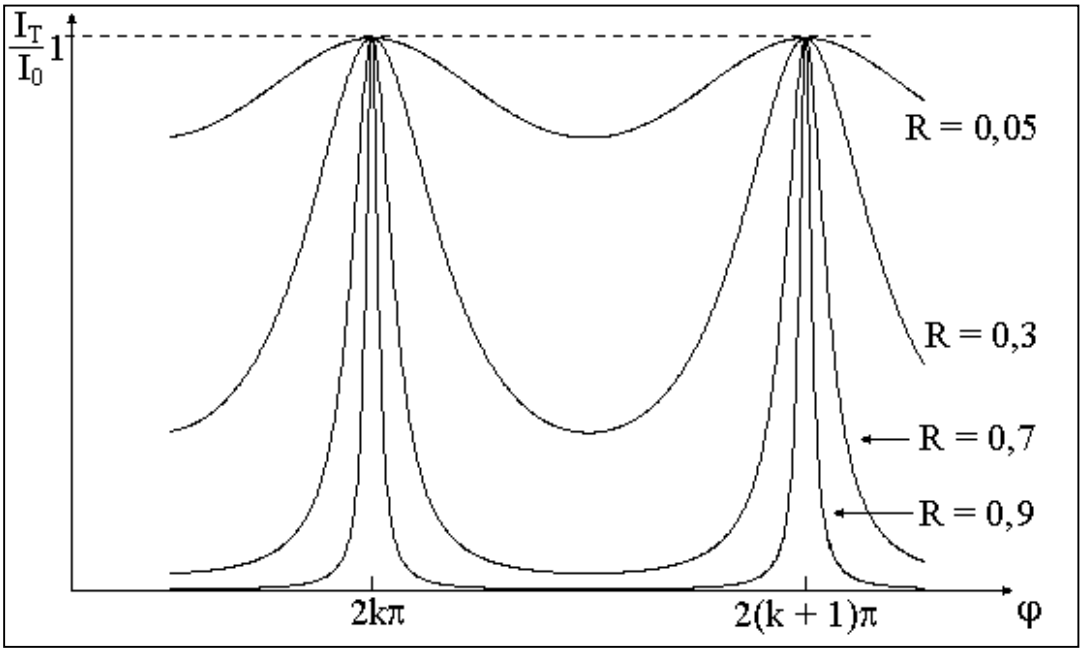


Figura 8. 24

8.4.3. Interferometre cu fascicule multiple

Interferometrul şi etalonul Fabry – Perot

Acest interferometru este alcătuit din două lame groase de sticlă sau cuarţ, cu feţele interioare plan-paralele (figura 8.25) şi semitransparente. Interferenţa multiplă se realizează în stratul de aer mărginit de feţele paralele ale lamelor. Feţele exterioare sunt foarte puţin înclinate faţă de cele interioare (~ 1°), pentru a înlătura franjele parazite, produse prin reflexii secundare pe aceste feţe. La interferometru, distanţa d dintre lame este variabilă, iar la etalon ea este menţinută constantă.

Diferenţa de drum între două raze vecine care interferă în planul focal al lentilei L este:

$$\delta = 2d \cdot \cos \alpha$$

Pentru $\delta = k\lambda$ în punctul P de suprapunere se formează un maxim.

Franjele obţinute sunt circulare, de egală înclinare, asemănătoare inelelor lui Heidinger dar mai fine, datorită interferenţei multiple.

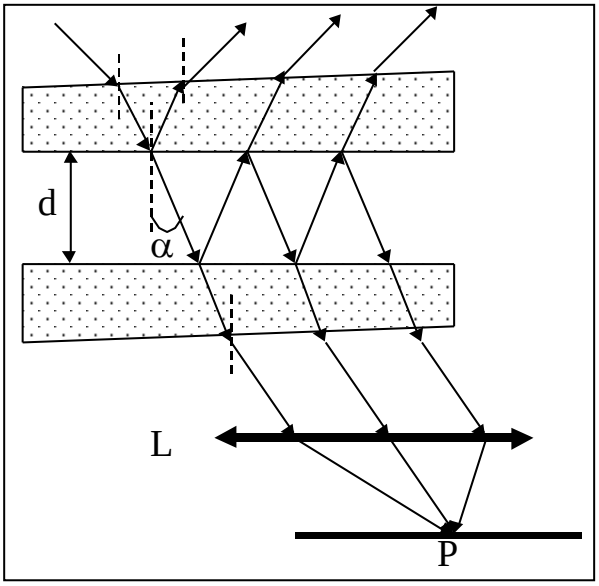


Figura 8. 25

Etalonul Fabry – Perot se utilizează la:

- determinarea distanţei d pentru o lungime de undă λ cunoscută, din relaţia: $2d \cdot \cos \alpha = \kappa\lambda$, prin măsurarea distanţei dintre două inele (franje) de ordine succesive;
- măsurarea lungimii de undă, λ, pentru distanţe d cunoscute;
- determinarea indicelui de refracţie n, prin introducerea unui gaz al cărui indice de refracţie este proporţional cu densitatea ρ, deci cu presiunea p; condiţia de maxim devine $2n \cdot d \cdot \cos \alpha = \kappa\lambda$ şi, din deplasarea franjelor se determină n;

Caracteristici ale interferometrului şi etalonului Fabry – Perot:

- Dispersia unghiulară exprimă viteza de variaţie a unghiului α în funcţie de lungimea de undă a radiaţiilor folosite:

$$D_\alpha = \frac{d\alpha}{d\lambda} \qquad (8.\ 30)$$

Diferenţiind condiţia de maxim $2d \cdot \cos \alpha = \kappa\lambda$, rezultă:

$$-2d\cdot\sin\alpha\cdot d\alpha = \kappa\cdot d\lambda$$

deci:

$$D_\alpha = \frac{d\alpha}{d\lambda} = -\frac{k}{2d\sin\alpha} = -\frac{\frac{2d\cos\alpha}{\lambda}}{2d\sin\alpha} = -\frac{1}{\lambda\cdot tg\alpha} = -\frac{1}{\lambda\cdot\alpha} \qquad (8.\ 31)$$

Pentru unghiuri α mici, dispersia unghiulară este deci independentă de distanţa d.

- <u>Domeniul de dispersie</u> al etalonului (constanta aparatului) exprimă intervalul unghiular $\Delta\alpha$ între două inele (franje) de ordine succesive, corespunzătoare unei lungimi de undă λ. Din relaţia

$$-2d\cdot\sin\alpha\cdot d\alpha = \lambda\cdot dk \quad (dk = 1)$$

rezultă: $\Delta\alpha = -\frac{\lambda}{2d\cdot\sin\alpha}$; dar $\frac{\Delta\alpha}{\Delta\lambda} = -\frac{1}{\lambda\cdot tg\,\alpha} \Rightarrow \Delta\alpha = -\frac{\Delta\lambda}{\lambda\cdot tg\,\alpha}$, deci:

$\frac{\lambda}{2d\cdot\sin\alpha} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda\cdot tg\,\alpha}$ şi:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2d\cdot\sin\alpha} \approx \frac{\lambda^2}{2d} \text{ (pentru incidenţă normală)}$$

(8. 32)

unde $\Delta\lambda$ reprezintă intervalul de lungimi de undă pentru care inelele de ordin succesiv se suprapun şi lungimile de undă nu se mai disting; el creşte la scăderea distanţei d. De exemplu, pentru valorile λ = 500 nm şi d = 0,25 cm, $\Delta\lambda$ = 5 nm, care este o mărime de ordinul lărgimii liniilor spectrale, deci etalonul poate fi folosit ca analizor de linii spectrale; se ştie că radiaţiile emise de o sursă au o distribuţie de intensitate, liniile spectrale având o anumită lărgime (figura 8.26).

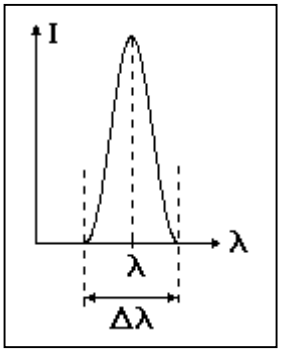


Figura 8. 26

- Puterea de rezoluţie

$$P = \frac{\lambda}{d\lambda} \qquad (8.\ 33)$$

exprimă capacitatea aparatului de a separa două radiaţii cu lungimi de undă apropiate (λ este lungimea de undă de la mijlocul intervalului separat, $\Delta\lambda$). Pentru etalonul Fabry – Perot, intervalul spectral minim rezolvabil depinde de grosimea etalonului şi de reflectanţa R a lamelor, conform relaţiei:

$$P = \frac{2\pi \cdot d}{\lambda} \cdot \frac{\sqrt{R}}{1-R} \qquad (8.\ 34)$$

Pentru reflectanţe mari ($R \to 1$), relaţia devine:

$$P \approx \frac{6d}{\lambda(1-R)} \qquad (8.\ 35)$$

- Contrastul etalonului:

$$\gamma = \frac{I_{max}}{I_{min}} = \left(\frac{1+R}{1-R}\right)^2 \qquad (8.\ 36)$$

Interferometrul Lummer - Gehrke

Acest interferometru este format (figura 8.27) dintr-o lamă lungă, de sticlă sau cuarţ, cu feţele plan-paralele. Fasciculul de lumină pătrunde în lamă prim prisma P; unghiul θ este apropiat de unghiul limită şi factorul de reflexie

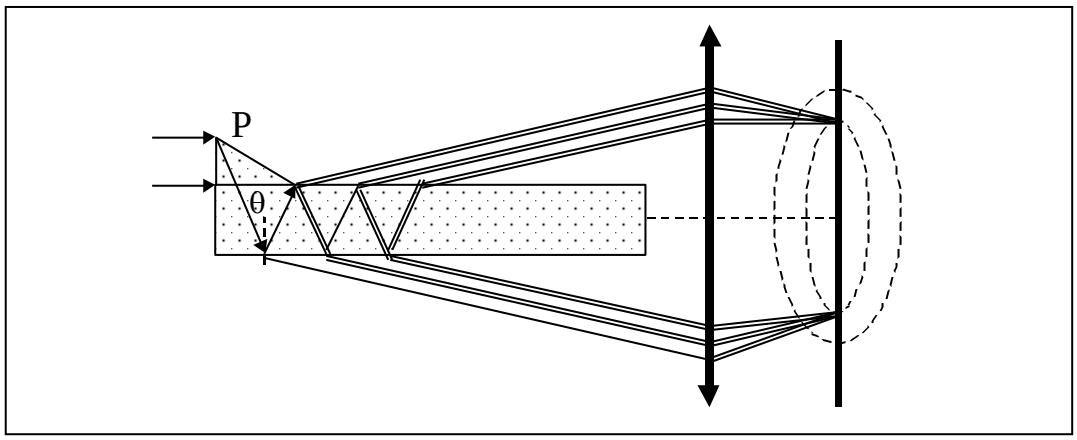


Figura 8. 27

este apropiat de 1. Fasciculele emergente paralele ies razant din lamă, au intensităţi comparabile şi interferă în planul focal al lentilei L, formând inele concentrice foarte fine. Interferometrul se poate folosi pentru analiza structurii fine a liniilor spectrale.

8.5. Alte aplicaţii ale interferenţei

8.5.1. Filtre interferenţiale

Filtrele optice permit selectarea din spectrul optic a unui anumit interval de lungimi de undă. Cele mai simple filtre optice (sticle colorate sau acoperite cu gelatină conţinând coloranţă), bazate pe absorbţia selectivă a radiaţiilor, selectează benzi de ordinul a 50 nm.

Pentru a obţine benzi mai înguste, se folosesc filtre interferenţiale, bazate pe principiul interferenţei în lame subţiri; este necesară alegerea indicelui de refracţie n şi a grosimii d a lamei, astfel încât să fie îndeplinită condiţia de maxim pentru o anumită lungime de undă din spectrul optic.

Un filtru interferenţial se poate obţine cu un etalon Fabry – Perot, având distanţa d foarte mică între lame. Pentru separarea unei benzi $\Delta\lambda$ = 25 nm la lungimea de undă λ = 500 nm, această distanţă trebuie să fie d = 5 μm. Lărgimea benzii transmise, $\delta\lambda$ (figura 8.28), depinde de coeficientul de reflexie al filtrului. Pentru a se obţine un maxim la λ_0, grosimea optică $\delta = 2d = \lambda_0$.

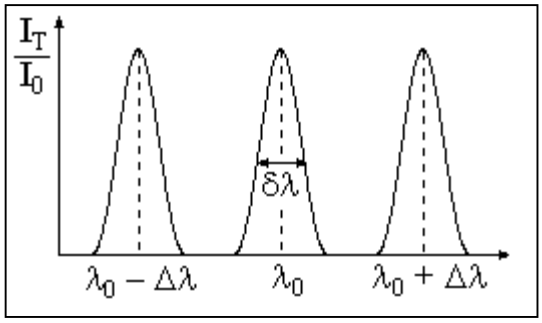


Figura 8. 28

Dar $2d = k\lambda$ şi se obţin maxime şi pentru $\lambda = \frac{2d}{k} = \frac{\lambda_0}{2}, \frac{\lambda_0}{3}$, etc., lungimi de undă care, de obicei, nu sunt în spectrul vizibil.

8.5.2. Straturi dielectrice interferenţiale

1. Straturi antireflectătoare (antireflex)

Factorul de reflexie la incidenţă normală, $R = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2$, este cuprins între 0,4 şi 0,8 pentru suprafaţa aer-sticlă. Pentru mai multe interfeţe aer-sticlă, intensitatea fasciculului reflectat creşte (pentru un obiectiv foto cu 8 suprafeţe aer-sticlă, R ≈ 60 % şi intensitatea luminii transmise scade semnificativ.

Pentru micşorarea reflexiei, pe suprafaţa sticlei se depune un strat dielectric transparent, astfel încât acesta să producă un minim de interferenţă. Este necesară îndeplinirea condiţiilor:

- grosimea optică a stratului, $n_0 d = \frac{\lambda}{4}$, pentru ca $2n_0 d = \delta = \frac{\lambda}{2}$ unde n_0 este indicele de refracţie al stratului (condiţia de minim);
- intensităţile fasciculelor reflectate de cele două feţe ale stratului să fie egale (pentru a se obţine minime nule):

$$\frac{n_0 - 1}{n_0 + 1} = \frac{n - n_0}{n + n_0} \Rightarrow \sqrt{n}$$

unde n este indicele de refracţie al mediului acoperit de stratul antireflex. Pentru n = 1,5 ÷ 1,8 , n_0 = 1,36 ÷ 1,38, cum are, de exemplu, fluorura de magneziu. Calculele se fac pentru λ = 550 nm, la incidenţă normală; pentru radiaţiile extreme ale spectrului vizibil, coeficientul de reflexie creşte. Radiaţiile reflectate roşii şi albastre dau o tentă violacee straturilor antireflex.

2. Straturi puternic reflectătoare – oglinzi dielectrice

Aceste straturi se obţin prin depunerea unei pelicule cu $n_0 > n$ (sulfura de Zn – 2,3 , dioxidul de titan – 2,5) cu grosimea optică $n_0 d = \frac{\lambda}{4}$, astfel încât

$\delta = 2n_0 d + \frac{\lambda}{2} = \lambda$ - condiţie de maxim. Pentru un singur strat, factorul de reflexie nu depăşeşte 30 %. Se folosesc straturi alternante, cu $n_0 > n$ şi $n < n_0$, cu condiţia $n_0 d_0 = n'd' = \frac{\lambda}{4}$. Pentru oglinzile de laseri sau feţele lamelor etalonului Fabry – Perot sunt necesare reflectanţe mari, care se obţin cu straturi multiple (pentru 7 straturi, R ≈ 90 %, pentru un domeniu de aproximativ 50 nm; pentru 11 ÷ 13 straturi, R ≈ 99 %, pe un domeniu mai mic de lungimi de undă).

3. **Dilatometrie interferenţială**

Dilatometria interferenţială reprezintă o sumă de metode foarte precise de determinare a coeficientului de dilatare al diferitelor materiale. Se folosesc sisteme de franje de egală grosime sau de tipul inelelor lui Newton. Modificarea interfranjei sau deplasarea franjelor produse ca urmare a dilatării, permit determinarea coeficientului de dilatare al probelor studiate. În figura 8.29, între placa etalon şi suprafaţa exterioară a piesei P se formează o pană de aer. La încălzirea piesei, se produce o deplasare a franjelor.

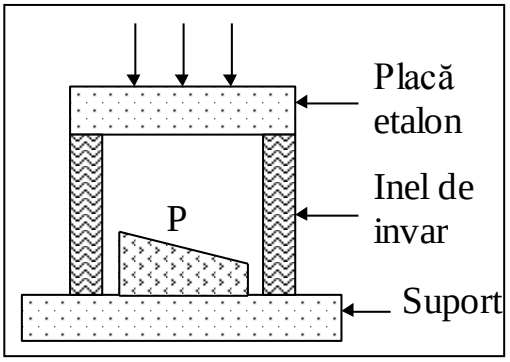


Figura 8. 29

8.6. Holografia optică

Holografia[1] este o metodă de înregistrare şi redare a întregii informaţii vizuale referitoare la un obiect, prin înregistrarea atât a amplitudinii, cât şi a fazei undelor luminoase ce provin de la diferitele puncte ale obiectului.

[1] Holografia (“holos” - întreg, “grafein” - scriere) a fost descoperită (teoretic) de Dennis Gabor, fizician englez de origine maghiară, în 1948, pentru această descoperire el primind premiul

În tehnica fotografică obişnuită, pe o placă fotosensibilă se înregistrează intensitatea medie a luminii provenite de la obiect (înnegrirea plăcii este proporţională cu energia undei incidente, deci cu intensitatea undei mediată pe timpul de expunere). Dacă funcţia de undă a undei luminoase este de forma:

$$u = A \cdot e^{i[\omega t + \varphi(x,y)]}$$

intensitatea undei este:

$$I = u \cdot u^* = A \cdot e^{i[\omega t + \varphi(x,y)]} \cdot A \cdot e^{-i[\omega t + \varphi(x,y)]} = A^2 \qquad (8.\ 37)$$

Intensitatea undei conţine informaţii numai despre amplitudinea A a undei, nu şi despre faza sa, φ(x,y). În acest mod, la înregistrarea fotografică obişnuită a imaginii unui obiect, se pierd informaţiile referitoare la spaţialitatea acestuia, exprimată prin faptul că, de la diferite puncte ale obiectului, ajung la placa fotografică unde cu faze diferite.

Holografia permite şi înregistrarea fazei undei obiect, ceea ce se traduce în final prin obţinerea unei imagini imagini complete (tridimensionale) a obiectului, caracterizată prin relief, paralaxă şi profunzime de câmp. O hologramă este echivalentă cu un mare număr de fotografii convenţionale, realizate din diferite poziţii de observare şi focalizate la o anumită profunzime.

8.6.1. Principiul holografiei

Principiul holografiei are la bază obţinerea imaginii obiectului, pornind de la o figură de difracţie produsă cu undele provenind de la acest obiect, acest principiu devenind operaţional după punerea la punct a surselor de lumină coerentă (laser), aceasta favorizând obţinerea figurilor staţionare de interferenţă.

Nobel în 1971. După descoperirea laserilor, cercetările privind holografia au luat o deosebită amploare, contribuţii importante în acest domeniu având fizicienii Denisink, E.N.Leith, J. Upatniecks, care au realizat primele hologame de calitate.

Realizarea unei holograme presupune două etape:

1) înregistrarea holografică a imaginii unui obiect pe o placă fotosensibilă;
2) redarea (reconstituirea) undei provenite de la obiect pentru producerea imaginii tridimensionale a acestuia.

În etapa înregistrării, un fascicul de lumină monocromatică şi coerentă, provenită de la un laser, este divizat în două părţi de către un divizor, una din acestea (care reprezintă *unda obiect*) fiind dirijată spre obiect, care o difuzează spre placa fotosensibilă, cealaltă componentă, numită *undă de referinţă,* fiind trimisă direct pe placă.

Cele două unde fiind reciproc coerente, vor forma pe placa fotosensibilă o figură de interferenţă (un sistem complex de franje care, înregistrat, va constitui ceea ce se numeşte *hologramа* obiectului), ea conţinând informaţii atât asupra amplitudinii undei obiect (prin înregistrarea intensităţii acesteia), cât şi asupra fazei undei obiect, conţinute în forma şi distanţa dintre franjele care alcătuiesc figura de interferenţă.

Fie funcţia de undă de forma:

$$u = A_0 \cdot e^{i[\omega t + \varphi_0(x,y)]} = A_0 \cdot e^{i\cdot\varphi_0(x,y))} \cdot e^{i\omega t} \qquad (8.\ 38)$$

unde A_0 este amplitudinea reală a undei, iar $A(x,y) = A_0(x,y) \cdot e^{\varphi_0(x,y)}$ reprezintă amplitudinea complexă a acesteia; $\varphi_0(x,y)$ exprimă faza undei în planul de observare. Factorul temporal se poate omite în calcule, deoarece frecvenţa nu se modifică la reflexia difracţia sau absorbţia undei.

Fie amplitudinile complexe ale undelor obiect şi de referinţă, considerate în planul (xOy) al hologramei, de forma:

$$O(x,y) = O_0(x,y) \cdot e^{i\varphi_O(x,y)} \ ; \ R(x,y) = R_0(x,y) \cdot e^{i\varphi_R(x,y)} \qquad (8.\ 39)$$

Într-un punct dat, M(x,y), din planul hologramei, amplitudinea undei rezultate prin suprapunerea undei obiect cu cea de referinţă este:

$$H(x,y) = R_0(x,y)\cdot e^{i\varphi_R(x,y)} + O_0(x,y)\cdot e^{i\varphi_O(x,y)} \qquad (8.\ 40)$$

Intensitatea undei rezultante, în punctul M(x,y), este:

$$I = H\cdot H^* = \left(R_0\cdot e^{i\varphi_R} + O_0\cdot e^{i\varphi_O}\right)\left(R_0\cdot e^{-i\varphi_R} + O_0\cdot e^{-i\varphi_O}\right) =$$
$$= R_0^2 + O_0^2 + R_0\cdot O_0\cdot e^{i(\varphi_O-\varphi_R)} + R_0\cdot O_0\cdot e^{-i(\varphi_O-\varphi_R)} =$$
$$= R_0^2 + O_0^2 + 2R_0\cdot O_0\cdot\frac{e^{i(\varphi_O-\varphi_R)} + e^{-i(\varphi_O-\varphi_R)}}{2}$$

deci:

$$I = R_0^2 + O_0^2 + 2R_0\cdot O_0\cdot\cos(\varphi_o - \varphi_R) \qquad (8.\ 41)$$

Intensitatea undei rezultante, aşa cum este exprimată ea prin relaţia (8.41), conţine deci informaţii atât despre amplitudinea undei obiect, cât şi despre faza acesteia, prin factorul $\cos(\varphi_O - \varphi_R)$.

Exemple de montaje experimentale folosite pentru înregistrarea unei holograme sunt date în figurile 8.30, 8.31 şi 8.32, în care D este un divizor de fascicul, E – un expandor de fascicul iar H – placa holografică. Figura 8.30 prezintă montajul standard, figura 8.31 montajul simetric iar figura 8.32 montajul "strâns".

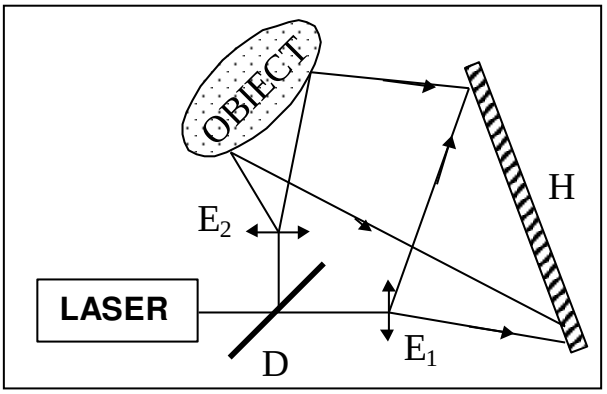


Figura 8. 30

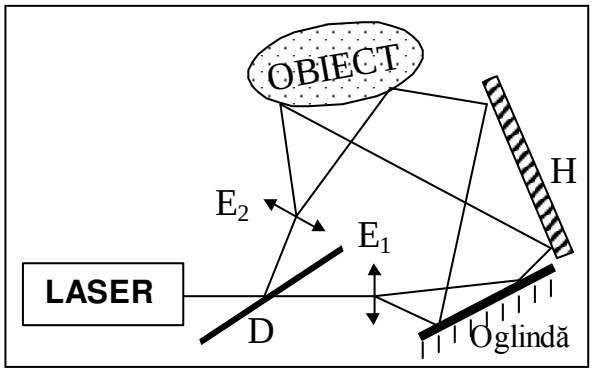


Figura 8. 31

Reconstituirea undei obiect reprezintă a doua etapă şi se obţine iluminând hologrma cu un fascicul de citire, coerent, de

obicei acesta fiind fasciculul de referinţă folosit la înregistrarea hologramei.

Transmitanţa în amplitudine a plăcii pe care este înregistrată holograma este o funcţie aproximativ liniară de intensitate:

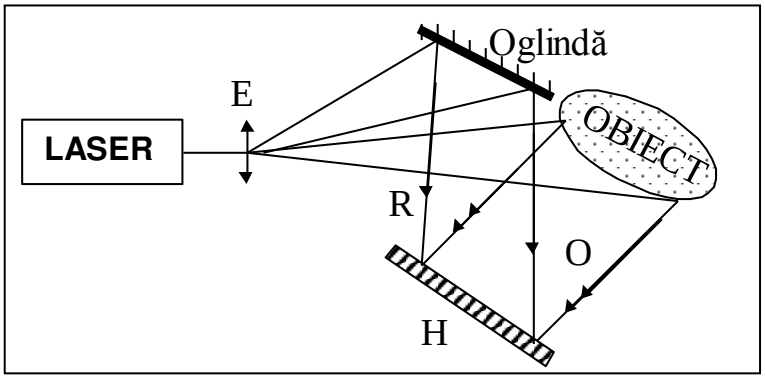


Figura 8. 32

$$t(x,y) = \beta \cdot I$$

La iluminarea hologramei cu o undă de citire de forma:

$$C(x,y) = C_0(x,y) \cdot e^{i\varphi_C(x,y)},$$

unda transmisă are amplitudinea complexă:

$$\begin{aligned}
&\Psi(x,y) = C(x,y) \cdot t(x,y) = \\
&= \beta \cdot C_0 \cdot e^{i\varphi_C} \cdot \left[R_0^2 + O_0^2 + R_0 \cdot O_0 \cdot e^{i(\varphi_R - \varphi_O)} + R_0 \cdot O_0 \cdot e^{-i(\varphi_R - \varphi_O)}\right] = \\
&= \beta \cdot \left[\left(R_0^2 + O_0^2\right) \cdot C_0 \cdot e^{i\varphi_C} + C_0 \cdot R_0 \cdot O_0 \cdot \left(e^{i(\varphi_C + \varphi_R - \varphi_O)} + e^{i(\varphi_C - \varphi_R + \varphi_O)}\right)\right]
\end{aligned} \tag{8. 42}$$

Relaţia (8.42) este cunoscută sub numele de *ecuaţia de bază a holografiei*.

În cazul în care C(x,y) ≡ R(x,y), ecuaţia de bază devine:

$$\begin{aligned}
\Psi(x,y) = &\underbrace{\beta \cdot \left(R_0^2 + O_0^2\right) \cdot C_0 \cdot e^{i\varphi_R}}_{\text{I}} + \underbrace{\beta \cdot O_0 \cdot R_0^2 \cdot e^{i\varphi_O}}_{\text{II}} + \\
&+ \underbrace{\beta \cdot O_0 \cdot R_0^2 \cdot e^{i(2\varphi_R - \varphi_O)}}_{\text{III}}
\end{aligned} \tag{8. 43}$$

Se observă că unda transmisă este formată din trei termeni, cu următoarele semnificaţii:

- primul termen (I) reprezintă unda de citire transmisă direct prin hologramă (unda nedifractată);

- al doilea termen (II) (până la constante multiplicative) reprezintă (reproduce) unda obiect, se propagă în aceeaşi direcţie şi sens cu aceasta şi generează o imagine virtuală a obiectului, situată în locul în care acesta se află la înregistrare. (*imagine primară*);
- al treilea termen (III) reprezintă o undă ce se propagă în direcţie diferită faţă de cea a undei obiect, conjugată în fază cu aceasta ($-\varphi_O$) şi generează o imagine reală de cealaltă parte a hologramei, având curbura inversată (*imagine conjugată*).

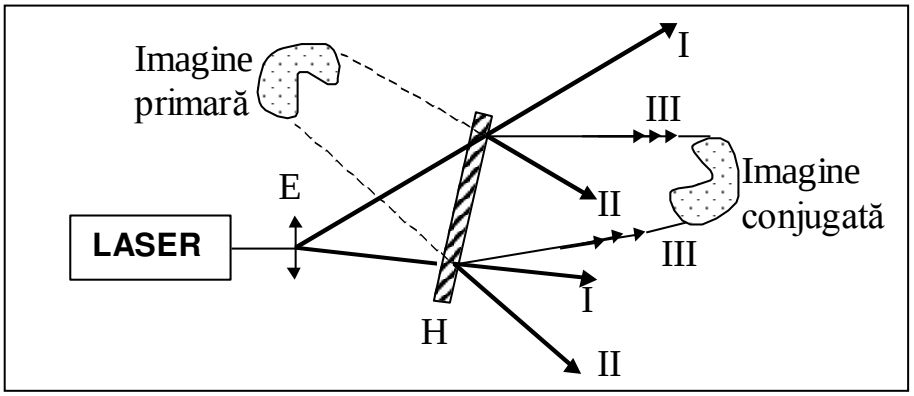


Figura 8. 33

Figura 8.33 prezintă montajul de reconstituire a imaginii.

8.6.2. Proprietăţile hologramelor

1. Tipuri de holograme

În funcţie de condiţiile de înregistrare, hologramele pot fi:

- *holograme Fresnel* – în lumină divergentă;
- *holograme Fraunhofer* – în lumină paralelă.

Altă clasificare este:

- *holograme de suprafaţă* – când grosimea stratului fotosensibil este mult mai mică decât interfranja figurii de interferenţă; se obţin pentru unghiuri sub 30° între fasciculele obiect şi de referinţă;
- *holograme de volum* – când grosimea stratului fotosensibil este comparabilă sau mai mare decât interfranja figurii de interferenţă, franjele formându-se în tot volumul emulsiei.

În sfârşit, hologramele se pot clasifica şi astfel:

- *holograme de amplitudine* – când figura de interferenţă se traduce prin variaţii ale transparenţei plăcii holografice;
- *holograme de fază* – când figura de interferenţă se traduce prin variaţii ale grosimii sau indicelui de refracţie al plăcii holografice (emulsii).

2. Caracteristici ale hologramelor

- *eficacitatea de difracţie* a unei holograme este raportul dintre puterea undei difractate în ordinul I (undei primare) şi puterea undei de reconstituire. Cu cât este mai mare, cu atât strălucirea şi contrastul imaginii reconstituite sunt mai mari. Hologramele de fază au eficacitate la difracţie (~ 6 %) mai mare decât cele de amplitudine (~ 33 %).
- *capacitatea mare de redundanţă*. Informaţiile despre obiect sunt conţinute în orice punct al hologramei; o porţiune a hologramei reproduce în întregime imaginea obiectului, dar cu o luminozitate şi claritate mai scăzute; din acest motiv, zgârieturile şi defectele de pe unele porţiuni ale hologramei influenţează în mică măsură imaginea reconstituită.

8.6.3. Condiţii experimentale pentru realizarea hologramelor

În afara surselor coerente de lumină, metoda holografică cere din partea instalaţiilor experimentale multe condiţii speciale, impuse componentelor optice, mecanice şi mediilor de înregistrare.

Vizibilitatea imaginii holografice depinde de raportul intensităţilor undelor O şi R, fiind optimă pentru un raport unitar (se obţin holograme de calitate satisfăcătoare şi pentru rapoarte până la valoarea 1/5); din acest motiv, de obicei, trebuie redusă intensitatea fasciculului de referinţă.

Difracţiile produse pe apertura dispozitivului, de trecerea luminii prin obiecte difuzante şi pe diferitele defecte ale componentelor optice influenţează calitatea hologramei, producând pe aceasta franje parazite şi o structură granulară.

Variaţiile lungimii de undă sau ale diferenţelor de drum (produse de exemplu prin vibraţii ale părţilor montajului sau prin variaţii de temperatură), influenţează hologramele; variaţii de $\lambda/2$ ale diferenţei de drum optic între fascicule pot produce demodularea (ştergerea) tabloului de franje. De aceea, este necesară o stabilitatetermică şi mecanică deosebite ale instalaţiei holografice. Bancul holografic este foarte masiv (~ 900 kg) şi stabil, prevăzut cu dispozitive de fixare a pieselor şi de amortizare a vibraţiilor. Trebuie evitată producerea de gradienţi termici, curenţi de aer şi vibraţii sonore.

Mediile de înregistrare sunt de obicei plăci cu emulsii fotosensibile în diferite domenii de lungimi de undă. Emulsiile fotosensibile trebuie să aibă rezoluţie mult mai mare decât plăcile fotografice obişnuite.

Se mai folosesc pelicule de fotorezist, materiale fotoplasice (care se deformează sub acţiunea luminii), materiale fotocrome (care îşi schimbă culoarea sub acţiunea luminii), cristale lichide.

8.6.4. Aplicaţii ale holografiei

1. Interferometria holografică – este direcţia aplicativă cea mai dezvoltată în prezent. Se foloseşte pentru determinarea cu mare precizie (de ordinul fracţiunilor de λ) a microdeplasărilor şi a microdeformărilor unor obiecte

opace, precum şi la studiul cauzelor acestora: acţiuni ale unor forţe exterioare, dilatare, vibraţii, uzură etc.

În cazul obiectelor sau sistemelor transparente, prin interferometrie se pot determina variaţiile unor proprietăţi ale acestora, cum ar fi: variaţii de indici de refracţie (neomogenităţi optice, procese de dizolvare, procese de sedimentare, concentraţii de purtători de sarcină în plasmă), producerea unor unde de şoc în diferite medii, distribuţia tensiunilor mecanice într-un mediu supus unor solicitări mecanice -–fotoelasticimetrie şi tensometrie holografică).

Principiul interferometriei se bazează pe compararea frontului de undă produs de un corp etalon cu frontul de undă produs de un alt corp (modificat faţă de etalon). Interferenţa celor două unde produce un sistem de franje (sau deplasări ale unui sistem de franje); din studiul acestor franje, se obţin informaţii asupra deosebirilor dintre cele două corpuri.

În interferometria holografică, franjele se produc prin suprapunerea undei obiectului aflat într-o stare de referinţă, $O = O_0 \cdot e^{i\varphi_O}$, cu unda obiectului într-o stare modificată, $O = O'_0 \cdot e^{i\varphi'_O}$ (nu este necesar un obiect etalon anume, acesta fiind fiind obiectul de studiat însuşi, aflat într-o stare de referinţă arbitrară). Forma, localizarea franjelor precum şi interfranja sunt determinate de diferenţa de fază, ($\varphi'_O - \varphi_O$), între cele două unde şi oferă informaţii asupra modificărilor obiectului între cele două stări.

Interferometria holografică este de mai multe tipuri:

a) *interferometrie holografică în timp real* – în care franjele se produc prin suprapunerea undei obiect în starea de referinţă, O, înregistrată pe hologramă (care, după developare, se repoziţionează foarte exact) cu unda O', generată de obiect, chiar în timpul modificării stării acestuia. Repoziţionarea exactă, precum şi intensităţile mult diferite ale undelor provenite de la obiect, respectiv de la hologramа iniţială, care micşorează contrastul franjelor, constituie dificultăţi ale metodei. Montajul experimental este cel din figura 8.34.

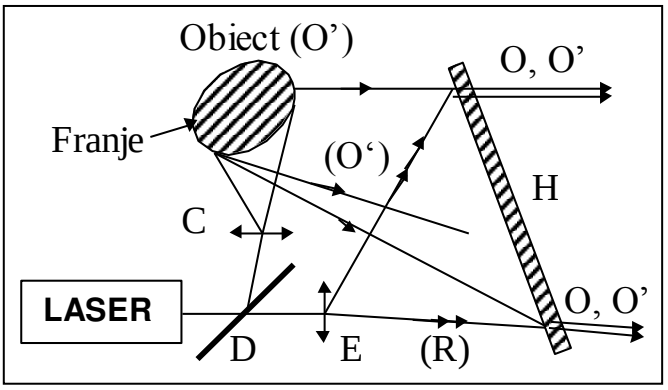


Figura 8. 34

b) *interferometrie holografică cu dublă expunere* – în care, pe aceeaşi hologramă, se înregistrează undele obiect în starea de referinţă, O şi în starea modificată, O'. La iluminarea hologramei astfel obţinute cu un fascicul coerent, aceasta reproduce imaginea celor două stări; franjele rezultă prin interferenţa undelor O şi O'. În acest caz, nu mai este necesară developarea primei holograme şi repoziţionarea ei exactă, iar contrastul franjelor este mare, intensităţile fasciculelor care interferă fiind apropiate. Montajul folosit pentru interferometria holografică cu dublă expunere este prezentat în figura 8.35.

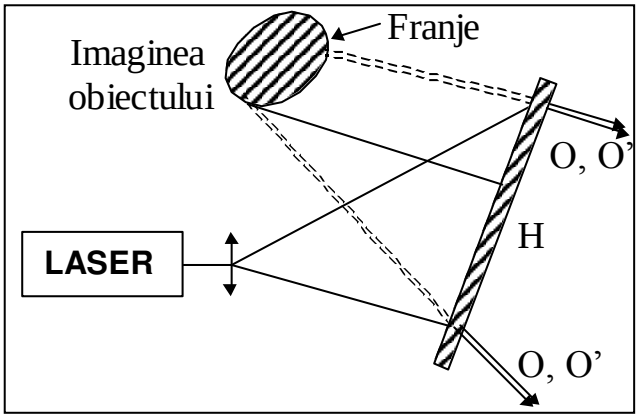


Figura 8. 35

c) *interferometrie holografică mediată în timp* – prin care, pe placa holografică, se înregistrează o figură de interferenţă provenită de la o expunere continuă a obiectului ce suferă modificări în timp. Această metodă se foloseşte în special pentru studiul vibraţiilor corpurilor (punctele nodale, care nu vibrează, produc maxime, iar cele ventrale, care vibrează cu amplitudini maxime, produc minime pe figura de interferenţă obţinută la reconstituire).

2. Microscopia holografică

O hologramă poate fi echivalată şi cu o lentilă ce produce o mărire în funcţie de poziţia sursei de citire şi a observatorului. De asemenea, dacă înregistrarea se face cu o undă de lungime de undă λ şi redarea cu o undă de lungime de undă λ', imaginea reconstituită este mărită în raportul λ'/λ, ceea ce permite măriri foarte mari, în cazul unor lungimi de undă mult diferite.

3. Prelucrarea optică a informaţiei – se foloseşte la calculatoarele optoelectronice, care au capacităţi mari de înregistrare şi prelucrare a datelor şi viteze de lucru mult mai mari decât cele obişnuite. Folosirea fologramelor ca filtre permite generarea de semnale optice care exprimă anumite funcţii matematice: multiplicări, integrări, transformări Fourier etc. Filtrajul optic permite îmbunătăţirea calităţii unor imagini, recunoaşterea formelor etc.

Memoriile holografice au o capacitate foarte mare de stocare a informaţiilor. Astfel, pe o placă de dimensiuni 9×12 cm se pot înregistra informaţiile conţinute într-un film de 90 de minute (peste 1 Gb).

4. Holografia simulată – pe calculator se foloseşte pentru generarea fronturilor de undă ale unor obiecte inexistente sau inaccesibile observaţiei directe.

5. Cinematografia şi televiziunea holografică, care permit obţinerea unor imagini tridimensionale în mişcare sunt încă în stdiul de cercetări de laborator, rezultate promiţătoare fiind deja obţinute.

8.7. Aplicaţii

- *La un dispozitiv de tip Young, aflat în aer, se cunosc: distanţa dintre fante, 2ℓ, dintre fante şi distanţa D de la planul fantelor la ecranul paralel cu acest plan. Pe planul fantelor cade normal lumină monocromatică cu lungimea de undă λ. Care este distanţa, pe ecran, dintre maximul de ordinul 5, situat de o parte a maximului central şi al treilea minim, situat de cealaltă parte a maximului central ?*

Rezolvare:

Ordinul celui de-al treilea minim este 2. Distanţa cerută este:

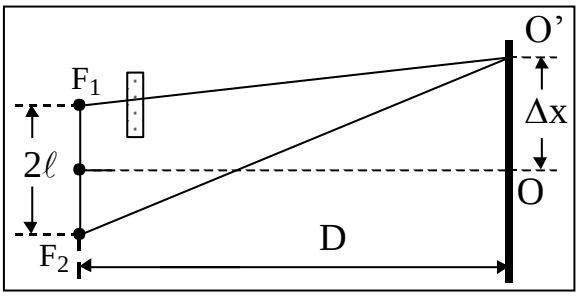
$d = 5 \cdot \frac{\lambda D}{2\ell} + (2 \cdot 2 + 1) \cdot \frac{\lambda D}{4\ell} = 15 \cdot \frac{\lambda D}{4\ell}$. Cum interfranja are expresia $i = \frac{\lambda D}{2\ell}$, rezultă că d reprezintă 7,5 interfranje

- *Cu cât se deplasează franjele pe ecranul unui dispozitiv Young, aflat în aer, dacă în calea fasciculului provenit de la una din sursele secundare (fantă) se plasează o lamă cu feţe plan-paralele subţire, de grosime e şi indice de refracţie n ?*

Rezolvare:

Trecerea luminii prin lamă înseamnă o creştere a drumului optic cu valoarea:

$\delta = n \cdot e - e = e(n - 1)$

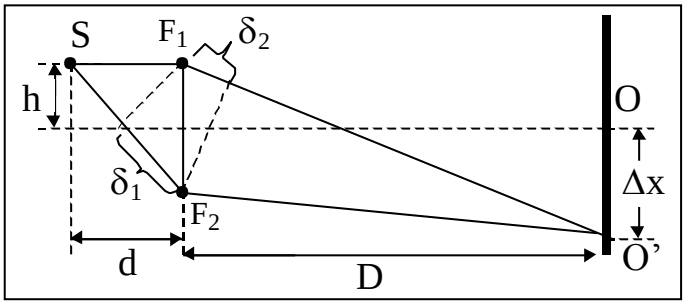


Maximul central (de ordin zero), ca şi întregul sistem de franje, se deplasează de partea fantei în dreptul căreia s-a plasat lama, astfel încât diferenţa de drum Δr astfel introdusă, să compenseze diferenţa de drum δ. Dar $\frac{\Delta r}{2\ell} = \frac{\Delta x}{D}$, de unde rezultă că deplasarea sistemului de fraje are valoarea:

$$\Delta x = \frac{D\delta}{2\ell} = \frac{De(n-1)}{2\ell}$$

- *Cu ce distanţă şi în ce sens trebuie deplasată paralel cu planul fantelor sursa de unde luminoase în situaţia problemei precedente, pentru a readuce istemul de franje în poziţia iniţială ?*

Rezolvare:



Deplasarea sursei S cu o distanţă h produce o deplasare Δx a franjelor pe ecran. Dacă maximul central se deplasează din O în O', diferenţele de drum δ_1 şi δ_2 (a se vedea figura alăturată) se compensează, deci:

$$\frac{\delta_1}{2\ell} = \frac{h}{d} \;;\; \frac{\delta_2}{2\ell} = \frac{\Delta x}{D} \;;\; \delta_1 = \delta_2 \quad \Rightarrow \Delta x = \frac{hD}{d}$$

Sursa trebuie deplasată de partea fantei în dreptul căreia s-a plasat lama, astfel încât: $\frac{De(n-1)}{2\ell} = \frac{hD}{d}$, cu $h = \frac{ed(n-1)}{2\ell}$

- *Cum se modifică interfranja dacă spaţiul dintre planul fantelor şi ecranul unui dispozitiv Young se împarte printr-un plan paralel cu ecranul, situat la distanţa* $\frac{D}{2}$ *faţă de acesta şi zona dintre plan şi ecran se umple cu un mediu de indice de refracţie n ?*

Rezolvare:

Fie n_e indicele de refracţie echivalent, al unui mediu care ar umple spaţiul dintre fante şi ecran şi ar avea acelaşi efect (ar da acelaşi sistem de franje) ca dispozitivul din cazul problemei. Pentru raze puţin înclinate, drumul optic de la fante la ecran este:

$$\delta = \frac{D}{2} + n \cdot \frac{D}{2} = D \cdot n_e \;\Rightarrow\; n_e = \frac{n+1}{2}$$

iar interfranja $i' = \frac{i}{n_e}$ scade de $\frac{n+1}{2}$ ori.

- *Considerând că sursa de lumină a unui dispozitiv Young (D = 2m, 2ℓ = 1 mm) emite lumină albă, $\lambda \in [400, 700]$ nm, de la ce distanţă de centrul ecranului apare albul de ordin superior (suprapunerea maximelor roşii cu cele violete?*

Rezolvare:

Maximele se formează în acelaşi punct. Atunci:

$$x = \frac{k_V \cdot \lambda_V \cdot D}{2\ell} = \frac{k_R \cdot \lambda_R \cdot D}{2\ell} \;\Rightarrow\; \frac{k_V}{k_R} = \frac{\lambda_R}{\lambda_V} = \frac{7}{4} \text{ sau multipli}$$

În cazul primei suprapuneri, $k_V = 7$ şi $k_R = 4$, adică maximul violet de ordin 7 coincide cu maximul roşu de ordin 4.

- *La un dispozitiv Young (D = 2m,2ℓ = 1 mm), care sunt lărgimile maximelor de diferite ordine în lumină albă ?*

Rezolvare:

Lărgimea unui maxim (distanţa dintre maximul roşu şi cel violet de acelaşi ordin) este:

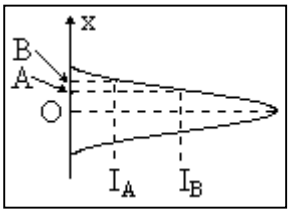
$$\Delta x_k = x_{kR} - x_{kV} = k \cdot \frac{(\lambda_R - \lambda_V) \cdot D}{2\ell} = 0{,}6 \cdot k \text{ mm}$$

Maximele de ordin superior sunt colorate şi lărgimile cresc cu ordinul maximului respectiv:

$\Delta x_1 = 0{,}6$ mm ; $\Delta x_2 = 2 \cdot 0{,}6 = 1{,}2$ mm ; $\Delta x_3 = 3 \cdot 0{,}6 = 1{,}8$ mm

- *La un dispozitiv Young, în lumină monocromatică, să se afle raportul intensităţilor luminoase în punctele A şi B de pe ecran, situate la jumătatea distanţei dintre un maxim şi un minim (A), respectiv la* $\frac{2}{3}$ *din această distanţă (B)(fantele dispozitivului Young sunt identice).*

Rezolvare:



Maximele fiind identice, se discută pe cazul maximului central.

În cazul surselor identice, intensitatea într-un punct al ecranului este:

$$I = 2I_0 \cdot (1 + \cos\varphi) = 4I_0 \cdot \cos^2\frac{\varphi}{2} = 4I_0 \cdot \cos^2\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta\right) =$$

$$= 4I_0 \cdot \cos^2\left(\frac{\pi 1}{\lambda} \cdot \frac{2\ell \cdot x}{D}\right) = 4I_0 \cdot \cos^2\left(\frac{\pi \cdot x}{i}\right)$$

I_0 este intensitatea produsă de o singură sursă.

În cazul punctelor considerate, $x_A = \frac{i}{4}$; $x_B = \frac{2}{3} \cdot \frac{i}{2} = \frac{i}{3}$.

$$I_A = 4I_0 \cdot \cos^2\frac{\pi}{4} = 2I_0 \quad ; \quad I_B = 4I_0 \cdot \cos^2\frac{\pi}{3} = I_0 \quad ; \quad \frac{I_A}{I_B} = 2$$

- *La ce distanţă de centrul O al ecranului din figura alăturată se formează franjele de interferenţă produse de sursele monocromatice coerente S_1 şi S_2 (surse punctiforme identice, care emit lumină cu lungimea de undă λ) ? Dar dacă între surse şi ecran*

se pune o lentilă convergentă, ecranul fiind în planul focal al acesteia ?

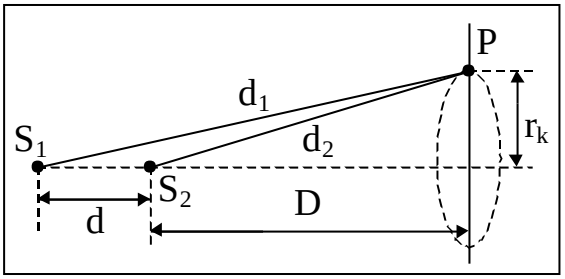
Rezolvare:

Franjele sunt cercuri concentrice, cu centrul în O, de raze r_k.

$$d_1 = \sqrt{(D+d)^2 + r_k^2} \;\; ; \;\; d_2 = \sqrt{D^2 + r_k^2} \; .$$

Pentru inele luminoase, $\delta = d_1 - d_2 = k\lambda$

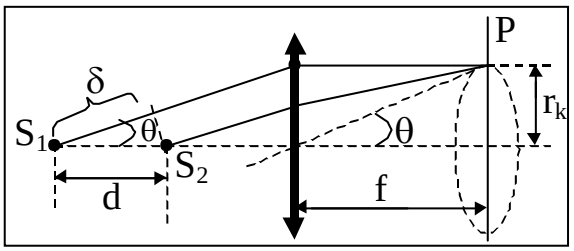
Pentru inele întunecate, $\delta = d_1 - d_2 = (2k+1)\cdot\frac{\lambda}{2}$.



Din relaţiile de mai sus, rezultă razele r_k ale franjelor luminoase şi întunecate de diferite ordine. Fie θ unghiul de înclinare a razelor care formează în P un maxim sau un minim de ordin k.

$$\delta = d\cdot\cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \frac{\delta}{d} \;\; ; \;\; \sin\theta = \sqrt{1-\frac{\delta^2}{d^2}}$$

$$r_k = f\cdot tg\,\theta = f\cdot\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = f\cdot\sqrt{\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 - 1}$$



Pentru $\delta = k\lambda$, respectiv $\delta = (2k+1)\cdot\frac{\lambda}{2}$, se obţin razele r_k ale inelelor luminoase, respectiv întunecate.

- *În ce culoare se observă prin reflexie, respectiv prin transmisie, iradiată normal, cu lumină albă cu $\lambda \in [400, 700]$ nm, o lamă cu*

feţe plan-paralele, având grosimea d = 0,1 μm şi indicele de refracţie n = 1,5, aflată în aer ?

Rezolvare:

a) Prin reflexie, condiţia de maxim este: $2nd + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$, de unde, $k = \frac{2nd}{\lambda} + \frac{1}{2}$. Pentru $\lambda_{min} = \lambda_V = 4\cdot10^{-7}$ m $\Rightarrow$ k =1,25.

Pentru $\lambda_{max} = \lambda_R = 7\cdot10^{-7}$ m $\Rightarrow$ k = 0,92.

În intervalul [0,92, 1,25], ordinul întreg pentru maxim este k = 1, pentru care rezultă $\lambda = 4nd = 6\cdot10^{-7}$ m = 600 nm (galben-portocaliu).

b) Prin reflexie, condiţia de maxim este: 2nd = kλ, de unde, $k = \frac{2nd}{\lambda}$. Pentru $\lambda_{min} = \lambda_V = 4\cdot10^{-7}$ m $\Rightarrow$ k =0,75.

Pentru $\lambda_{max} = \lambda_R = 7\cdot10^{-7}$ m $\Rightarrow$ k = 0,43.

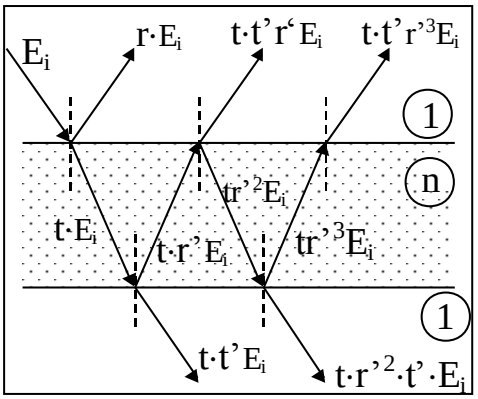
În intervalul [0,43, 0,75], nu există nici un întreg deci, prin transmisie, nu rezultă maxime pentru domeniul luminii albe (lama apare întunecată).

- *Să se deducă formulele lui Airy în absenţa absorbţiei.*

Rezolvare:

La incidenţă normală, la trecerea din mediul cu n_1 în mediul cu n_2, avem:

$r = -\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}$; $t = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$ Fie $E_i = E_0 \cdot e^{i\varphi_0}$ amplitudinea undei incidente, r şi t – coeficienţi de reflexie, respectiv transmisie (rapoarte de amplitudini) pentru reflexia şi transmisia



exterior → lamă; r' şi t' – coeficienţi de reflexie, respectiv transmisie pentru reflexia şi transmisia lamă → exterior.

Cum r = – r', $r \cdot r' = r^2 = r'^2 = R$ (coeficientul de reflexie); analog, $t \cdot t' = T$ (coeficientul de absorbţie). Neglijând absorbţia, R + T = 1.

Pentru fiecare termen al unui grup de unde reflectate sau transmise, faza diferă de cea a termenului precedent printr-o valoare care corespunde dublei traversări a lamei ($\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta = \frac{4\pi}{\lambda} \cdot n \cdot d \cdot \cos r$).

Unda reflectată

$$E_r = \sum_k E_{rk} = E_i \left[r + tt'r' \cdot e^{i\varphi} + tt'r'^3 \cdot e^{i\cdot 2\varphi} + tt'r'^5 \cdot e^{i\cdot 3\varphi} + \cdots \right] =$$

$$= E_i \left[r + tt'r' \cdot e^{i\varphi} \left(1 + r'^2 e^{i\varphi} + r'^2 e^{i\cdot 2\varphi} + \cdots + r'^{2(k-2)} e^{i(k-2)\varphi} + \cdots \right) \right] =$$

$$E_i \left[r + tt'r' \cdot e^{i\varphi} \cdot \frac{1 - r'^{2(N-1)} e^{i(N+1)\varphi}}{1 - r'^2 \cdot e^{i\varphi}} \right] \xrightarrow{N\to\infty \ , \ r'<1}$$

$$\to E_i \left[r + tt'r' \cdot e^{i\varphi} \cdot \frac{1}{1 - r'^2 \cdot e^{i\varphi}} \right] = E_i r' \left(\frac{tt' e^{i\varphi}}{1 - r'^2 \cdot e^{i\varphi}} - 1 \right) =$$

$$E_i r' \frac{e^{i\varphi} \left(tt' + r'^2 - 1 \right)}{1 - r'^2 \cdot e^{i\varphi}} = E_i r' \frac{1 - e^{i\varphi} (T - R)}{1 - r'^2 \cdot e^{i\varphi}} = E_i \sqrt{R} \cdot \frac{1 - e^{i\varphi}}{1 - R \cdot e^{i\varphi}}$$

Intensitatea fasciculului reflectat este:

$$I_r = E_r E_r^* = E_i^2 R \frac{1 - e^{i\varphi}}{1 - Re^{i\varphi}} \frac{1 - e^{-i\varphi}}{1 - Re^{-i\varphi}} = I_0 R \frac{1 + 1 - \left(e^{i\varphi} + e^{-i\varphi} \right)}{1 + R^2 - R\left(e^{i\varphi} + e^{-i\varphi} \right)} =$$

$$= I_0 R \frac{2 - 2\cos\varphi}{1 + R^2 - 2R\cos\varphi} = I_0 R \frac{2(1 - \cos\varphi)}{1 + R^2 - 2R - 2R(1 - \cos\varphi)} =$$

$$= I_0 \frac{4R \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{(1 - R)^2 + 4R \sin^2 \frac{\varphi}{2}} = I_0 \frac{F \sin^2 \frac{\varphi}{2}}{1 + F \sin^2 \frac{\varphi}{2}}$$

unde $F = \frac{4R}{(1 - R)^2}$ este aşa numitul *factor de fineţe*.

$I_r = I_0 \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{F\sin^2\dfrac{\varphi}{2}}}$ este maxim pentru $\varphi = (2k + 1)\cdot\pi$, $\delta = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$ când

$\sin\dfrac{\varphi}{2} = \pm 1$ şi minim pentru $\varphi = 2k\pi$; $\delta = k\lambda$ când $\sin\dfrac{\varphi}{2} = 0$, $I_r = 0$.

Unda transmisă

$$E_t = \sum_k E_{tk} = tt'E_i + tt'r'^2E_ie^{i\varphi} + tt'r'^4E_ie^{i\cdot 2\varphi} + \cdots =$$

$$= tt'E_i\left(1 + r'^2e^{i\varphi} + r'^4e^{2i\varphi} + \cdots\right) = TE_i\left(1 + Re^{i\varphi} + R^2e^{2i\varphi} + \cdots\right) =$$

$$= TE_i\,\frac{1-\left(Re^{i\varphi}\right)^N}{1-Re^{i\varphi}} \xrightarrow{N\to\infty} \frac{TE_i}{1-Re^{i\varphi}}$$

Intensitatea undei transmise este:

$$I_t = E_t\cdot E_t^* = T^2I_0\,\frac{1}{\left(1-Re^{i\varphi}\right)\left(1-Re^{-i\varphi}\right)} = I_0\,\frac{T^2}{(1-R)^2 - 4R\sin^2\dfrac{\varphi}{2}} =$$

$$I_0\,\frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4R\sin^2\dfrac{\varphi}{2}} = I_0\,\frac{1}{1+F\sin^2\dfrac{\varphi}{2}}$$

este maxim pentru $\dfrac{\varphi}{2} = k\pi$ $\left(\sin\dfrac{\varphi}{2} = 0\right)$; $\delta = 2nd\cdot\cos r = k\,\lambda$

şi minim pentru $\dfrac{\varphi}{2} = (2k+1)\dfrac{\pi}{2}$ $\left(\sin\dfrac{\varphi}{2} = \pm 1\right)$; $\delta = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$.

IX. DIFRACŢIA LUMINII

9.1. Generalităţi. Difracţia în lumină divergentă

Fenomenul de difracţie a fost pus în evidenţă de Leonardo da Vinci, descris de Grimaldi (1665) şi explicat de Fresnel (1818), folosind construcţia lui Huygens şi principiul interferenţei. În 1882, Kirchhoff a elaborat teoria matematică a difracţiei.

Prin difracţie, la propagarea luminii prin fante şi pe obstacole de dimensiuni de ordinul lungimii de undă λ, apar abateri de la propagarea rectilinie (geometrică), ca şi cum lumina ar ocoli obstacolele respective.

Dacă în calea unui fascicul provenit de la o sursă punctiformă se pune un paravan sau un ecran prevăzut cu o deschidere (fantă), pe un ecran se observă, în cazul propagării geometrice, formarea unei zone de umbră uu' (figura 9.1).

Conform opticii geometrice, zona de umbră ar trebui să aibă marginile riguros nete. Observaţii detaliate au arătat că intensitatea luminii la marginea zonei de umbră prezintă o serie de fluctuaţii periodice, prin redistribuirea spaţială a energiei undei luminoase. Această abatere de la propagarea geometrică, cu formarea de maxime şi minime ale intensităţii luminoase în diferite puncte, reprezintă o manifestare a fenomenului de difracţie a luminii.

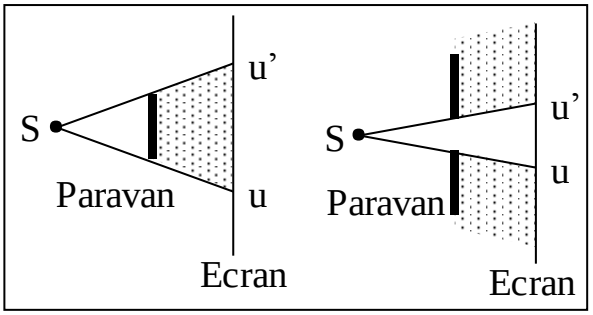


Figura 9. 1

9.1.1. Principiul Huygens – Fresnel

Principiul enunţat de către Huygens afirmă că:

Orice punct al suprafeţei de undă la un moment dat poate fi considerat o sursă de unde sferice secundare de la care se continuă propagarea; suprafaţa de undă la un moment ulterior este înfăşurătoarea undelor secundare.

Fresnel a completat principiul lui Huygens, adăugând ideea că undele secundare sunt coerente, astfel încât:

Unda luminoasă într-un punct poate fi considerată ca rezultatul suprapunerii undelor sferice secundare emise de punctele suprafeţei de undă la un moment anterior.

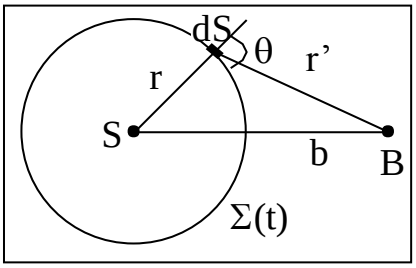


Figura 9. 2

9.1.2. Zone Fresnel

Unda sferică emisă de sursa S (figura 9.2) este, în punctul P, de forma:

$$E_P = \frac{E_0}{r} \cdot e^{i\vec{k}\vec{r}} \qquad (9.\ 1)$$

Contribuţia elementului dS al suprafeţei de undă Σ în punctul B este:

$$dE_B = E_P \cdot \frac{e^{i\vec{k}\vec{r}'}}{r'} \cdot f(\theta) \cdot dS = f(\theta) \cdot E_0 \cdot \frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{r} \cdot \frac{e^{i\vec{k}\vec{r}'}}{r'} \cdot dS \qquad (9.\ 2)$$

unde f(θ) se numeşte *factor de înclinare* a razelor şi are valoarea maximă, egală cu 1, pentru θ = 0 şi minim, egal cu zero, când θ = 90°.

Intensitatea câmpului electric al undei luminoase (vectorul luminos) în punctul B va fi:

$$E(B) = E_0 \cdot \frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{r} \cdot \int_{\Sigma} \frac{e^{i\vec{k}\vec{r}'}}{r'} \cdot f(\theta) \cdot dS \qquad (9.\ 3)$$

Efectuarea integralei fiind laborioasă, se poate folosi construcţia zonală a lui Fresnel (figura 9.3).

Conform acestei construcţii, se secţionează suprafaţa de undă Σ cu sfere centrate în B, de raze b, $b+\frac{\lambda}{2}$, $b+2\cdot\frac{\lambda}{2}\cdots$.

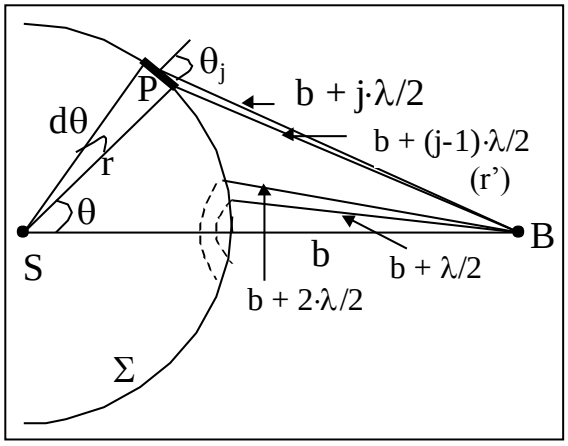


Figura 9. 3

Astfel, suprafaţa Σ se divide în zonele ΔS_1, ΔS_2, …, ΔS_j, … (de arii egale), suficient de mici, astfel încât factorul de înclinare $f(\theta_j)$ să poată fi considerat constant pentru o zonă oarecare, j.

Aplicând teorema lui Pitagora generalizată în triunghiul SBP, se obţine:

$$r'^2 = r^2 + (b + r)^2 - 2r\cdot(b + r)\cdot\cos\theta \qquad (9.\ 4)$$

de unde, prin diferenţiere:

$$2r'\cdot dr' = 2r\cdot(b + r)\cdot\sin\theta\cdot d\theta \qquad (9.\ 5)$$

Elementul de suprafaţă de pe suprafaţa frontului de undă Σ este: $dS = r^2\cdot\sin\theta\cdot d\theta\cdot d\varphi$ (φ - unghi azimutal) are expresia:

$$dS = \frac{r\cdot r'}{r+b}\cdot dr'\cdot d\varphi \qquad (9.\ 6)$$

Contribuţia zonei j la amplitudinea rezultantă în B este:

$$E_j(B) = E_0\cdot\frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{r}\cdot f_j\cdot\int\limits_{\Delta S_j}\frac{e^{i\vec{k}\vec{r}'}}{r'}\cdot\frac{r\cdot r'}{r+b}\cdot dr'\cdot d\varphi =$$

$$E_0\frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{r+b}\int\limits_0^{2\pi}d\varphi\int\limits_{b+(j-1)\cdot\frac{\lambda}{2}}^{b+j\cdot\frac{\lambda}{2}}e^{i\vec{k}\vec{r}'}\cdot dr' = E_0\cdot\frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{r+b}\cdot\frac{2\pi f_j}{ik}\left\{e^{ik\left(b+j\frac{\lambda}{2}\right)} - e^{ik\left[b+(j-1)\frac{\lambda}{2}\right]}\right\} =$$

$$E_j(B) = -i \cdot E_0 \cdot \frac{2\pi}{k} \cdot f_j \cdot \frac{e^{ik\vec{r}}}{r+b} \cdot e^{ikb} \cdot e^{ikj\frac{\lambda}{2}} \cdot \left(1 - e^{-ik\frac{\lambda}{2}}\right) \qquad (9.7)$$

În relaţia anterioară, $\frac{2\pi}{k} = \lambda$; $e^{ik\vec{r}} \cdot e^{ikb} = e^{ik(r+b)}$; $e^{ik\frac{\lambda}{2}} = e^{i\pi} = -1$;

$e^{ikj\frac{\lambda}{2}} = e^{i\pi j} = (-1)^j$, deci contribuţia zonei j în jurul punctului B este:

$$E_j(B) = 2i \cdot \lambda \cdot E_0 \cdot \frac{e^{ik(r+b)}}{r+b} \cdot (-1)^{j+1} \cdot f_j \qquad (9.8)$$

De aici, rezultă că zonele succesive au contribuţii de semne alternante, date de $(-1)^j$.

Amplitudinea totală în punctul B se obţine prin însumarea amplitudinilor pentru numărul N de zone determinate de fanta străbătută de unda sferică:

$$E(B) = 2i \cdot \lambda \cdot E_0 \cdot \frac{e^{ik(r+b)}}{r+b} \cdot \sum_{j=1}^{N} (-1)^{j+1} \cdot f_j \qquad (9.9)$$

$$\sum_{j=1}^{N} (-1)^{j+1} \cdot f_j = f_1 - f_2 + f_3 - f_4 + \cdots + (-1)^{N+1} \cdot f_N =$$

$$\frac{f_1}{2} + \left(\frac{f_1}{2} - f_2 + \frac{f_3}{2}\right) + \left(\frac{f_3}{2} - f_4 + \frac{f_5}{2}\right) + \cdots + \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot f_N & \text{pt. N impar} \\ \frac{1}{2} \cdot f_{N-1} & \text{pt. N par} \end{cases}$$

Pentru zone mici, f_j este aproximativ media aritmetică între f_j şi f_{j+1}, deci termenii din paranteze se anulează şi se obţine:

$$\sum_{j=1}^{N} (-1)^{j+1} \cdot f_j = \begin{cases} \frac{f_1}{2} + \frac{f_N}{2} & \text{pt. N impar} \\ \frac{f_1}{2} + \frac{f_{N-1}}{2} - \frac{f_N}{2} + \frac{f_N}{2} = \frac{f_1}{2} - \frac{f_N}{2} & \text{pt. N par} \end{cases}$$

deci:

$$E_B = i \cdot \lambda \cdot (f_1 \pm f_N) \cdot E_0 \cdot \frac{e^{ik(r+b)}}{r+b} = \frac{1}{2}(E_{1B} \pm E_{NB}) \qquad (9.10)$$

Dacă în calea undei care provine din S nu există nici un obstacol (unda u străbate o fantă), $f_N \to 0$, $E_{NB} \to 0$ şi $E_B = \frac{E_{1B}}{2}$ (amplitudinea produsă în B de întreaga undă este jumătate din amplitudinea produsă în B de prima zonă Fresnel). Acest rezultat dă o interpretare a propagării rectilinii a luminii: iluminarea în B se obţine ca şi cum energia luminii se propagă printr-un canal foarte îngust, cu dimensiunea jumătate din dimensiunea primei zone Fresnel, direct de la S la B (raza de lumină pe direcţia SB).

$E_B = E_{1B} = i \cdot \lambda \cdot f_1 \cdot E_0 \cdot \frac{e^{ik(r+b)}}{r+b}$ - rezultat obţinut în calculele anterioare. Scriind direct ecuaţia undei sferice emise de S, care ajunge în B, $E_B = E_0 \cdot \frac{e^{ik(r+b)}}{r+b}$, rezultă că $i \cdot \lambda \cdot f_1 = 1$, deci:

$$f_1 = \frac{1}{i\lambda} = -\frac{i}{\lambda} = \frac{1}{\lambda}\left(\cos\frac{\pi}{2} - i \cdot \sin\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{\lambda} \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}} \qquad (9.11)$$

Relaţia de mai sus arată că undele secundare sunt defazate cu $\frac{\pi}{2}$ în urma undei primare şi că amplitudinea undelor secundare este de λ ori mai mică decât amplitudinea undei primare.

Dacă unda provenită din S este obturată de un paravan prevăzut cu o fantă circulară, în funcţie de dimensiunea fantei, intensitatea în B este maximă (pentru N impar) sau minimă (pentru N par).

Pentru puncte B' diferite de B, de pe ecran, polul suprafeţei de undă sferică Σ, aflat în dreptul fantei, nu se mai ia în V ci în V', pe direcţia SB'; se trasează zonele Fresnel concentrice cu V' (figura 9.4) În B' rezultă o

intensitate luminoasă maximă sau minimă, ca rezultat al interferenţei undelor emise de zonele Fresnel neobturate de fantă. În cazul unei fante circulare, franjele sunt circulare, sub forma unei succesiuni de inele concentrice luminoase şi întunecate.

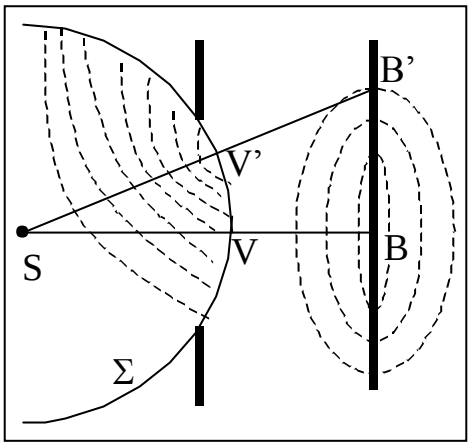


Figura 9. 4

Rezultatul interferenţei unui număr mare de unde coerente secundare, reprezintă o difracţie; valorile maxime şi minime ale intensităţii luminoase rezultante în diferite puncte de suprapunere se numesc *franje de difracţie*.

9.2. Spirala lui Cornu. Difracţia Fresnel pe o fantă dreptunghiulară şi la marginea unui paravan

Difracţia în lumină divergentă (cu unde luminoase sferice) este denumită difracţie Fresnel, spre deosebire de difracţia în lumină paralelă (cu unde plane), numită difracţie Fraunhofer.

Dacă suprafaţa undei aflată în dreptul fantei se împarte în fâşii foarte înguste, care produc unde defazate între ele cu aceeaşi diferenţă de fază, φ, dar cu amplitudini din ce în ce mai mici (datorită factorului de înclinare, care scade), amplitudinea undei rezultante se poate construi prin metoda fazorială (figura 9.5). Aceasta poate fi maximă sau minimă, în funcţie de amplitudinile E_k ale undelor şi de defazajul φ dintre ele, care poate avea diferite valori, în funcţie de poziţia punctului de suprapunere.

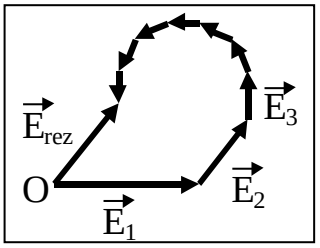


Figura 9. 5

Dacă, la limită, se consideră fâşii elementare (infinitezimale), dS, poligonul fazorilor se transformă într-o curbă continuă, numită *spirala lui Cornu* (figura 9.6).

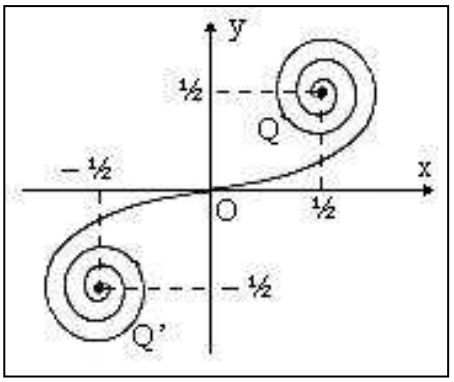


Figura 9. 6

Punctelor de pe fiecare jumătate a ecranului plasat în calea undei (dincolo de fantă) le corespunde câte o ramură a spiralei lui Cornu. Spirala converge spre punctele Q(½, ½) şi Q'(– ½, – ½). Dacă unda nu este obturată de nici un paravan, amplitudinea este constantă (E_0), determinată de lungimea segmentului QQ' (pe ecran se obţine o iluminare uniformă).

Prezenţa unei fante obturează o parte din undele elementare (prin extremităţile M, M') şi, în funcţie de dimensiunile fantei, amplitudinea rezultantă se obţine numai cu o parte a spiralei lui Cornu, determinată de punctele M şi M' de pe spirală, corespunzătoare marginilor fantei. Amplitudinea rezultantă în diferite puncte ale ecranului poate avea valori maxime (mai mari decât E_0, de exemplu, $M_1M'_1$, $M_2M'_2$) şi minime (mai mici decât E_0, de exemplu $M_3M'_3$, $M_4M'_4$) (figura 9.7). În cazul difracţiei la marginea unui paravan, fie B_0 limita zonei de umbră geometrică, diferite puncte B în zona de umbră şi puncte B' în zona de lumină (figura 9.8).

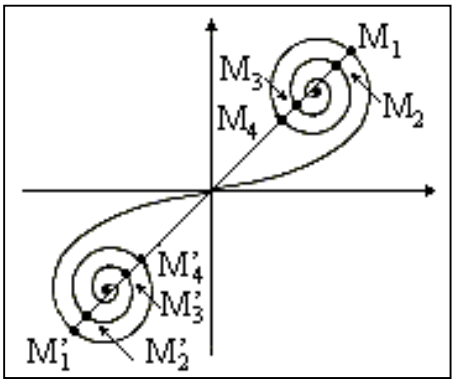


Figura 9. 7

Pentru punctul B_0, una din ramurile spiralei reprezintă puncte obturate de paravan şi amplitudinea undei rezultante este dată de:

$$QO = \frac{1}{2}\cdot QQ',\quad E_{B0} = \frac{1}{2}\cdot E_0\ ,\ \text{deci}\ \ I_{B0} = \frac{I_0}{4}\ .$$

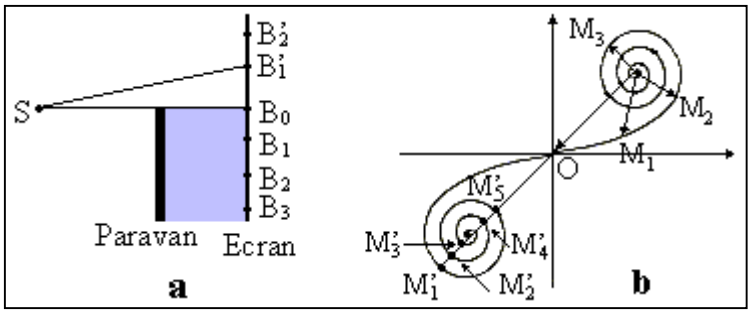


Figura 9. 8

Pentru puncte B_1, B_2, B_3, … din zona de umbră geometrică, amplitudinea este determinată de QM_1, QM_2, QM_3, … şi scade continuu spre zero. Pentru puncte B'_1, B'_2, B'_3, …, din zona de lumină, amplitudinea rezultantă ia valori maxime, mai mari decât E_0 (QM'_1, QM'_2, QM'_3, …) şi minime, mai mici decât E_0 (QM'_4, QM'_5, …) şi tinde la valoarea constantă E_0 (determinată de QQ'), pentru puncte B', aflate la distanţă mare de B_0.

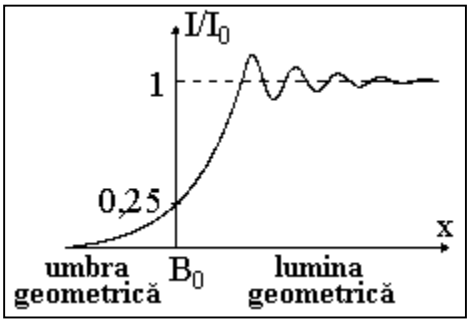


Figura 9. 9

Distribuţia intensităţii luminoase pe ecran are aspectul din figura 9.9; se observă că lumina pătrunde în zona de umbră geometrică, iar în zona de lumină apar variaţii ale intensităţii (maxime şi minime de difracţie) care se explică prin interferenţa undelor secundare coerente emise de punctele suprafeţei undei incidente pe paravan.

9.3. Difracţia Fraunhofer pe o fantă

9.3.1. Difracţia Fraunhofer pe o fantă dreptunghiulară

Un fascicul paralel provine de la o sursă situată la infinit (foarte îndepărtată) sau aflată în focarul unei lentile convergente. În calea unui astfe de fascicul se plasează un ecran în care este practicată o fantă dreptunghiulară, de lăţime b. De cealaltă parte a ecranului, pe un alt ecran, aflat în planul focal al altei lentile convergente, se observă rezultatul suprapunerii undelor secundare (franjele de difracţie). Montajul este prezentat în figura 9.10.

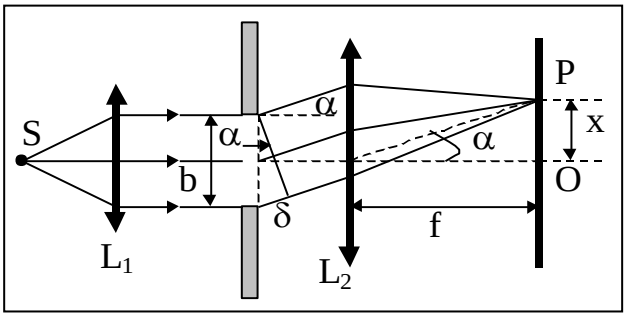


Figura 9. 10

Diferenţa de drum dintre razele care pornesc de la extremităţile fantei, pe aceeaşi direcţie, care face unghiul α cu axa sistemului şi se suprapun în punctul P de pe ecran, aflat la distanţa x de centrul O al acestuia este $\delta = b \cdot \sin \alpha$, iar diferenţa de fază este:

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot b \cdot \sin \alpha \qquad (9.\ 12)$$

Dacă se împarte fanta în fâşii paralele, foarte înguste, de lăţimi $d\ell$, care emit unde identice, defazate cu φ una faţă de alta, amplitudinea undei rezultante în punctul de suprapunere P este rezultanta poligonului format din fazorii undelor emise de fiecare fâşie. La limită, pentru $d\ell \to 0$, poligonul fazorilor devine un arc de cerc de rază R (figura 9.11). Amplitudinea undei rezultante este:

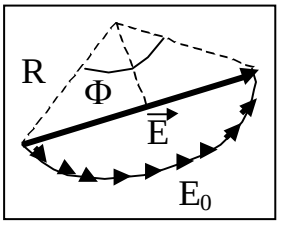


Figura 9. 11

$$E = 2R \cdot \sin \frac{\Phi}{2} \qquad (9.\ 13)$$

Dar lungimea "lanţului de fazori", E_0, se exprimă din figura 9.11 în funcţie de unghiul la centru, Φ, sub forma:

$$E_0 = R \cdot \Phi = 2R \cdot \frac{\Phi}{2} \qquad (9.\ 14)$$

Rezultă că amplitudinea undei rezultante în punctul P este:

$$E = E_0 \cdot \frac{\sin \frac{\Phi}{2}}{\frac{\Phi}{2}} \qquad (9.\ 15)$$

iar intensitatea acesteia este:

$$I = I_0 \cdot \frac{\sin^2 \frac{\Phi}{2}}{\left(\frac{\Phi}{2}\right)^2} = I_0 \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot b \cdot \sin \alpha\right)}{\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot b \cdot \sin \alpha\right)^2} \qquad (9.\ 16)$$

Pentru puncte P apropiate de centrul ecranului, pentru care se poate face aproximarea $\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha = \frac{x}{f}$, relaţia de mai sus devine:

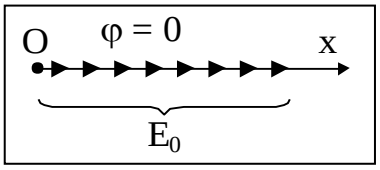


Figura 9. 12

$$I = I_0 \cdot \frac{\sin^2\left(b \cdot \frac{\pi}{\lambda} \cdot \frac{x}{f}\right)}{\left(b \cdot \frac{\pi}{\lambda} \cdot \frac{x}{f}\right)^2} \qquad (9.\ 17)$$

În centrul ecranului se obţine maximul principal, de intensitate $I_0 = E_0^2$, pentru $\Phi = 0$ în poziţia x = 0 (figura 9.12)

Minimele nule se obţin pentru $\frac{\Phi}{2} = k\pi$ (I = 0), sau $\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot b \cdot \frac{x}{f} = 2k\pi$, în punctele de coordonate:

$$x_{min} = k \cdot \frac{\lambda f}{b} \quad (k = \pm 1, \pm 2, \cdots) \qquad (9.\ 18)$$

în cazurile în care "lanţul" se închide.

Lărgimea maximului central este $2\frac{\lambda f}{b}$ (distanţa între minimele de ordinul 1), dublă faţă de a maximelor de ordin superior (distanţa între două minime succesive de ordin mai mare decât 1).

Între două minime nule există maxime de ordin superior, aflate aproximativ la distanţă egală de minime; poziţiile acestor maxime rezultă din condiţia I'(Φ) = 0 şi intensităţile lor sunt mult mai mici decât cea a maximului central :

$$E_0 = 3\pi \cdot \frac{E_1}{2};\ E_1 = \frac{2}{3\pi} \cdot E_0\ ;\ I_1 \approx 0{,}05 \cdot I_0$$

$$E_0 = 5\pi \cdot \frac{E_2}{2};\ E_2 = \frac{2}{5\pi} \cdot E_0\ ;\ I_2 \approx 0{,}016 \cdot I_0\ ,\ \text{etc.}$$

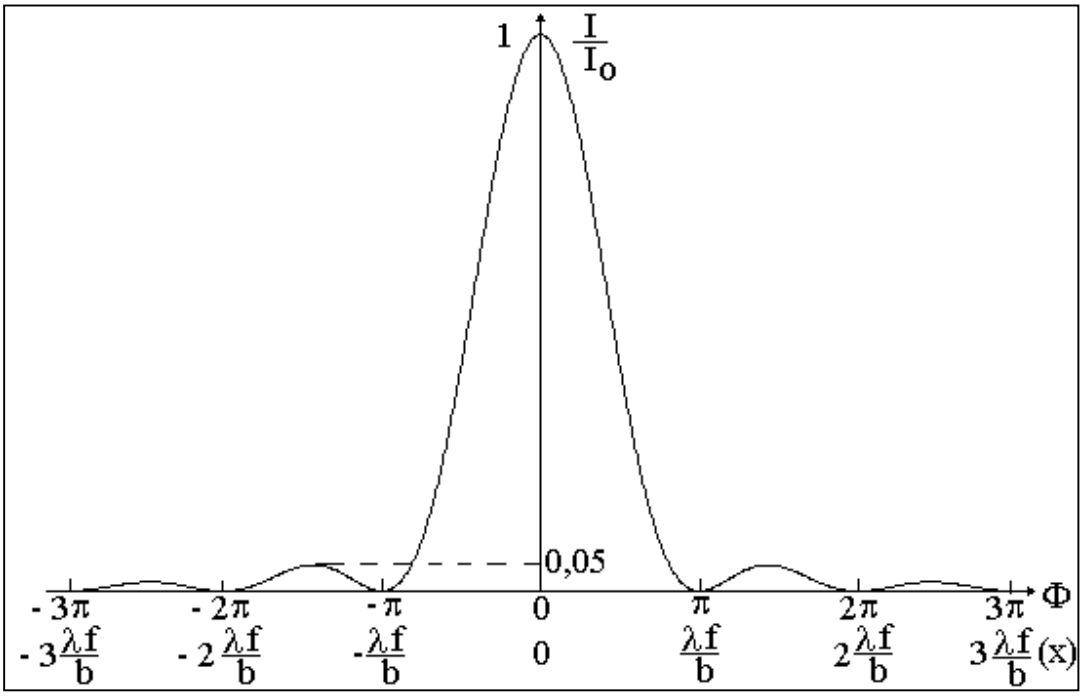


Figura 9. 13

Distribuţia intensităţii luminii pe ecran este reprezentată în figura 9.13. Maximul central are o intensitate mult mai mare decât maximele de ordin superior (în maximele de ordinul 1 se află circa 5 % din fluxul incident pe fantă, în maximele de ordin 2 circa 2 % etc.)

9.3.2. Difracţia Fraunhofer pe o fantă circulară

Fanta se împarte în fâşii de lărgime dx (figura 9.14. b), care emit unde secundare având diferenţa de fază constantă, $\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x \cdot \sin x$ faţă de unda emisă de fâşia din centrul fantei. Amplitudinea undelor emise de aceste fâşii scade, datorită scăderii lungimii fâşiilor: $\ell = 2\sqrt{r^2 - x^2}$ (r este raza fantei).

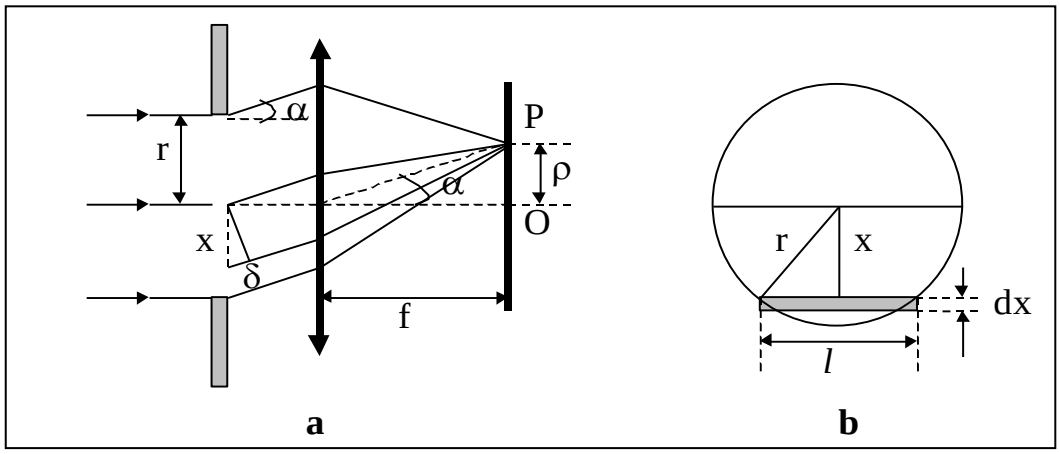


Figura 9. 14

Amplitudinea este proporţională cu aria fâşiei, $dS = 2\sqrt{r^2 - x^2} \cdot dx$. Integrând pe suprafaţa fantei, se obţine:

$$E = 2E_0 \cdot \frac{J_1(u)}{u} \; ; \; I = I_0 \cdot \frac{4 \cdot J_1(u)}{u^2} \qquad (9.\ 19)$$

unde $u = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot r \cdot \sin \alpha$, iar $J_1(u)$ este funcţia Bessel de ordinul 1.

I_0 este intensitatea maximă în centrul ecranului, unde $\lim_{u \to 0} \frac{J_1(u)}{u} = \frac{1}{2}$.

Studiind zerourile funcţiei Bessel, se obţin condiţiile pentru minimele (inelele întunecate) pe ecran, de forma:

$$\sin\alpha = 1{,}22\cdot\frac{\lambda}{r}\ ;\ 2{,}24\cdot\frac{\lambda}{r}\ ;\ 3{,}24\cdot\frac{\lambda}{r}\ ;\ 4{,}24\cdot\frac{\lambda}{r}\ ;\ \text{etc.} \qquad (9.\ 20)$$

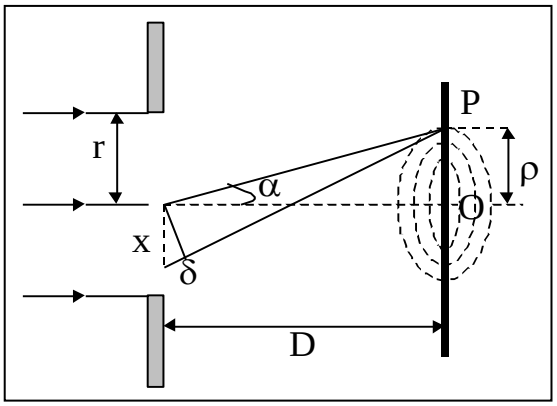


Figura 9. 15

Aproximând $\sin\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha = \frac{\rho}{D}$, unde D este distanţa de la fantă la ecran, în cazul în care între fantă şi ecran nu se pune o lentilă convergentă (figura 9.15), rezultă că razele inelelor întunecate (minime) au valorile:

$$\rho = 1{,}22\cdot\frac{\lambda D}{r}\ ;\ 2{,}24\cdot\frac{\lambda D}{r}\ ;\ 3{,}24\cdot\frac{\lambda D}{r}\ ;\ \text{etc.} \qquad (9.\ 21)$$

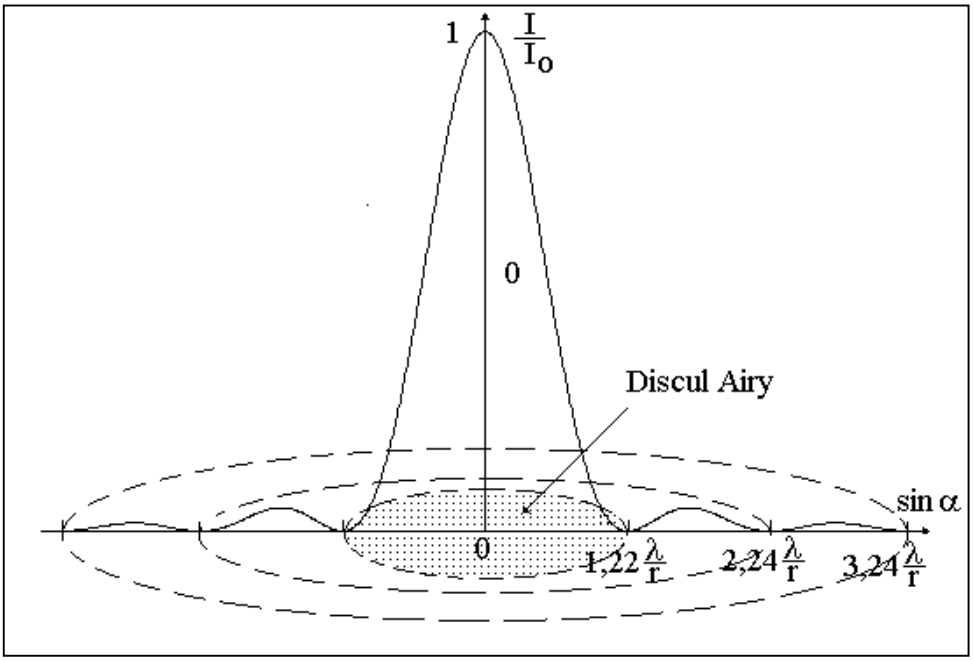


Figura 9. 16

Distribuţia intensităţii luminii pe ecran în cazul difracţiei Fraunhofer pe o fantă circulară este reprezentată în figura 9.16.

Şi în acest caz, maximul central (discul Airy) conţine apreoape întregul flux luminos incident pe fantă.

9.4. Difracţia pe reţeaua optică prin transmisie

Reţeaua optică se obţine prin trasarea unor zgârieturi fine, paralele, echidistante, pe o suprafaţă transparentă. Zonele zgâriate devin opace, în timp ce spaţiile dintre acestea sunt transparente, echivalând cu un sistem de fante dreptunghiulare, paralele şi echidistante. Dacă pe lungimea L a reţelei se trasează N zgârieturi, numărul de trăsături pe unitatea de lungime este $n = \frac{N}{L}$, iar distanţa dintre două fante consecutive, numită *constanta reţelei*, este $\ell = \frac{L}{N} = \frac{1}{n}$.

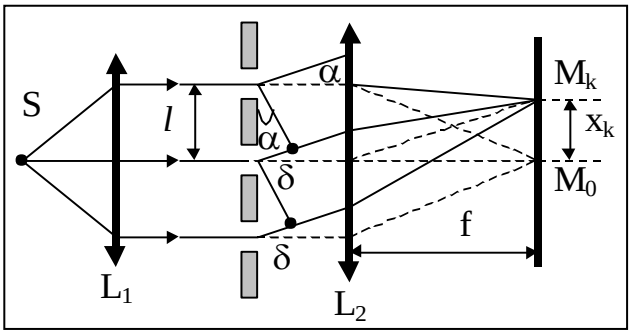


Figura 9. 17

La incidenţă normală a unui fascicul paralel pe reţea, diferenţa de drum dintre razele provenite de la două fante alăturate, care părăsesc reţeaua sub unghiul de difracţie α, este: $\delta = \ell \cdot \sin\alpha$ (figura 9.17). Numai anumite unghiuri îndeplinesc condiţia de maxim (maxim principal):

$$\delta = \ell \cdot \sin\alpha = \kappa\lambda \qquad (9.\ 22)$$

În aproximaţia: $\sin\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha = \frac{x_k}{f}$, unde f este distanţa focală a lentilei L_2, care proiectează figura de difracţie pe ecran, poziţiile pe ecran a maximului principal de ordin k este dată de:

$$x_k = k \cdot \frac{\lambda f}{\ell} \qquad (9.\ 23)$$

iar interfranja are valoarea:

$$i = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda f}{\ell} \qquad (9.\ 24)$$

La incidenţa oblică sub unghiul i, diferenţa de drum între razele alăturate care formează maximul de ordin k este (figura 9.18)

$$\delta = \ell \cdot (\sin i \pm \sin \alpha) = \kappa\lambda \qquad (9.\ 25)$$

iar maximul central (de ordin k = 0) se formează pe direcţia unghiului de difracţie $\alpha = i$.

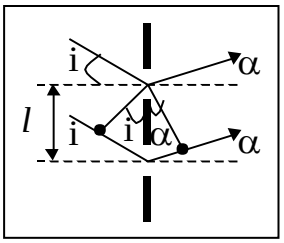


Figura 9. 18

În lumină albă, cu $\lambda \in [\lambda_V , \lambda_R]$, fiecare radiaţie monocromatică îşi formează maximul în altă poziţie, x_k. Maximele principale sunt colorate (spectre), de lărgimi $\Delta x_k = x_{kR} - x_{kV} = \frac{k(\lambda_R - \lambda_V)f}{\ell}$, care cresc cu ordinul k; la valori mari ale ordinului k, se produc suprapuneri între maxime.

Reţeaua descompune lumina albă în radiaţii monocromatice, deci este un element dispersiv.

Distribuţia intensităţii luminoase pe ecran se deduce astfel: dacă fiecare fantă are lărgimea b, amplitudinea undei emise de fiecare fantă este de forma:

$$E_1 = E_0 \cdot \frac{\sin \frac{\Phi}{2}}{\frac{\Phi}{2}}, \quad \text{cu} \quad \Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot b \cdot \sin \alpha$$

De la cele N fante, rezultă o interferenţă multiplă, a cărei amplitudine rezultantă într-un punct de suprapunere P, de pe ecran, este:

$$E = E_1 \cdot \frac{\sin \frac{N\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}, \quad \text{cu} \quad \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \ell \cdot \sin \alpha$$

deci:

$$E = E_0 \cdot \frac{\sin\frac{\Phi}{2}}{\frac{\Phi}{2}} \cdot \frac{\sin\frac{N\varphi}{2}}{\sin\frac{\varphi}{2}} \qquad (9.\ 26)$$

iar intensitatea rezultantă:

$$I = I_0 \cdot \frac{\sin^2\frac{\Phi}{2}}{\left(\frac{\Phi}{2}\right)^2} \cdot \frac{\sin^2\frac{N\varphi}{2}}{\sin^2\frac{\varphi}{2}} = I_0 \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin\alpha\right)}{\left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin\alpha\right)^2} \cdot \frac{\sin^2\left(N\frac{\pi}{\lambda}\ell \sin\alpha\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda}\ell \sin\alpha\right)} \qquad (9.\ 27)$$

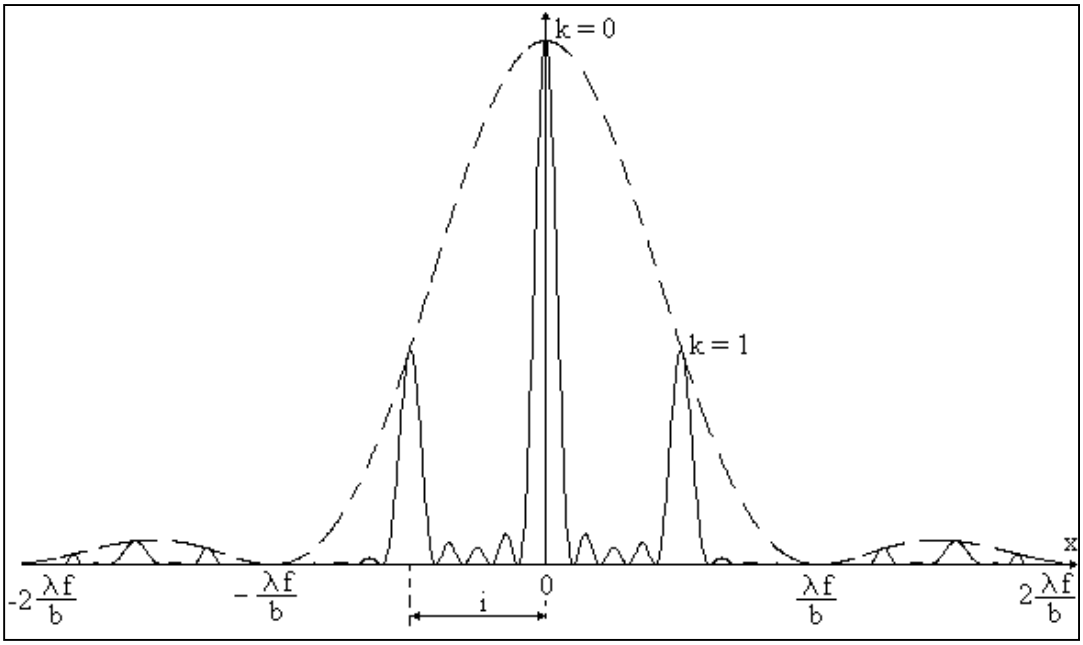


Figura 9. 19

I_0 este intensitatea maximă produsă de o fantă. Rezultă o figură de interferenţă a N fascicule identice, modulată de figura de difracţie pe fiecare fantă a reţelei. În aproximaţia $\sin\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha = \frac{x}{f}$, se pot determina poziţiile x pe ecranul de suprapunere, ale maximelor principale, ale minimelor nule şi ale maximelor secundare. Distribuţia intensităţii luminoase pe ecran este reprezentată în figura 9.19.

9.5. Puterea separatoare a instrumentelor optice

9.5.1. Criteriul Rayleigh

Când pe un ecran se formează două sisteme de franje de lungimi de undă egale sau apropiate, dacă franjele sunt prea apropiate, nu se mai pot percepe distinct. Fie x_0 semilărgimea unui maxim.

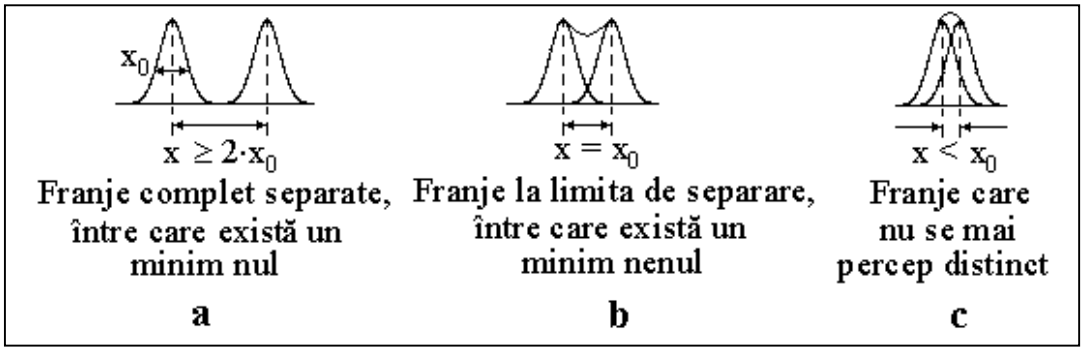

x0
x ≥ 2·x0
Franje complet separate, între care există un minim nul
a
x = x0
Franje la limita de separare, între care există un minim nenul
b
x < x0
Franje care nu se mai percep distinct
c

Figura 9. 20

Criteriul de separare al lui Rayleigh se enunţă astfel:

Franjele se percep distinct dacă distanţa dintre centrele lor este $x \geq x_0$; cazul limită când două sisteme de franje se percep distinct este când maximele unui sistem coincid cu minimele celuilalt.

Puterea separatoare a unui instrument optic exprimă capacitatea acestuia de a forma imagini care se percep distinct pentru două puncte foarte apropiate. Ea se exprimă prin distanţa minimă dintre două puncte ce mai pot fi percepute distinct prin instrument (d) sau prin unghiul minim dintre razele de lumină provenite de la cele două puncte, pentru ca ele să fie observate distinct. În acest ultim caz, mărimea α se numeşte *putere separatoare unghiulară*.

Puterea de rezoluţie cromatică (*spectrală*) este capacitatea instrumentului de a deosebi (separa) două radiaţii cu lungimi de undă apropiate (care diferă prin valoarea dλ):

$$P = \frac{\lambda}{d\lambda} \qquad (9.\ 28)$$

unde λ este lungimea de undă mijlocie a intervalului minim separat, dλ.

9.5.2. Puterea separatoare a lunetei

Datorită difracţiei ce are loc la trecerea luminii printr-o deschidere circulară (obiectivul lunetei), de diametru D, imaginea unui obiect punctiform, dată de lunetă, este o pată circulară (discul Airy), în care este concentrată practic toată energia undei (figura 9.21).

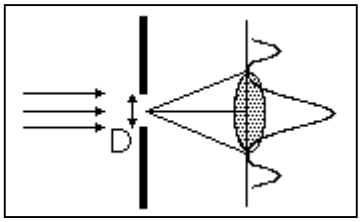


Figura 9. 21

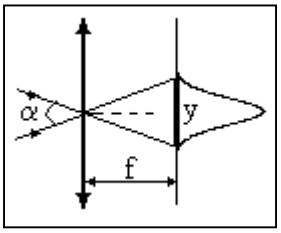


Figura 9. 22

Dimensiunea unghiulară a petei centrale este (figura 9.22):

$$\alpha \approx \sin\alpha = 1{,}22 \cdot \frac{\lambda}{D} \qquad (9.\ 29)$$

Imaginea petei luminoase în planul focal al unei lentile convergente are mărimea:

$$y = f \cdot \alpha = 1{,}22 \cdot \frac{\lambda f}{D} \qquad (9.\ 30)$$

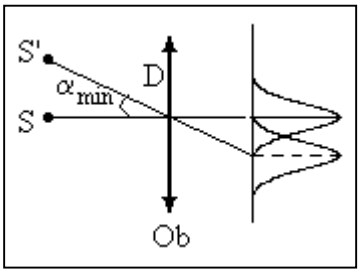


Figura 9. 23

Conform criteriului Rayleigh, pentru ca două puncte foarte apropiate (două stele, în cazul lunetei astronomice) să fie separate, trebuie ca, la limită, maximul de difracţie al imaginii uneia să se suprapună peste primul minim de difracţie al imaginii celeilalte (figura 9.23).

Rezoluţia unghiulară este:

$$\varepsilon = \alpha_{min} = 1{,}22 \cdot \frac{\lambda}{D} \qquad (9.\ 31)$$

Puterea de rezoluţie are valoarea:

$$P = \frac{1}{\varepsilon} = \frac{D}{1{,}22 \cdot \lambda} \qquad (9.\ 32)$$

Ea creşte pentru dimensiuni mari, D, ale obiectivului şi pentru lungimi de undă mici.

9.5.3. Puterea separatoare a microscopului

La un microscop, obiectul este foarte apropiat de obiectiv, care se vede sub unghiul 2i dintr-un punct al obiectului, aflat pe axa optică, la distanţa x (figura 9.24).

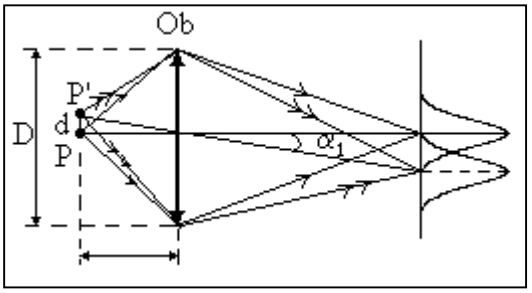


Figura 9. 24

$$D = 2x \cdot tg\, i \qquad (9.\ 33)$$

Fie d distanţa minimă între două puncte P şi P', aflate la limita de separare $\left(\alpha_1 = 1{,}22 \cdot \frac{\lambda}{D}\right)$. Rezoluţia liniară este:

$$d = x \cdot tg\, \alpha_1 \approx x \cdot \alpha_1 = 1{,}22 \cdot \frac{\lambda x}{D} = 0{,}61 \cdot \frac{\lambda}{tg\, i} \qquad (9.\ 34)$$

Într-un lichid, $\lambda' = \frac{\lambda}{n}$ şi $d = 0{,}61 \cdot \frac{\lambda}{n \cdot tg\, i}$ (cazul microscopului cu imersie).

Puterea separatoare are valoarea:

$$P = \frac{1}{d} = \frac{n \cdot tg\, i}{0{,}61 \cdot \lambda} \qquad (9.\ 35)$$

Aceasta creşte pentru lungimi de undă mici. La microscopul optic $\lambda \sim 10^{-7}$ m, d ~ 0,3 μm – fără imersie, d ~ 0,2 μm – cu imersie; la microscopul

electronic, $\lambda \sim 10^{-10}$ m şi puterea separatoare este cu 3 ordine de mărime mai mare.

9.5.4. Dispersia şi puterea de separare a prismei

Faţa de intrare a prismei unui spectroscop poate fi asimilată cu o fantă dreptunghiulară (figura 9.25). Primul minim al figurii de difracţie pe această fantă se formează sub unghiul α_1, dat de $\alpha_1 \approx \sin\alpha_1 = \frac{\lambda}{b}$, faţă de direcţia normală. Conform criteriului Rayleigh, unghiul minim dintre două fascicule paralele cu lungimi de undă care diferă cu $d\lambda$ şi ale căror maxime sunt separate, este dat de:

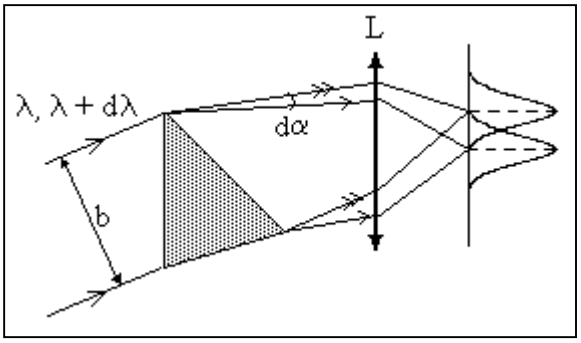


Figura 9. 25

$$d\alpha = \alpha_1 = \frac{\lambda}{b} \qquad (9.\ 36)$$

Puterea de rezoluţie cromatică a spectroscopului cu prismă este:

$$P = \frac{\lambda}{d\lambda} = \frac{\lambda}{d\alpha}\cdot\frac{d\alpha}{d\lambda} = \frac{\lambda}{\alpha_1}\cdot\frac{d\alpha}{d\lambda} = b\cdot\frac{d\alpha}{d\lambda} \qquad (9.\ 37)$$

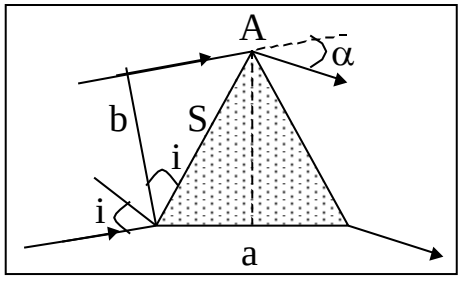


Figura 9. 26

La deviaţie minimă, cum sunt folosite prismele spectrale, razele se propagă simetric prin prismă; $r = \frac{A}{2}$, unghiul de deviaţie minimă este $\alpha = 2i - A$ şi, conform legilor refracţiei,

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin \frac{A+\alpha}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \qquad (9.\ 38)$$

Dispersia este:

$$\frac{dn}{d\lambda} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\cos \frac{A+\alpha}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \cdot \frac{d\alpha}{d\lambda} \qquad (9.\ 39)$$

iar dispersia unghiulară are expresia: $\frac{d\alpha}{d\lambda} = \frac{2\sin\frac{A}{2}}{\cos\frac{A+\alpha}{2}} \cdot \frac{dn}{d\lambda} = \frac{2\sin\frac{A}{2}}{\cos i} \cdot \frac{dn}{d\lambda}$.

Dar $\sin\frac{A}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{S}$, $\cos i = \frac{b}{S}$ (figura 9.26), deci: $\frac{d\alpha}{d\lambda} = \frac{a}{b} \cdot \frac{dn}{d\lambda}$.

Puterea de rezoluţie este:

$$P = b \cdot \frac{d\alpha}{d\lambda} = a \cdot \frac{dn}{d\lambda} \qquad (9.\ 40)$$

Pentru mai multe prisme, a este suma bazelor prismelor. Folosirea prismelor cu bază mare sau a mai multor prisme măreşte puterea de rezoluţie.

9.5.5. Dispersia şi puterea de rezoluţie a spectrografului cu reţea

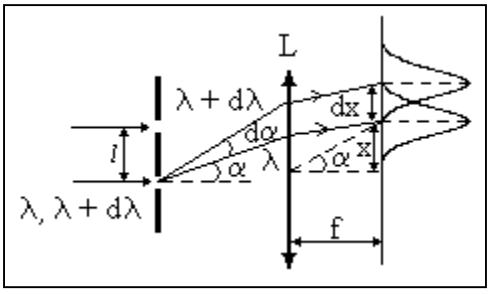


Figura 9. 27

Fie două radiaţii cu lungimi de undă care diferă cu dλ, incidente normal pe o reţea de difracţie (figura 9.27), aflate la limita separării (criteriul Rayleigh).

Condiţia de maxim principal de ordin k este: $\ell \cdot \sin \alpha = k\lambda$. Prin diferenţiere, rezultă: $\ell \cdot \cos \alpha \cdot d\alpha = k \cdot d\lambda$, deci dispersia unghiulară este:

$$\frac{d\alpha}{d\lambda} = \frac{k}{\ell \cdot \cos \alpha} \qquad (9.\ 41)$$

de unde:

$$d\alpha = \frac{k \cdot d\lambda}{\ell \cdot \cos \alpha} \qquad (9.\ 42)$$

Condiţia de maxim principal este: $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \ell \cdot \sin \alpha = 0$ şi, pentru primul minim nul, $N \cdot \varphi = 2\pi$ (N este numărul de trăsături ale reţelei), deci variaţia diferenţei de fază, φ, dintre două unde care pornesc de la fante alăturate, pentru trecerea de la un maxim principal la primul minim nul este: $d\varphi = \left(\frac{2\pi}{N} - 0 \right) = \frac{2\pi}{N}$.

Dar $d\varphi = d\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \ell \cdot \sin \alpha \right) = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \ell \cdot \cos \alpha \cdot d\alpha$, deci:

$$d\alpha = \frac{\lambda}{N \cdot \ell \cdot \cos \alpha} \qquad (9.\ 43)$$

Din relaţiile (9.42) şi (9.43), rezultă puterea de rezoluţie cromatică în ordinul k:

$$P = \frac{\lambda}{d\lambda} = k \cdot N \qquad (9.\ 44)$$

În general, la reţele obişnuite, P este de ordinul 10^5, mult mai mare decât în cazul prismelor. Intervalul spectral separabil, $d\lambda = \frac{\lambda}{P} \sim 10^{-3}$ Å, este foarte mic, deci spectrograful cu reţea se poate folosi pentru analiza profilului şi structurii liniilor spectrale.

9.6. Aplicaţii

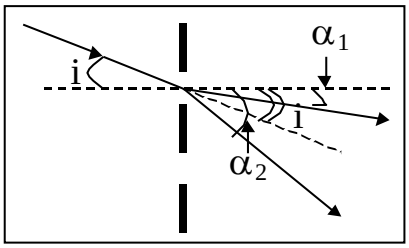
- *Un fascicul de lumină cu lungimea de undă λ = 500 nm este incident normal pe o reţea de difracţie. Ştiind că unul din maximele de difracţie se obţine pentru unghiul de difracţie α = 45°, iar ordinul maxim de difracţie este 5, să se determine constanta reţelei.*

Rezolvare:

$\ell \cdot \sin 45° = k\lambda$ şi $\ell \cdot \sin \alpha_{max} = 5\lambda$. Din $\sin \alpha_{max} \le 1$, rezultă $k \ge 5 \cdot \sin\alpha = = \frac{5\sqrt{2}}{2} = 3{,}5$. Dar $k \le 5$, deci $k = 4$, de unde rezultă: $\ell = \frac{4\lambda}{\sin 45^\circ} = 2{,}82\ \mu m$.

- *În cazul rezelei din problema precedentă, dacă radiaţia este incidentă oblic pe reţea, sub unghiul i = 30°, care este unghiul dintre direcţiile razelor care formează maximele de ordin 2, de o parte şi de alta a maximului de ordin zero ?*

Rezolvare:



$\ell \cdot (\sin i + \sin \alpha_1) = 2\lambda \Rightarrow \sin \alpha_1 = \frac{2\lambda}{\ell} - \sin i =$

$= -0{,}146 \Rightarrow \alpha_1 = -\arcsin 0{,}146$

$\ell \cdot (\sin i - \sin \alpha_2) = -2\lambda \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin \alpha_2 = \frac{2\lambda}{\ell} + \sin i = 0{,}853 \Rightarrow \alpha_2 = \arcsin 0{,}853$

$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 = \arcsin 0{,}853 - \arcsin 0{,}146.$

- *Dacă reţeaua din problemele precedente este iluminată normal cu lumină albă, având $\lambda \in [450, 750]$ nm, câte spectre complete, respectiv incomplete se formează ?*

Rezolvare:

Se determină ordinul maxim de difracţie pentru radiaţiile roşii, respectiv violete.

Pentru sin $\alpha = 1$, din condiţia $\ell \cdot \sin\alpha = k\lambda$, rezultă:

$$k_R = \frac{\ell}{\lambda_R} = \frac{2{,}82 \cdot 10^{-6}}{750 \cdot 10^{-9}} = 3{,}76 \Rightarrow k_{max\,R} = 3$$

$$k_V = \frac{\ell}{\lambda_V} = \frac{2{,}82 \cdot 10^{-6}}{450 \cdot 10^{-9}} = 6{,}26 \Rightarrow k_{max\,V} = 6$$

Se formează 3 + 3 + 1 = 7 maxime roşii, 6 + 6 + 1 = 13 maxime violete. Vor fi deci 7 spectre complete (care conţin maxime pentru toate lungimile de undă din spectrul luminii albe) şi 13 – 7 = 6 spectre incomplete (care nu conţin maxime pentru toate lungimile de undă din spectrul luminii albe)

- *O reţea de difracţie are constanta $\ell = 10^{-6}$ m; fiecare fantă are dimensiunea $b = 2 \cdot 10^{-7}$ m. Câte maxime produse în lumină monocromatică au intensităţi semnificative, fiind mai uşor observabile ?*

Rezolvare:

Conform figurii 9.19, lărgimea maximului central al figurii de interferenţă pe o fantă este $L = \frac{2\lambda f}{b}$. Interfranja figurii de difracţie pe reţea este $i = \frac{\lambda f}{\ell}$. Numărul de maxime cerut este:

$$N = \frac{L}{i} = \frac{2\ell}{b} = 10 \text{ maxime}$$

- *Ce diametru minim trebuie să aibă obiectivul unei lunete pentru a putea separa imaginile a două stele care emit lumină cu $\lambda = 600$ nm, unghiul dintre direcţiile razelor de la cele două stele fiind $\alpha = 0{,}1''$?*

Rezolvare:

$\alpha = 1{,}22 \cdot \frac{\lambda}{D}$; $\alpha = 0{,}1'' = \frac{0{,}1^\circ}{3600} = 4{,}8 \cdot 10^{-7}$ rad. Rezultă D = 1,52 m.

- *Care este intervalul spectral separabil în jurul lungimii de undă $\lambda = 550$ nm de către o reţea cu constanta $\ell = 10^{-6}$ m, în primul ordin de difracţie ? Reţeaua are lăţimea L = 1 cm.*

Rezolvare:

$$d\lambda = \frac{\lambda}{kN} = \frac{\lambda}{1 \cdot \frac{L}{\ell}} = \frac{\lambda \ell}{L} = 550 \text{ nm}$$

OPTICA FOTONICĂ

X. RADIAŢIA TERMICĂ

10.1. Noţiuni introductive

Rezultatele obţinute în a doua jumătate a secolului trecut în cadrul spectroscopiei, au arătat că, încălzite la o anumită temperatură, corpurile emit radiaţie de natură electromagnetică, structura compoziţiei acesteia depinzând de temperatura corpului. Astfel, dacă în jurul a 800 K, majoritatea corpurilor devin incandescente, având o culoare slab roşiatică, la temperaturi de ordinul a 1300 K ele capătă culoarea roşu aprins, pentru ca, la temperaturi de 2300 K ele să devină de un alb strălucitor.

Energia termică se transformă în energie electromagnetică, doar o parte din aceasta având frecvenţa în domeniul vizibil. Corpurile emit radiaţie şi la temperaturi mai mici, la care se găsesc în mod obişnuit, atunci când culoarea lor nu relevă acest fapt, energia emisă regăsindu-se în cea mai mare parte în spectrul de frecvenţe mai mici decât cele ale luminii. Este vorba de aşa-numita *radiaţie infraroşie*[1]. De fapt, echilibrul termic al corpurilor se realizează printr-un schimb permanent de energie între acestea şi mediul înconjurător, schimb ce se realizează (în afară de contactul termic direct sau curenţii de convecţie) prin emisie, absorbţie şi reflexie a radiaţiei electromagnetice. Radiaţia electromagnetică emisă astfel de corpuri se numeşte *radiaţie termică*.

Pentru înţelegerea legilor radiaţiei termice este necesară în prealabil definirea unor mărimi fizice noi.

[1] Radiaţia infraroşie se numeşte aşa întrucât domeniul său spectral se găseşte dincolo de radiaţia vizibilă de culoare roşie, la lungimi de undă mai mari (> 750 nm), adică la frecvenţe şi energii mai mici.

1. **Fluxul energetic spectral** , p_λ se defineşte ca fiind fluxul emis în unitatea de interval de lungimi de undă, adică:

$$\boxed{p_\lambda = \frac{d\Phi}{d\lambda}} \qquad (10.\ 1)$$

Este evident că fluxul energetic total, definit anterior, se exprimă astfel:

$$\Phi = \int_0^\infty p_\lambda \cdot d\lambda$$

2. **Strălucirea energetică spectrală**, b_λ

$$\boxed{b_\lambda = \frac{dL_e}{d\lambda}} \qquad (10.\ 2)$$

3. **Puterea de emisie**, E_λ, care este funcţia de distribuţie a energiei radiante după lungimea de undă.

$$\boxed{E_\lambda = \frac{dM_e}{d\lambda}} \qquad (10.\ 3)$$

4. **Puterea de absorbţie** (coeficientul de absorbţie), A, a unei suprafeţe, se defineşte ca raport dintre fluxul energetic absorbit de o suprafaţă, Φ_a, şi fluxul energetic incident pe acea suprafaţă, Φ_a:

$$\boxed{A = \frac{\Phi_a}{\Phi}} \qquad (10.\ 4)$$

Ca şi puterea de emisie, putere de absorbţie este funcţie de lungimea de undă.

5. **Puterea de reflexie** (coeficientul de reflexie) R, al unei suprafeţe, se defineşte ca fiind raportul dintre fluxul energetic reflectat de o suprafaţă, Φ_r, şi fluxul energetic incident, Φ:

$$\boxed{R = \frac{\Phi_r}{\Phi}} \qquad (10.\ 5)$$

Mărimilor A şi R le corespund *puterea spectrală de absorbţie*, $A_\lambda = \frac{p_{\lambda a}}{p_\lambda}$, respectiv *puterea spectrală de reflexie*, $R_\lambda = \frac{p_{\lambda r}}{p_\lambda}$. Între aceste două mărimi există relaţia[1]:

$$A_\lambda + R_\lambda = 1$$

Relaţia se păstrează şi între A şi R.

6. **Densitatea de energie radiantă**, w, reprezintă energia electromagnetică conţinută în unitatea de volum:

$$\boxed{w = \frac{dW}{dV}} \qquad (10.\ 6)$$

Între densitatea de energie radiantă şi strălucirea energetică se stabileşte relaţia:

$$w = \frac{4\pi}{c} \cdot L_e \qquad (10.\ 7)$$

Trebuie precizat că această relaţie este valabilă în cazul radiaţiei polarizate liniar, în cazul radiaţiei nepolarizate membrul drept multiplicându-se cu 2.

7. **Densitatea spectrală de energie radiantă**, w_λ.

$$\boxed{w_\lambda = \frac{dw}{d\lambda}} \qquad (10.\ 8)$$

Este evidentă relaţia:

$$w = \int_0^\infty w_\lambda \cdot d\lambda$$

[1] În condiţia când nu există radiaţie transmisă

Între densitatea spectrală de energie radiantă şi strălucirea spectrală se stabileşte o relaţie echivalentă cu relaţia (10.6):

$$w_\lambda = \frac{4\pi}{c} \cdot b_\lambda \qquad (10.\ 9)$$

În finalul acestui paragraf, trebuie să subliniem faptul că toate mărimile definite mai sus în funcţie de lungimea de undă se pot defini şi în funcţie de frecvenţa radiaţiei, notaţia schimbându-se prin utilizarea unui indice corespunzător.

10.2. Legile radiaţiei corpului negru

Aşa cum s-a arătat anterior, un corp aflat în echilibru termodinamic emite, absoarbe şi reflectă radiaţie în aşa fel încât temperatura sa nu se schimbă. Este evident că, pentru a fi un bun absorbant, corpul trebuie să fie şi un bun emiţător.

Pe baza primului principiului al termodinamicii, fizicianul german Kirchhoff a stabilit, în anul 1859, că raportul dintre puterea spectrală de emisie, E_ν şi puterea spectrală de absorbţie, A_ν la o temperatură dată este acelaşi, independent de corp, fiind o funcţie universală de frecvenţă şi de temperatură:

$$\boxed{\frac{E_\nu}{A_\nu} = f(\nu, T)} \qquad (10.\ 10)$$

Cum s-a subliniat anterior, orice corp poate să absoarbă aceeaşi radiaţie pe care o şi poate emite. Corpul ideal, care poate absorbi întregul flux incident ($R_\nu = 0$, $A_\nu = 1$), la orice temperatură şi frecvenţă se numeşte *corp negru*. Experimental, s-a determinat curba de distribuţie spectrală a puterii de emisie a corpului negru la diferite temperaturi, ea având forma din figura 10.1.

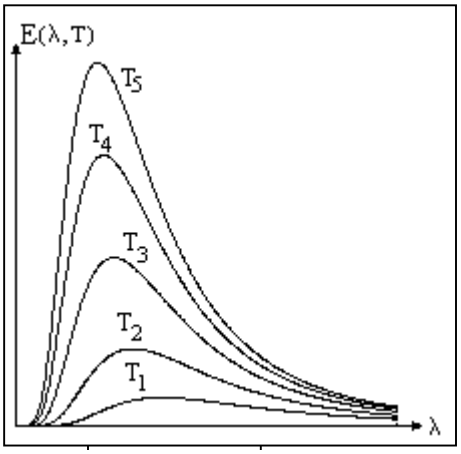


Figura 10. 1

Aplicând relaţia (10.10) un corp negru, pentru care $A_{n\nu} = 1$, rezultă că funcţia universală $f(\nu,T)$ este egală cu puterea de emisie a corpului negru, $E_{n\nu}$. Atunci, putem scrie *legea lui Kirchhoff* sub forma:

$$\frac{E_\nu}{A_\nu} = E_{n\nu} \qquad (10.\ 11)$$

Din această expresie, se constată că, dacă se cunoaşte distribuţia spectrală a energiei emise de corpul negru, se poate determina această mărime pentru oricare altul: $E_\nu = E_{n\nu} \cdot A_\nu$. Mărimea A_ν se poate determina experimental, pentru diferite corpuri, de aceea rezultă importanţa teoretică şi practică a cunoaşterii lui $E_{n\nu}$. Printre primele cercetări în acest sens, sunt cele ale lui J. Stefan, care a demonstrat experimental (1879) o lege care exprimă faptul că radianţa integrală a corpului negru este proporţională cu puterea a patra a temperaturii absolute. Radianţa integrală reprezintă energia radiantă totală, pentru toate lungimile de undă emisă în unitatea de timp de o suprafaţă de arie egală cu unitatea în toate direcţiile de o parte a sa:

$$R_T = \int_0 E_\nu \cdot df \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta \cdot \cos\theta \cdot d\theta$$

Această lege a fost demonstrată teoretic, pe cale termodinamică, de către L Boltzmann în 1884, motiv pentru care ea este cunoscută sub numele de *legea Stefan-Boltzmann* şi are expresia:

$$\boxed{R_T = \sigma \cdot T^4} \qquad (10.\ 12)$$

În sistemul internaţional, constanta σ are valoarea $5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W/m^2·K^4.

În anul 1893, Wien aduce noi şi importante contribuţii la studiul radiaţiei corpului negru. Experimental, se demonstrase că, la o temperatură dată, puterea de emisie, care este variabilă cu lungimea de undă, prezintă un maxim pentru o anumită lungime de undă, λ_m. Wien stabileşte că această valoare, determinând poziţia maximului de intensitate a radiaţiei emise, se deplasează spre lungimi de undă mici la creşterea temperaturii, astfel încât:

$$\boxed{\lambda_m \cdot T = c} \qquad (10.\ 13)$$

Aceasta reprezintă *legea deplasării a lui Wien*, unde constanta c are valoarea $0{,}29 \cdot 10^{-2}$ K·m.

Plecând de la legea deplasării şi ţinând cont de relaţiile dintre w şi L pe de o parte şi dintre L şi R pe de alta, se ajunge la:

$$E_\lambda = \lambda^{-5} \cdot f(\lambda, T)$$

Tot Wien, în 1896, a propus o formă explicită a funcţiei $f(\lambda,T)$, rezultând relaţia:

$$\boxed{E_\lambda = C_1 \cdot \lambda^{-5} \cdot e^{-\frac{C_2}{\lambda T}}} \qquad (10.\ 14)$$

cunoscută sub numele de *legea radiaţiei a lui Wien*.

Distribuţia energetică spectrală a radiaţiei corpului negru, descrisă de legea de mai sus concordă cu cea experimentală în domeniul vizibil şi ultraviolet, adică la lungimi de undă mici. La lungimi de undă mari, legea lui Wien nu mai este aplicabilă.

Rayleigh şi Jeans, utilizând teorema echipartiţiei energiei pe grade de libertate, au dedus o altă expresie a distribuţiei energetice spectrale de emisie a corpului negru:

$$\boxed{E_\lambda = \frac{\pi c}{\lambda^4} \cdot kT} \qquad (10.\ 15)$$

relaţie cunoscută sub numele de *legea Rayleigh-Jeans*, unde $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K este constanta lui Boltzmann iar c este viteza luminii în vid.

Această lege nu este nici ea în deplină concordanţă cu rezultatele experimentale, fiind aplicabilă doar pentru lungimi de undă mari (domeniul infraroşu) sau temperaturi înalte.

O imagine asupra celor două legi (Wien, respectiv Rayleigh-Jeans) şi a concordanţei lor cu rezultatele experimentale se poate forma analizând figura 10.2.

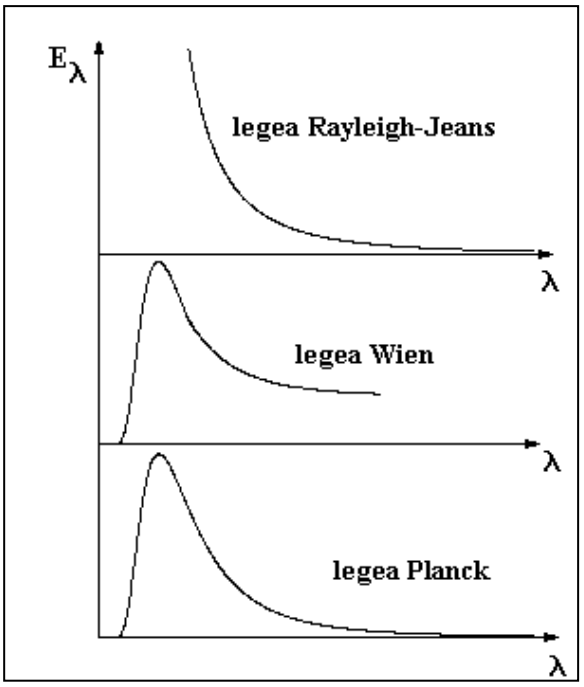


Figura 10. 2

Ajungându-se în acest punct al dezvoltării cunoştinţelor, a devenit evident că fizica clasică era incapabilă să explice modul de emisie a radiaţiilor termice de către corpuri, fiind necesară o nouă teorie. Aceasta s-a dovedit a fi teoria cuantelor, ale cărei baze au fost puse de către Max Planck, în 1900. În cadrul teoriei sale cu privire la radiaţia corpului negru, Planck a renunţat la ipoteza continuităţii energiei modurilor de vibraţie a oscilatorilor atomici emiţători de radiaţie (care conduce la relaţia $\bar{\varepsilon} = kT$) şi a postulat că energia unui mod propriu de vibraţie al oscilatorilor este un multiplu întreg al unei valori date, numită de el *cuantă de energie*:

$$\varepsilon_n = n \cdot \varepsilon_0 \qquad (10.\ 16)$$

unde n = 1, 2, 3, ….., iar suprapunerea tuturor acestor moduri proprii de vibraţie are ca rezultat o radiaţie cu distribuţie energetică continuă.

Conform teoriei lui Planck,

$$\varepsilon_o = h \cdot \nu = \frac{h \cdot c}{\lambda} \qquad (10.\ 17)$$

unde $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ J·s este o constantă universală, numită *constanta lui Planck*.

Planck arată că energia medie de vibraţie are expresia:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \frac{hc}{\lambda} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \qquad (10.\ 18)$$

Folosind relaţia de mai sus se obţine:

$$\boxed{E_\lambda = \frac{hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}} \qquad (10.\ 19)$$

Aceasta reprezintă *legea radiaţiei a lui Planck*, stabilită pe baza teoriei cuantice şi care este în concordanţă cu datele experimentale din întreg spectrul, ceea ce dovedeşte că ipoteza cuantelor este corectă. De fapt, acesta este unul din faptele ştiinţifice care au condus la elaborarea ulterioară a teoriei cuantice.

Legea lui Planck are cel mai general caracter, ea incluzând toate celelalte legi ale radiaţiei corpului negru şi are drept cazuri limită legile radiaţiei a lui Wien şi a lui Rayleigh-Jeans.

Astfel, legea deplasării, a lui Wien se poate obţine uşor derivând relaţia (10.19) şi egalând această derivată cu zero (condiţia de extrem al funcţiei).

Radianţa integrală se obţine integrând relaţia (10.19) pe tot spectrul, adică:

$$R_T = 2\pi \cdot \int_0^\infty E_\lambda \cdot d\lambda = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2h^3} \cdot T^4 = \sigma \cdot T^4$$

Când $\lambda T << 1$, $\frac{hc}{\lambda kT} >> 1$, deci formula lui Planck se reduce la legea lui Wien.

Dacă $\lambda T >> 1$, se poate dezvolta în serie:

$$e^{\frac{hc}{\lambda kT}} = 1 + \frac{hc}{\lambda kT} + \cdots \approx 1 + \frac{hc}{\lambda kT}$$

şi formula lui Planck se reduce la legea Rayleigh-Jeans.

XI. ELEMENTE DE SPECTROSCOPIE

11.1. Noţiuni introductive

Analizând cu un spectrograf radiaţia emisă de o sursă de radiaţie luminoasă, se constată că *spectrul de emisie* al sursei respective, alcătuit din totalitatea radiaţiilor emise de sursă, se poate prezenta într-una din formele:

- *spectru continuu* (de obicei, cele provenite de la corpuri incandescente, cum ar fi Soarele, filamentul becurilor cu incandescenţă, flacăra etc.), conţinând toate radiaţiile cu lungimi de undă cuprinse într-un interval spectral larg;
- *spectru discret* (*discontinuu*), conţinând numai anumite radiaţii, cu anumite lungimi de undă, din domeniul optic.

La rândul lor, spectrele discrete se pot prezenta sub formă de *spectre de linii* (atomice), respectiv *spectre de benzi* (moleculare).

Dacă printr-o substanţă transparentă trece o radiaţie luminoasă provenită de la o sursă cu spectru continuu, substanţa va absorbi anumite radiaţii (şi anume, acelea şi numai acelea pe care le şi poate emite), astfel că, analizînd cu un aparat spectral radiaţia ce a trecut prin substanţă, spectrul obţinut este un spectru continuu din care lipsesc linii sau benzi, care au fost absorbite. Acesta este un *spectru de absorbţie*.

11.2. Spectrul atomului de hidrogen

Hidrogenul, cel mai simplu element, prezintă şi cel mai simplu spectru de emisie. Acesta poate fi obţinut analizând cu un aparat spectral radiaţia provenită de la descărcarea electrică într-un tub Geissler, umplut cu hidrogen.

Regularitatea sub care se prezintă liniile spectrale ale hidrogenului în domeniul vizibil a fost observată încă de la primele cercetări în acest domeniu,

cel care a stabilit empiric, în 1885, o formulă generală cantitativă a lungimilor de undă ale acestor linii fiind fizicianul Balmer:

$$\lambda_m = 3645{,}6 \cdot \frac{m^2}{m^2 - 4} \cdot 10^{-10}\,\text{m} \quad (m \in N\ ,\ m > 2) \qquad (11.\ 1)$$

Relaţia de mai sus a fost pusă de către Rydberg sub forma:

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right) \qquad (11.\ 2)$$

unde R este *constanta lui Rydberg*, determinată exact ulterior de către Paschen, cu valoarea 10967757,6 m^{-1}.

Aşa cum se constată, expresia (11.2) reprezintă termenul general al unei serii matematice, limita seriei obţinându-se pentru m = ∞, când $\tilde{\nu}_\infty = \frac{R}{4}$

.

Practic, se observă numai 4 linii spectrale, deoarece seria fiind convergentă, termenii acesteia se "îngrămădesc" într-o vecinătate a limitei seriei, aflată în domeniul infraroşu apropiat.

Liniile spectrale ale căror lungimi de undă sunt date de expresia (11.2) alcătuiesc aşa numita *serie spectrală Balmer*.

Expresia matematică a seriei Balmer a sugerat o generalizare a sa sub forma:

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad ;\ m, n \in N\ ;\ m > n \qquad (11.\ 3)$$

Dând şi alte valori decât 2 lui n, adică n = 1, 3, 4, …, se obţin valori ale lungimilor de undă care se grupează în alte serii spectrale. Acestea nu fuseseră

observate până atunci, deoarece se găsesc în afara domeniului vizibil; astfel, în prezent se cunosc următoarele serii spectrale ale atomului de hidrogen:

- n = 1 - seria Lyman (în domeniul ultraviolet)
- n = 2 - seria Balmer (în domeniul vizibil)
- n = 3 - seria Paschen (în domeniul infraroşu)
- n = 4 - seria Brackett (în domeniul infraroşu)
- n = 1 - seria Pfund (în domeniul infraroşu)
- n = 1 - seria Humphrey (în domeniul infraroşu)

Rezultate asemănătoare se obţin şi în cazul ionilor *hidrogenoizi* (ioni ai atomilor mai grei, care au un singur electron în învelişul electronic), relaţia care exprimă seriile spectrale fiind în acest caz:

$$\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda} = Z^2 \cdot R \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \qquad (11.4)$$

unde Z este numărul atomic.

Pentru elemente mai grele, spectrele sunt alcătuite la fel, lungimile de undă ale liniilor în acest caz fiind date de expresii asemănătoare expresiei (11.3).

Prima explicaţie a seriilor spectrale ale atomului de hidrogen a fost dată de către Niels Bohr (1913), în cadrul modelului cuantificat al atomului de hidrogen.

XII. FENOMENE ÎN CARE SE MANIFESTĂ STRUCTURA CORPUSCULARĂ A LUMINII

12.1. Efectul fotoelectric extern

12.1.1. Legile efectului fotoelectric extern

Efectul fotoelectric extern[1] este un fenomen descoperit în 1887 de către Heinrich Hertz, care a observat că, iradiind cu radiaţie ultravioletă electrozii între care se produce o descărcare electrică în scânteie, descărcarea este uşurată. Se constată că suprafaţa electrodului iradiat se încarcă electric pozitiv, ceea ce a dus ulterior la concluzia că electrodul (metalic) cedează sarcină electrică negativă prin emisie de electroni.

Efectul fotoelectric este fenomenul de emisie de electroni de către metale sub acţiunea radiaţiei electromagnetice.

Studiile efectuate ulterior descoperirii lui Hertz, de către mai mulţi fizicieni (printre care Hallwachs, Elster şi Geitel, Landenburg, Wiedemann, Lenard, Meyer, Gerlach) au dus la stabilirea legilor efectului fotoelectric.

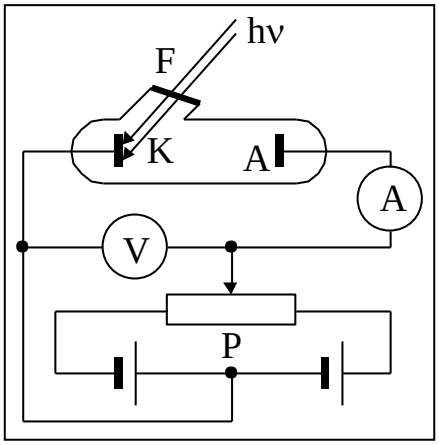


Figura 12. 1

Să considerăm montajul din figura 12.1, alcătuit dintr-un tub de sticlă vidat, în care se găsesc doi electrozi metalici, anodul A şi catodul K, între care se poate aplica o diferenţă de potenţial variabilă, atât ca valoare cât şi ca sens, obţinută cu ajutorul unui montaj potenţiometric şi măsurată cu ajutorul voltmetrului V. Dacă prin fereastra

[1] Efectul fotoelectric extern se produce la metale, spre deosebire de efectul fotoelectric intern, care are loc în semiconductori.

de cuarţ[1] F se trimite asupra catodului un fascicul de radiaţie ultravioletă, se constată că în circuitul exterior apare un curent electric (curent de fotoelectroni).

Cu ajutorul dispozitivului descris, numit de obicei *celulă fotoelectrică*, se pot verifica cele patru legi ale efectului fotoelectric (legile lui Lenard). Astfel, prima lege ne spune că:

Efectul fotoelectric se produce practic instantaneu.

Acest lucru înseamnă că intervalul de timp scurs de la începerea iluminării catodului, până la apariţia curentului fotoelectric este foarte mic, practic neglijabil ($< 10^{-9}$ s).

Se constată de asemenea că apariţia fotocurentului are loc numai dacă este îndeplinită o condiţie care reprezintă a doua lege a efectului electric:

Curentul fotoelectronilor emişi apare numai dacă lungimea de undă a radiaţiei incidente este mai mică sau cel mult egală cu o valoare constantă, λ_0 ,dependentă de natura materialului din care este confecţionat fotocatodul.

Această valoare maximă a lungimii de undă se numeşte *lungime de undă de prag* sau *pragul roşu* al efectului fotoelectric. Ei îi corespunde o *frecvenţă de prag*, care este valoarea minimă a frecvenţei radiaţiei incidente care mai produce efect fotoelectric.

În tabelul de mai jos sunt date valorile pragului roşu pentru câteva metale:

Metal	Cs	K	Na	Li	Zn	Cd	Ta	Pb, Bi	Hg	Au	Fe. Ag	W
λ_0 (nm)	660	550	540	500	372	314	305	298	273,5	265	261	230

După cum se poate constata, cu excepţia câtorva metale (metalele alcaline), care au pragul roşu în domeniul vizibil, celelalte au acest prag în domeniul ultraviolet.

[1] Sticla obişnuită absoarbe radiaţiile ultraviolete

Dacă se iluminează catodul cu o radiaţie de flux constant şi de frecvenţă constantă, mai mare decât cea de prag, prin variaţia tensiunii U, aplicate între electrozi, curentul se modifică şi el. Se obţine astfel caracteristica tensiune-curent a dispozitivului, iar dacă acest lucru se repetă la mai multe valori diferite ale fluxului radiaţiei incidente, se obţine o familie de caracteristici. Forma acestora este reprezentată în figura 12.2.

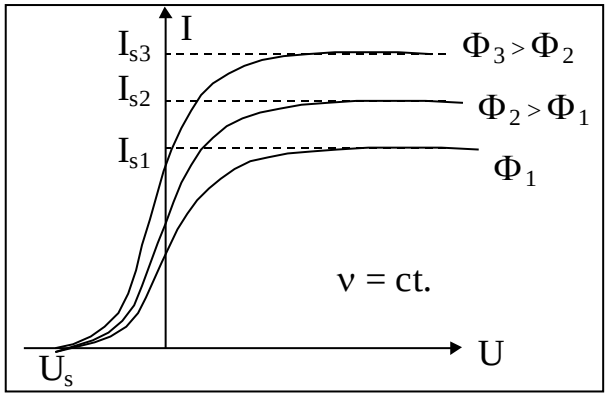


Figura 12. 2

Se constată că, pentru un metal dat, toate caracteristicile aparţinând aceleiaşi familii (ν = ct.) au acelaşi punct de pornire, corespunzător unei tensiuni negative, U_s, numită *tensiune de stopare*. La tensiuni $U \le U_s$, $I = 0$. Acest lucru este datorat faptului că tensiunea negativă aplicată pe anod determină frânarea fotoelectronilor emişi, astfel încât, la valori $U \le U_s$, nici un fotoelectron nu mai reuşeşte să învingă forţa de frânare pentru a ajunge la anod. Aplicând teorema variaţiei energiei cinetice pentru electronii ce se deplasează de la catod la anod, rezultă:

$$\frac{m \cdot v_A^2}{2} - \frac{m \cdot v_K^2}{2} = e \cdot U \qquad (12.\ 1)$$

Când $I = 0$ şi $U = -U_s$, electronii emişi de catod, care au viteza iniţială maximă, $v_K = v_{max}$, ajunşi la anod vor avea viteza $v_A = 0$. Atunci, relaţia (12.1) devine:

$$\frac{m \cdot v_{max}^2}{2} = e \cdot U_s \qquad (12.\ 2)$$

Prin măsurarea tensiunii de stopare, se poate determina energia cinetică maximă cu care au fost emişi fotoelectronii.

La tensiuni $U > U_s$, curentul creşte odată cu creşterea tensiunii U, deoarece, pe măsură ce tensiunea de stopare scade, un număr din ce în ce mai mare de electroni vor putea să ajungă la anod pe baza energiei cinetice iniţiale. La tensiuni pozitive, continuă creşterea curentului odată cu creşterea tensiunii, fapt evident, întrucât acum câmpul electric dintre anod şi catod acţionează cu o forţă acceleratoare, care tinde să colecteze la anod un număr din ce în ce mai mare de fotoelectroni. Pentru o anumită valoare a tensiunii de accelerare, toţi electronii emişi de catod sunt colectaţi de anod, atingându-se o valoare maximă a curentului, I_s, valoare numită *curent de saturaţie*. Oricât de mult ar creşte tensiunea peste această valoare, curentul rămâne constant, egal cu I_s.

Din analiza familiilor de caracteristici, se constată că valoarea de saturaţie a curentului este cu atât mai mare, cu cât fluxul radiaţiei incidente pe catod este mai mare. Astfel, putem enunţa cea de-a treia lege a efectului fotoelectric:

Intensitatea curentului de saturaţie (numărul de electroni emişi în unitatea de timp) este proporţională cu fluxul radiaţiei incidente şi nu depinde de frecvenţa acesteia.

Pe de altă parte, tensiunea de frânare şi, în consecinţă, viteza maximă a electronilor emişi nu depind de fluxul radiaţiei incidente.

Dacă însă iluminăm catodul cu fascicule de lumină de frecvenţe diferite, pentru fiecare frecvenţă se obţine o caracteristiciă diferită (în particular, tensiunea de stopare este şi ea diferită (figura 12.3.a). Astfel, viteza şi energia cinetică maximă a electronilor emişi creşte cu creşterea frecvenţei radiaţiei incidente.

Pentru un metal dat, reprezentarea grafică a perechilor (ν, U_s) este cea din figura 12.3.b: pentru $\nu > \nu_0$, U_s este funcţie proporţional crescătoare de frecvenţă.

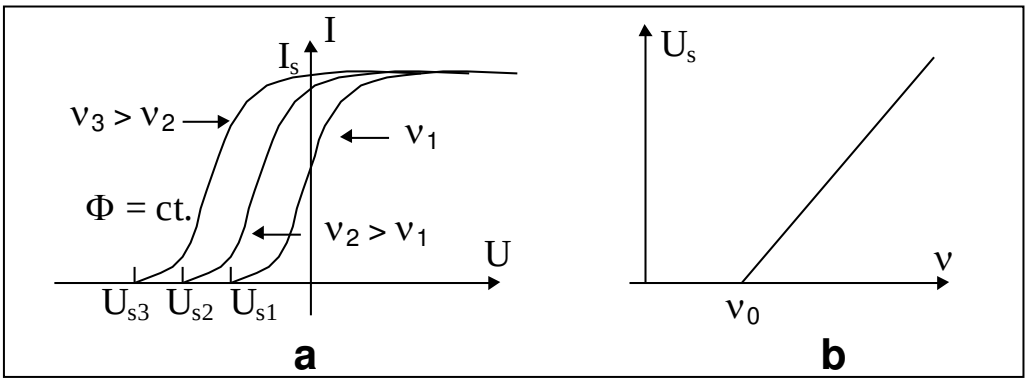


Figura 12. 3

Aceste rezultate se exprimă prin cea de-a patra lege a efectului fotoelectric:

Energia cinetică maximă e electronilor emişi prin efect fotoelectric este proporţională cu frecvenţa radiaţiei incidente şi nu depinde fluxul acesteia.

Teoria ondulatorie a luminii se dovedeşte incapabilă să explice legile efectului fotoelectric. Astfel, conform acestei teorii, ar fi necesar un interval de timp mai lung, pentru ca efectul fotoelectric să se producă, ceea ce este în contradicţie cu prima lege.

De asemenea, o radiaţie mai intensă ar trebui să comunice o energie cinetică mai mare electronilor emişi.

În sfârşit, conform teoriei ondulatorii, ar trebui să ne aşteptăm la un flux de prag şi nicidecum la o frecvenţă de prag.

12.1.2. Fotonul. Explicarea legilor efectului fotoelectric extern

Explicaţia fenomenului a fost dată în 1905 de către Albert Einstein, pornind de la extinderea ideilor lui Planck, referitoare la emisia luminii sub formă de cuante, la absorbţia acesteia, în acelaşi mod.

Astfel, Einstein consideră că energia luminoasă este emisă, se propagă şi este absorbită sub forma cuantelor de energie, transportate de particule denumite de el *fotoni*. Fiecare foton posedă o energie de valoare:

$$\boxed{\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}} \qquad (12.\ 3)$$

Astfel, schimbul de energie între radiaţia luminoasă şi substanţă sunt discontinue şi nu se fac decât în cantităţi finite, egale cu multipli întregi ai unei cuante.

Fotonul se mişcă cu viteza luminii, astfel încât putem scrie:

$$h\nu = mc^2 \;\Rightarrow\; m = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{\lambda c} \;;\; p = mc = \frac{h}{\lambda}$$

$$\boxed{p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{c}} \qquad (12.\ 4)$$

unde m este masa fotonului în mişcare.

Masa de repaus a fotonului ar trebui să fie:

$$m_0 = m \cdot \sqrt{1 - \frac{c^2}{c^2}} = 0$$

Interpretarea fizică a acestui fapt este aceea că fotonul este o particulă ce nu poate exista decât în mişcare cu viteza luminii (masa sa la această viteză are o valoare finită). El nu poate fi frânat la viteze mai mici, adică nu poate ceda parţial energie. El cedează întrega sa energie printr-un act unic, instantaneu, fiind în acest fel absorbit complet în sistemul care I-a preluat energia.

Pe baza acestui nou concept, Einstein a reuşit să explice uşor legile efectului fotoelectric. Astfel, prima lege este evidentă, ţinând cont că fotonul absorbit de electron cedează întreaga sa energie printr-un act unic, instantaneu.

Electronii emişi de metale prin efect fotoelectric provin dintre electronii de conducţie ai acestuia. Se ştie că structura metalică este alcătuită din ioni aflaţi în poziţii fixe (nodurile reţelei) şi electronii de valenţă, liberi să se mişte în întreaga reţea. Aceşti electroni, care determină proprietăţile de conducţie ale metalului, nu sunt complet liberi, ci interacţionează între ei şi cu ionii din reţea. Dacă un electron tinde să iasă din metal, forţele determinate de aceste interacţiuni îl atrag, împiedicîndu-l să iasă. Pentru ca electronul să poată părăsi metalul, el are nevoie de o energie suplimentară, necesară învingerii atracţiei reţelei. Valoarea medie a acestei energii, numite *energie (lucru mecanic) de extracţie*, L_{extr}, este caracteristică fiecărui metal, depinzând deci de natura acestuia.

Existenţa acestei energii de extracţie, cu valoare strict determinată pentru fiecare metal, explică de ce efectul fotoelectric nu se produce decât peste pragul roşu. Astfel, dacă electronul absoarbe energia fotonului, pentru ca el să părăsească metalul, acesată energie trebuie să fie cel puţin egală cu energia de extracţie, adică: $h\nu \geq L_{extr}$. La limită, $h\nu_0 = L_{extr}$, deci frecvenţa de prag are valoarea:

$$\nu_0 = \frac{L_{extr}}{h} \qquad (12.5)$$

Rezultă clar, din relaţia (12.5), că frecvenţa de prag depinde de natura materialului electronoemisiv, prin intermediul lucrului mecanic de extracţie.

Pentru explicarea celei de-a treia legi, să considerăm că pe catod cad n fotoni în unitatea de timp, energia fiecăruia fiind $h\nu$. Fluxul energetic al fotonilor incidenţi este:

$$\Phi = nh\nu$$

Dintre cei n fotoni, numai $\eta \cdot n$ ($\eta < 1$ se numeşte *randament cuantic*) vor duce la emisia a câte un electron. Intensitatea curentului de saturaţie este atunci egală cu:

$$I_s = \eta ne$$

Din cele două relaţii, rezultă:

$$I_s = \frac{\Phi \eta e}{h\nu}$$

ceea ce arată că intensitatea curentului de saturaţie este într-adevăr proporţională cu fluxul radiaţiei incidente.

Să considerăm acum un foton de energie $\varepsilon > h\nu_0$. Aplicând legea conservării energiei în procesul absorbţiei acestui foton de către un electron, rezultă că energia iniţială a fotonului se regăseşte în final, pe de o parte în lucrul mecanic efectuat pentru extracţia electronului din metal şi, pe de altă parte, sub forma energiei cinetice a electronului emis:

$$h\nu = L_{extr} + \frac{mv_{max}^2}{2} \qquad (12.6)$$

Relaţia de mai sus confirmă legea a patra a efectului fotoelectric extern. Ţinând cont de relaţia (12.2), rezultă că:

$$h\nu = L_{extr} + eU_s$$

Ţinând cont şi de relaţia (12.5), relaţia de mai sus se poate scrie:

$$U_s = \frac{h}{e} \cdot \nu + \frac{h}{e} \cdot \nu_0$$

Determinarea pantei dreptei reprezentând grafic funcţia $U_s = f(\nu)$ a permis fizicianului R.A. Millikan să determine în 1916 valoarea constantei lui Planck, h.

12.2. Efectul Compton

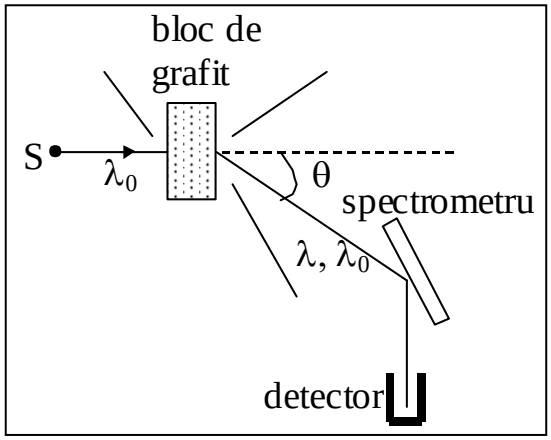


Figura 12. 4

Efectul Compton[1] este fenomenul în care aspectul fotonic al luminii se manifestă cel mai pregnant.

Să considerăm următoarea experienţă: un fascicul de raze X, paralel, monocromatic, de lungime de undă λ_0, cade pe un bloc de grafit (figura 12.4). Radiaţiile sunt difuzate în toate direcţiile. Analiza acestor radiaţii într-o direcţie dată arată prezenţa, pe lângă radiaţia de lungime de undă λ_0, a unei radiaţii de lungime de undă mai mare, λ; diferenţa $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ creşte cu creşterea unghiului de deviaţie, θ, faţă de direcţia iniţială, dar nu depinde de lungimea de undă a radiaţiei incidente.

Teoria ondulatorie a luminii se dovedeşte complet incapabilă să explice fenomenul, ea prevăzând efectiv că radiaţiile incidente şi emergente difuzate au aceeaşi lungime de undă.

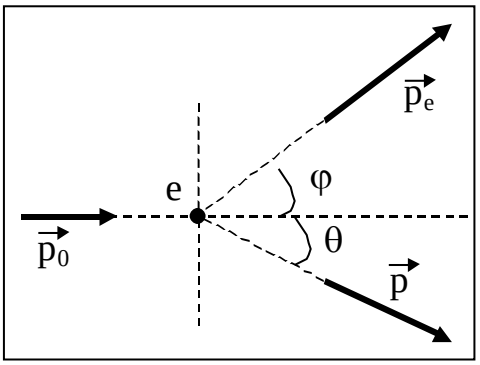


Figura 12. 5

Interpretarea fenomenului a fost dată de Compton pe baza teoriei fotonice a luminii, considerându-l ca o interacţiune dintre un foton şi un electron slab legat de un atom al ţintei, adică o ciocnire dintre două particule formând un sistem izolat şi verificând legile de conservare a impulsului şi energiei totale (figura 12.5):

[1] Arthur Holly Compton (1892 – 1962) – fizician american, laureat al premiului Nobel (1927), pentru descoperirea, în 1923 şi expplicarea fenomenului care îi poartă numele (efect Compton)

$$\begin{cases} \vec{p}_0 = \vec{p} + \vec{p}_e \\ \varepsilon_0 + mc^2 = \varepsilon + \sqrt{m^2 \cdot c^4 + p_e^2 \cdot c^2} \end{cases} \qquad (12.\ 7)$$

unde $p_0 = \frac{h}{\lambda_0}$ este impulsul fotonului incident, $p = \frac{c}{\lambda}$ este impulsul fotonului difuzat, p_e este impulsul electronului după interacţie (iniţial, el este considerat în repaus), $\varepsilon_0 = \frac{hc}{\lambda_0}$ este energia fotonului incident, $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$ este energia fotonului difuzat, $m \cdot c^2$ este energia de repaus a electronului (m – masa sa de repaus) iar $\sqrt{m^2 \cdot c^4 + p_e^2 \cdot c^2}$ este energia electronului după interacţiune.

Scriind scalar conservarea impulsului şi ţinând seama de expresiile mărimilor care intervin în cele două relaţii ale sistemului, acesta se rescrie astfel:

$$\begin{cases} \left(\frac{h}{\lambda_0}\right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 - \frac{2h^2}{\lambda \cdot \lambda_0} \cdot \cos\theta = p_e^2 \\ \frac{hc}{\lambda_0} + mc^2 = \frac{hc}{\lambda} + \sqrt{m^2 \cdot c^4 + p_e^2 \cdot c^2} \end{cases} \qquad (12.\ 8)$$

Eliminând impulsul electronului din cele două relaţii din sistemul (12.8), se obţine:

$$\boxed{\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{mc} \cdot (1 - \cos\theta) = \lambda_C \cdot (1 - \cos\theta)} \qquad (12.\ 9)$$

Efectul Compton este comparabil cu efectul fotoelectric extern, care se interpretează de asemenea ca o ciocnire dintre un foton şi un electron. Totuşi, sunt unele deosebiri esenţiale între cele două fenomene, decurgând din faptul că, în timp ce electronul în cazul efectului fotoelectric este un electron legat de reţeaua metalică, în cazul efectului Compton electronul este liber. Ca urmare, în cazul efectului Compton nu poate avea loc absorbţia totală a

energiei fotonului. Acesta transferă energia maximă atunci când $\theta = \pi$, $\Delta\lambda$ fiind atunci maximă (retrodifuzie). Un electron liber nu poate deci absorbi total un foton fără a reemite un foton difuzat (de energie mai mică). În efectul fotoelectric, electronul nu este liber ci aparţine reţelei metalice. În aceste condiţii, devine posibilă absorbţia totală a fotonului, energia acestuia repartizându-se între electron şi reţea.

Pe de altă parte, radiaţiile a căror lungime de undă nu s-a modificat după difuzie corespund ciocnirilor elastice dintre fotoni şi electronii strâns legaţi, din straturile electronice interioare ale atomilor.

12.3. Natura luminii

Natura luminii a constituit o problemă importantă încă din perioada antichităţii, când mulţi dintre gânditorii vremii, dintre care merită să-l amintim aici în primul rând pe Aristotel, s-au aplecat asupra ei, încercând să-i desluşească tainele.

Dar cel ce a formulat prima teorie asupra naturii luminii care reprezintă mai mult decât o simplă supoziţie, a fost marele fizician al secolului al XVII-lea, Isaac Newton. Acesta a elaborat aşa-numita *teorie a emanaţiei*, conform căreia lumina este alcătuită din mici particule (atât de mici încât nu le putem vedea), numite de el *corpusculi*, care se propagă sub formă de fascicule prin diferite medii, interacţionând cu particulele constituente ale acestora prin ciocniri care respectă legile mecanicii clasice.

Pe baza acestei teorii, Newton a reuşit să demonstreze legile de bază ale opticii geometrice, adică legile reflexiei şi refracţiei luminii şi se părea că aceasta este calea pe care trebuie mers pentru a explica şi celelalte fenomene optice.

Dar nu a fost aşa. Contemporanul lui Newton, Huygens[1], a reuşit şi el să demonstreze legile reflexiei şi refracţiei luminii, pornind de la o concepţie cu totul opusă şi anume teoria ondulatorie a luminii, care consideră că aceasta reprezintă o perturbaţie care se propagă sub forma unei unde în mediul de propagare.

Cele două concepţii sunt diametral opuse, pentru că, din punctul de vedere al mecanicii, ele se exclud reciproc (să amintim aici doar faptul că, în timp ce un flux de particule însemnă un transport de masă, unda nu presupune nicidecum un astfel de transport; pe de altă parte, o particulă este ceva foarte bine localizat în spaţiu, pe când unda are o întindere spaţială şi temporală infinită).

Cu atât mai mult a părut surprinzător faptul că, pornind de pe aceste poziţii contrare, se pot demostra aceleaşi legi, dar faptul a fost considerat doar o întâmplare şi a fost dat repede uitării când s-a constatat că, în timp ce teoria ondulatorie era capabilă să explice noi fenomene, descoperite ulterior (birefringenţa, interferenţa, difracţia), teoria corpusculară nu mai reuşea acest lucru. Meritul cel mai mare în perfecţionarea teoriei ondulatorii a luminii şi în explicarea fenomenelor pe care acum le încadrăm în aşa-numita optică ondulatorie îi revine lui Fresnel[2], alături de care însă mulţi alţi fizicieni şi-au adus diferite contribuţii.

Totul părea definitiv tranşat în favoarea teoriei ondulatorii a luminii, odată cu elaborarea teoriei electromagnetice de către Maxwell[3], din care rezulta clar că lumina este o undă electromagnetică.

[1] Christiaan Huygens (1629 – 1695), fizician, matematician şi astronom olandez .
[2] Augustin Jean Fresnel (1788 – 1827), fizician francez.
[3] James Clerk Maxwell (1831 – 1879), fizician englez,, avînd importante contribuţii în domeniul teoriei cinetice a gazelor şi al electromagnetismului.

Au fost însă descoperite noi fenomene (efectul fotoelectric şi mai târziu, efectul Compton şi generarea de perechi electron-pozitron), încadrate în aşa-numita optică fotonică, fenomene care, adăugate la problemele legate de radiaţia corpului negru şi, în general, de emisia luminii, au dus la "redescoperirea" teoriei corpusculare, pentru că, de data aceasta teoria ondulatorie s-a dovedit incapabilă să le explice.

Primul pas a fost făcut de către Max Planck, cu a sa "teorie a cuantelor" de lumină prin care a reuşit să explice legile radiaţiei corpului negru. Restul a fost completat de Einstein, care a introdus conceptul de foton, ca particulă constituentă a luminii, caracterizată de mărimile energie şi impuls date de expresiile:

$$\varepsilon = h \cdot \nu \quad ; \quad p = \frac{h}{\lambda} \tag{12. 10}$$

Este firesc acum să ne punem întrebarea: ce este lumina ? Pentru că, iată, sunt fenomene care pot fi explicate atât pe baza teoriei corpusculare, cât şi a celei ondulatorii, altele care pot fi explicate doar în cadrul teoriei ondulatorii şi o altă categorie, a fenomenelor ce pot fi explicate doar în cadrul teoriei corpusculare.

În primul rând, analizînd relaţiile (12.10), trebuie să observăm că, deşi este vorba de energie şi impuls, mărimi caracteristice corpusculilor, ele conţin în expresiile lor frecvenţa şi lungimea de undă, mărimi caracteristice undelor. Acest lucru este evident, atât timp cât lumina arată a avea atât aspecte ondulatorii, cât şi corpusculare.

Ce este deci lumina ? Evident, ea nu este nici undă, nici flux de particule (corpusculi) în sensul clasic al termenilor, întrucât aceştia se exclud reciproc: ceva este ori undă ori flux de particule.

Răspunsul complet cu privire la naturii luminii a fost dat în cadrul teoriei cuantice, care arată că particulele cuantice se manifestă (în funcţie de procesul pe care îl suferă) uneori ca particule, alteori ondulatoriu, dar aceasta este doar o modalitate (din lipsa unui limbaj mai adecvat) de a descrie ceva ce nu este nici undă nici corpuscul în sensul clasic.

Electrodinamica cuantică concepe lumina ca un flux de fotoni, particule cu comportament "probabilistic". De exemplu, când un flux de fotoni cade pe suprafaţa de separare dintre două medii optice diferite, unii dintre aceştia se vor întoarce în mediu din care au venit (lumina reflectată), alţii vor trece în cel de-al doilea mediu (lumină refractată). Nu putem spune însă ce va face un anume un foton, ci numai cu ce probabilitate se va comporta el într-un fel sau altul. Această probabilitate este proporţională cu pătratul amplitudinii funcţiei de undă a "undei luminoase" care suferă fenomenul respectiv.

Dacă examinăm diferitele procese elementare de interacţie dintre radiaţia electromagnetică şi mediul de propagare, constatăm că ele constau din emisia sau absorbţia fotonilor, însoţite de tranziţii cuantice ale electronilor din substanţă. Astfel, procesele se pot deosebi (clasifica) în funcţie de numărul de fotoni care intervin.

1. **Procese cu un un foton**. Astfel de procese sunt absorbţia unui foton, emisia spontană sau emisia stimulată a unui foton. În toate cazurile, diferenţa energiilor celor două niveluri energetice între care are loc tranziţia este egală cu energia fotonului ($h\nu = E_f - E_i$).
2. **Procese cu doi fotoni**. Aceste procese presupun existenţa unei stări energetice intermediare între cea iniţială şi cea finală. Astfel, se pot deosebi:
   - absorbţia succesivă a doi fotoni;

- emisia succesivă a doi fotoni; este procesul invers celui anterior; în ambele cazuri, se respectă relaţia: $2h\nu = E_f - E_i$
- difuzia Raman, care constă în absorbţia unui foton de energie mai mare ($h\nu_1$) şi emisia unuia de energie mai mică ($h\nu_2 < h\nu_1$) sau, dimpotrivă, a unui foton de energie mai mică ($h\nu_1$) şi emisia unuia de energie mai mare ($h\nu_2 > h\nu_1$); este valabilă relaţia: $h\nu_1 - h\nu_2 = E_f - E_I$
- difuzia Rayleigh (difuzia coerentă), care constă în absorbţia unui foton şi emisia altuia, de energie egală cu a celui absorbit ($h\nu_1 = h\nu_2$). În acest caz nu se produce o tranziţie energetică.

3. **Procese cu mai mulţi fotoni**. Aceste procese presupun existenţa mai multor stări energetice intermediare între cea iniţială şi cea finală între care are loc tranziţia. Ele pot fi:
   - difuzii Raman cu mai mulţi fotoni;
   - procese coerente (în care nu are loc o tranziţie energetică); acestea, la rândul lor pot fi de două feluri:
     a) generare parametrică: proces de transformare a unei radiaţii de frecvenţă ν în două (sau mai multe) radiaţii de frecvenţe ν_1, ν_2 … ($\nu = \nu_1 + \nu_2 + \ldots$)
     b) generarea armonicilor: proces de absorbţie a n fotoni de energii egale şi emisia unuia cu energia (şi frecvenţa) egală cu de n ori energia unuia din fotonii absorbiţi $\nu = n \cdot \nu_1$

Să considerăm acum procesul emisiei unui foton de către un electron. Se poate arăta uşor că, dacă electronul se află în repaus, un astfel de proces nu ar putea respecta simultan legile conservării energiei şi impulsului, ceea ce

înseamnă că un electron în repaus (ca şi atunci când se află în mişcare rectilinie şi uniformă) nu poate emite un foton.

Putem să considerăm că acest proces poate avea totuşi loc virtual, în condiţia ca tranziţia să nu dureze decât cel mult un interval de timp[1] egal cu:

$$\tau = \frac{\hbar}{E_f - E_i} \cong \frac{\hbar}{h\nu} = \frac{1}{2\pi\nu}$$

În acest timp, virtual, electronul poate emite un foton care parcurge distanţa:

$$c\tau = \frac{c}{2\pi\tau} = \frac{\lambda}{2\pi}$$

Dacă un al doilea electron se găseşte la distanţă mai mică decât aceasta faţă de primul electron, el poate absorbi acest foton, restabilind astfel conservarea energiei.

Spunem că cei doi electroni au schimbat un foton virtual. Se poate arăta că interacţiunea dintre doi electroni (două sarcini electrice oarecari) se face tocmai prin acest schimb de fotoni virtuali.

Când doi electroni sunt situaţi la o distanţă r, ei nu pot schimba decât fotoni virtuali de lungime de undă superioară valorii $2\pi r$. Cu cât mai mare este distanţa dintre cei doi electroni, cu atât deci aceştia pot schimba un număr mai mic de fotoni virtuali. Interacţiile electromagnetice descresc deci cu distanţa. Se poate înţelege de asemenea destul de uşor de ce interacţiunea electromagnetică este o interacţiune la distanţă: într-adevăr, oricât de depărtaţi ar fi cei doi electroni, ei pot totuşi schimba fotoni de lungime de undă suficient de mare, fapt datorat situaţiei că masa fotonului fiind nulă, energia şi, în consecinţă, frecvenţa fotonului pot fi oricât de mici, deci lungimea de undă oricât de mare. Nu acelaşi lucru se întâmplă în cazul interacţiunilor nucleare

[1] Interval dedus din relaţia de incertitudine a lui Heisemberg: $\Delta E \cdot \Delta\tau \geq \hbar$.

dintre doi nucleoni, care au loc prin schimbul virtual de mezoni, cu masă de repaus diferită de zero şi cu viteze sub cea a luminii, ceea ce determină faptul că interacţiunile nucleare sunt interacţiuni pe distanţă scurtă.

Considerând din nou situaţia electronului aflat în mişcare rectilinie şi uniformă şi care emite un foton virtual, să presupunem acum că nu există al doilea electron care să absoarbă acest foton. Acest fapt nu este posibil decât dacă fotonul virtual emis este reabsorbit de electronul care l-a emis. Altfel spus, dacă un electron este complet izolat, trebuie să ni-l reprezentăm ca emiţând şi absorbind continuu fotoni virtuali.

Din punctul de vedere al interacţiunilor electromagnetice, se spune că electronul nu este "gol" ci "îmbrăcat" de un nor de fotoni virtuali.

Prezenţa norilor de fotoni virtuali în jurul electronului modifică proprietăţile acestuia; se modifică energia lui şi, în consecinţă, masa: electronul "gol", în deplasarea sa, antrenează cu el norul său de fotoni virtuali, care posedă o anumită energie şi, în consecinţă, o anumită inerţie. Diferenţa dintre energia electronului "îmbrăcat" şi cea a electronului "gol" se numeşte *self-energia* electronului.

Dacă electronul efectuează o mişcare curbilinie, cum este cazul când el descrie o orbită într-un atom, el continuă să emită fotoni virtuali dar norul acestora se modifică în funcţie de orbita respectivă. Acest lucru este datorat faptului că, între emisia şi absorbţia unui foton virtual, electronul are timp să descrie o porţiune de traiectorie şi că efectul curburii acesteia se poate face simţit, cu o eficacitate diferită de la o traiectorie la alta. Ca urmare, self-energia electronului se modifică de la o orbită la alta, ceea ce implică o mică modificare a nivelurilor energetice, calculate pornind de la ecuaţia Dirac. Faptul a fost confirmat experimental de către Lamb (1947) care a descoperit efectul numit "Lamb shift". Acest efect constă în faptul că, deşi teoria lui Dirac

prevede aceeaşi energie pentru stările 2 $s_{½}$ şi 2 $p_{½}$ ale atomului de H, în realitate cele două stări sunt departajate de o energie cu valoarea de aproximativ $4{,}4 \cdot 10^{-6}$ eV.

12.4. Emisia stimulată a radiaţiei electromagnetice. Laseri

Una dintre descoperirile de o deosebită importanţă, cu aplicaţii în multe domenii de activitate, este *laserul*, care a fost realizat în anul 1960 de către Maiman (laserul cu rubin), apoi în 1961 de către Javan (laserul cu He-Ne), în anul 1962 fiind pus la punct şi în ţara noastră, la Institutul de Fizică Atomică, de un colectiv condus de profesorul Agârbiceanu.

Termenul de LASER este acronimul cuvintelor în limba engleză: *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*[1], şi ne arată că aceste dispozitive permit fie amplificarea, fie generarea şi amplificarea radiaţiei luminoase, pe baza procesului de emisie stimulată.

Primele dispozitive de generare şi amplificare a radiaţiei au fost realizate în anul 1954 de către Gordon, Zeiger şi Townes în S.U.A. şi de către Basov şi Prohorov în Rusia[2]. Acestea au fost dispozitive de tip MASER (Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation).

12.4.1. Absorbţia, emisia spontană şi emisia stimulată a radiaţiei

Pentru a explica modul de emisie a radiaţiei laser, vom face o descriere sumară a fenomenelor, bazându-ne pe ideile dezvoltate încă din 1916 de către Einstein, cu privire la emisia şi absorbţia radiaţiei electromagnetice în sisteme cuantice.

[1] Amplificarea luminii prin emisie stomulată a radiaţiei
[2] Pentru contribuţiile lor deosebite în acest domeniu, fizicienii C.H. Townes, N.G. Basov şi A.M. Prohorov au primit premiul Nobel în 1964.

Să considerăm un sistem alcătuit din atomi identici, aflat într-o incintă, în echilibru termodinamic la temperatura T; atomii sunt consideraţi independenţi (nu interacţionează reciproc), dar sistemul interacţionează cu radiaţia termică de echilibru din interiorul incintei, cu care este în echilibru.

Pentru simplificare, considerăm două niveluri energetice atomice nedegenerate, cărora le corespund energiile W_n şi W_m ($W_n < W_m$), respectiv stările cuantice caracterizate prin numerele cuantice n şi m, pe care le vom numi starea n, fundamentală şi starea m, excitată.

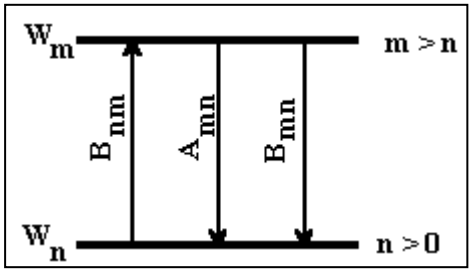


Figura 12. 6

Un atom aflat în starea **n** poate absorbi radiaţie cu frecvenţa ν_{mn} (un foton de energie $h\cdot\nu_{mn}$) trecând în starea **m**, în timp ce un atom aflat în starea **m**, la trecerea în starea **n**, va emite radiaţie cu frecvenţa ν_{mn}.

La echilibru, radiaţia emisă şi cea absorbită de sistemul de atomi sunt identice, energia şi frecvenţa fotonului emis sau absorbit fiind şi ele identice:

$$h\cdot\nu_{mn} = W_m - W_n \qquad (12.\ 11)$$

Deci tranziţiile din starea n în starea m au loc prin absorbţia radiaţiei electromagnetice. Tranziţiile în sens invers au loc pe două căi. O primă cale este aceea a *tranziţiilor spontane*. Orice sistem cuantic rămâne într-o stare excitată un timp limitat, după care el se dezexcită trecând în starea fundamentală, ca urmare a tendinţei generale de trecere într-o stare de echilibru, caracterizată de energie minimă. Acest fenomen se întâmplă şi cu atomii excitaţi. Probabilitatea de dezexcitare a unui atom în unitatea de timp este dată de expresia:

$$p = -\frac{1}{N}\cdot\frac{dN}{dt} \qquad (12.\ 12)$$

unde N este numărul atomilor aflaţi în stare excitată la momentul de timp t.

Din relaţia de mai sus, rezultă:

$dN = N \cdot p \cdot dt$, care, prin integrare de la momentul iniţial ($t_0 = 0$) până la momentul t, ne dă:

$$N = N_0 \cdot e^{-p \cdot t} \qquad (12.\ 13)$$

Acest lucru înseamnă că numărul atomilor aflaţi în stare excitată scade exponenţial în timp ca urmare a dezexcitărilor spontane.

Timpul de viaţă mediu în starea excitată este dat de:

$$\tau = \frac{1}{N_0} \cdot \int_0^{\infty} tpN \cdot dt = \frac{1}{p} \qquad (12.\ 14)$$

Atunci, relaţia (12.13) se mai scrie:

$$N = N_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (12.\ 15)$$

Pentru majoritatea stărilor excitate, timpul de viaţă mediu este de ordinul a $10^{-8} \div 10^{-10}$ s, dar există anumite stări, numite *stări metastabile*, pentru care timpul de viaţă mediu este mult mai mare (comparativ cu cel al stărilor normale), de ordinul a $10^{-4} \div 10^{-5}$ s. Importanţa acestor stări metastabile se va vedea în mai departe.

Radiaţia emisă prin dezexcitări spontane nu poate avea intensităţi mari, deoarece doar o mică fracţiune din numărul total de atomi aflaţi în stare excitată se dezexcită la un moment dat. Pentru a obţine o intensitate mare, este necesar ca acest număr să fie mare, ceea ce se poate obţine prin *dezexcitarea stimulată*, proces prin care, în prezenta unei radiaţii exterioare de frecvenţă ν_{mn}, atomii sistemului se vor dezexcita toţi, practic în acelaşi moment de timp.

Pentru un sistem aflat în echilibru termodinamic la temperatura T, densitatea de energie a radiaţiei pe unitatea de interval de frecvenţă corespunzătoare frecvenţei de tranziţie, ν_{mn}, este:

$$\rho_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \cdot \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \qquad (12.\ 16)$$

Conform teoriei lui Einstein, probabilitatea de tranziţie din starea n în starea m în unitatea de timp (probabilitatea de absorbţie) este:

$$p_{nm} = B_{nm} \cdot \rho_\nu \qquad (12.\ 17)$$

iar probabilitatea de tranziţie din starea m în starea n în unitatea de timp (probabilitatea de emisie) este:

$$p_{mn} = A_{mn} + B_{mn} \cdot \rho_\nu \qquad (12.\ 18)$$

unde primul termen, A_{mn}, corespunde emisiei spontane iar al doilea emisiei stimulate.

La echilibru termodinamic, numărul mediu de atomi aflaţi în stările n respectiv m este dat de distribuţia Boltzmann:

$$N_n = C \cdot e^{-\frac{W_n}{kT}} \quad ; \quad N_m = C \cdot e^{-\frac{W_m}{kT}}$$

Prin împărţirea celor două relaţii, se obţine:

$$N_m = N_n \cdot e^{-\frac{W_m - W_n}{kT}} = N_n \cdot e^{-\frac{h \cdot \nu_{mn}}{kT}} \qquad (12.\ 19)$$

unde k este constanta lui Boltzmann.

Condiţia de echilibru termodinamic se exprimă prin faptul că numărul de tranziţii în unitatea de timp din starea n în starea m este egal cu numărul de tranziţii în unitatea de timp din starea m în starea n:

$$p_{nm} \cdot N_n = p_{mn} \cdot N_m \quad \Leftrightarrow \quad B_{nm} \cdot N_n = (A_{mn} + B_{mn} \cdot \rho_\nu) \cdot N_m \qquad (12.\ 20)$$

Coeficienţii A_{mn}, B_{mn} şi B_{nm} poartă numele de *coeficienţii lui Einstein* pentru emisia spontană, respectiv pentru emisia sau absorbţia indusă (stimulată) .

Din relaţiile (12.19) şi (12.20), rezultă:

$$\rho_\nu = \frac{A_{mn} \cdot e^{-\frac{h\nu}{kT}}}{B_{nm} - B_{mn} \cdot e^{-\frac{h\nu}{kT}}} \qquad (12.\ 21)$$

Expresiile (12.16) şi (12.21) ale lui ρ_ν coincid numai dacă

$$B_{mn} = B_{nm} \qquad (12.\ 22)$$

şi

$$A_{mn} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot B_{mn} \qquad (12.\ 23)$$

12.4.2. Inversia populaţiilor; efectul LASER

În conformitate cu teoria lui Einstein, energia radiaţiei absorbite în intervalul de timp dt de către sistemul de atomi în mediul utilizat este:

$$dW_a = N_n \cdot B_{nm} \cdot \rho(\nu_{nm}) \cdot h\nu_{nm} \cdot dt \qquad (12.\ 24)$$

Energia radiaţiei emise spontan în acelaşi interval de timp este:

$$dW_s = N_m \cdot A_{mn} \cdot h\nu_{mn} \cdot dt \qquad (12.\ 25)$$

iar energia radiaţiei emise stimulat (indus) este:

$$dW_i = N_m \cdot B_{mn} \cdot \rho(\nu_{mn}) \cdot h\nu_{mn} \cdot dt \qquad (12.\ 26)$$

Pentru a obţine amplificarea radiaţiei, este necesar ca energia radiaţiei emise să depăşească pe cea a radiaţiei absorbite, adică:

$$dW = (N_m - N_n) \cdot B_{mn} \cdot \rho(\nu_{mn}) \cdot h\nu_{mn} \cdot dt + N_m \cdot A_{mn} \cdot h\nu_{mn} \cdot dt > 0 \qquad (12.\ 27)$$

Satisfacerea relaţiei de mai sus impune condiţia:

$$N_m - N_n > 0 \qquad (12.\ 28)$$

adică numărul de atomi aflaţi în starea de energie superioară trebuie să-l depăşească pe cel al atomilor aflaţi în starea de energie inferioară.

Condiţia (12.28) nu poate fi satisfăcută în mod natural. În conformitate cu relaţia (12.19), la echilibru termic, numărul atomilor aflaţi într-o stare de

energie superioară este mai mic decât cel al atomilor aflaţi într-o stare de energie mai mică.

Realizarea amplificării, adică îndeplinirea condiţiei (12.28), care poartă numele de *inversie de populaţie* între nivelurile energetice considerate, implică următorul aspect: exprimând temperatura absolută din relaţia (12.19), obţinem relaţia:

$$T = -\frac{W_m - W_n}{k \cdot \ln \frac{N_m}{N_n}} \qquad (12.29)$$

Cum $W_m > W_n$, dacă se realizează inversia de populaţie, adică dacă $N_m > N_n$, rezultă că $T < 0$. Din punct de vedere termodinamic, acest rezultat nu are sens, pentru că temperatura, definită termodinamic numai pentru stări de echilibru, nu poate avea valori negative. Interpretarea poate fi făcută însă în cadrul fizicii statistice, în cadrul căreia această situaţie, de temperatură absolută negativă, corespunde unei stări de neechilibru. Este evident atunci că inversia populaţiilor nu poate fi obţinută decât prin factori exteriori sistemului. Un astfel de mediu, în care, prin intermediul unor factori exteriori, s-a realizat inversia populaţiilor între două niveluri energetice, se numeşte *mediu activ laser*.

Am văzut deci că, pentru a obţine o amplificare a radiaţiei electromagnetice, trebuie realizată emisia stimulată a radiaţiei într-un mediu în care s-a realizat inversia de populaţie (mediu activ).

Efectul laser constă în amplificarea sau generarea radiaţiei electromagnetice pe baza procesului de emisie stimulată într-un mediu în care s-a realizat inversia populaţiilor.

Mediul activ este situat într-o incintă special construită, numită *cavitate de rezonanţă*. Aceasta este formată din două suprafeţe plane sau sferice,

puternic reflectătoare (coeficient de reflexie ≈ 98 %), aşezate la o distanţă de ordinul decimetrilor una faţă de alta (figura 12.7)

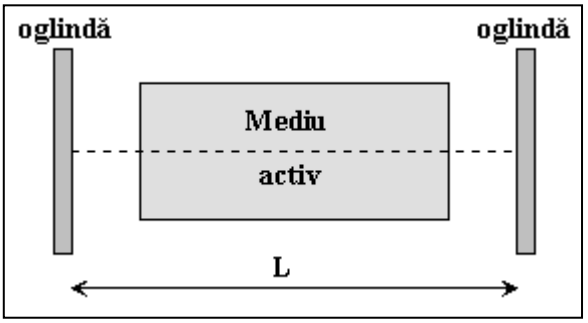


Figura 12. 7

Dacă, printr-un mijloc oarecare, a fost realizată inversia de populaţie şi asupra mediului activ se trimite în lungul axei cavităţii o radiaţie de frecvenţă ν_{nm}, aceasta va produce emisia stimulată prin dezexcitări între nivelurile m şi n, astfel că fiecărui foton stimulator îi va corespunde un foton emis, procesul desfăşurându-se în lanţ. Ia naştere în acest fel un mare flux de fotoni, cu aceeaşi frecvenţă, ν_{nm}, ca şi a radiaţiei incidente. În aceste condiţii, laserul funcţionează ca *amplificator de radiaţie*.

În general, se mai urmăreşte şi îndeplinirea altei condiţii şi anume emisia spontană să fie neglijabilă, ceea ce se poate realiza prin mărirea peste o valoare, numită *densitate energetică de prag*, a densităţii radiaţiei stimulatoare incidente, ρ_ν.

Pentru ca laserul să funcţioneze ca *generator şi amplificator de radiaţie*, condiţia (12.28) nu mai este suficientă. Este necesară o anumită diferenţă între numerele de atomi de pe nivelurile m şi n, astfel ca oscilaţia în cavitate să poată fi amorsată, deoarece în cavitate se produc pierderi de radiaţie prin diferite fenomene, cum sunt difracţia la marginile oglinzilor şi reflexia pe acestea, difuzia în mediul activ etc. Se cere, în acest caz, îndeplinită următoarea condiţie, între puterile de absorbţie, P_a, de emisie stimulată, P_i şi disipată, P_d:

$$P_i \geq P_a + P_d \qquad (12.30)$$

P_d are expresia:

$$P_d = \frac{n_0 \cdot h\nu_{mn}}{\tau} \cdot V \qquad (12.\ 31)$$

unde V este volumul cavităţii, n_0 - numărul de fotoni disipaţi în unitatea de volum, τ - timpul de existenţă a radiaţiei în cavitate.

Dacă lărgimea liniei spectrale a radiaţiei laser emise este $\Delta\nu$, putem scrie:

$$n_0 \cdot h\nu_{mn} = \rho(\nu_{mn}) \cdot \Delta\nu \qquad (12.\ 32)$$

Introducem *factorul de calitate*, Q, al cavităţii, definit prin relaţia:

$$Q = 2\pi \cdot \nu_{mn} \cdot \tau \qquad (12.\ 33)$$

Atunci, utilizând relaţiile (2.19) - (2.23), relaţia (2.18) devine:

$$N_m - N_n \geq \frac{2\pi \cdot \Delta\nu \cdot V}{h \cdot Q \cdot B_{mn}} \qquad (12.\ 34)$$

Aceasta reprezintă aşa-numita *condiţie de autooscilaţie* sau *condiţie de prag*. Ea este net diferită de condiţia (12.28) şi arată că, pentru generarea şi amplificarea radiaţiei în cavitatea rezonantă, nu este suficient numai să realizăm inversia de populaţie, ci trebuie realizat un asemenea nivel al acesteia, încât să fie atins pragul de oscilaţie, adică să fie satisfăcută condiţia (12.34).

În aceste condiţii, dacă un atom din mediul activ aflat în starea energetică superioară emite un foton în mod spontan şi dacă acesta se propagă în lungul axului cavităţii, va lua naştere un flux de fotoni, în mod analog cazului descris anterior pentru funcţionarea laserului ca amplificator. Acest flux de fotoni va fi reflectat înapoi în mediu de una din oglinzile cavităţii, fiind din nou amplificat, va fi reflectat de cealaltă oglindă, din nou amplificat, şi aşa mai departe, astfel că, după un număr mare de asemenea parcursuri prin mediul activ, va rezulta o undă laser foarte intensă.

Prin trecerile luminii între cele două oglinzi, se formează un sistem de unde staţionare pentru undele care prezintă o anumită relaţie de fază. O asemenea relaţie de fază este îndeplinită numai de radiaţia cu o frecvenţă dată, ceea ce înseamnă că pot exista în cavitate numai acele unde care îndeplinesc condiţia indicată. Ele corespund aşa-numitelor *moduri longitudinale de oscilaţie* ale cavităţii, un mod de oscilaţie fiind definit ca o distribuţie de câmp care se autoreproduce în distribuţie spaţială şi în fază şi nu şi în amplitudine, datorită pierderilor menţionate, care fac ca un mod dat să aibă un timp de viaţă, τ, definit ca timpul după care amplitudinea scade de e ori faţă de valoarea sa iniţială.

Dacă Δt este timpul în care lumina parcurge distanţa 2L, v - viteza luminii în mediul activ, n - indicele de refracţie al acestuia şi T_q - perioada undei luminoase, atunci:

$$2L = v \cdot \Delta t = \frac{c}{n} \cdot q \cdot T_q = q \cdot \frac{c}{n \cdot \nu_q}$$

adică frecvenţa modului de ordin q va fi:

$$\nu_q = q \cdot \frac{c}{2nL} \qquad (12.\ 35)$$

iar separarea în frecvenţă, $\Delta\nu_r$, dintre două moduri consecutive este:

$$\Delta\nu_r = \frac{c}{2nL} \qquad (12.\ 36)$$

Desigur, o astfel de cavitate, pe lângă modurile longitudinale, comportă şi moduri transversale, care se propagă perpendicular pe axul cavităţii. Cum însă pereţii laterali ai incintei sunt transparenţi, aceste moduri nu joacă nici un rol în efectul laser.

12.4.3. Proprietăţile radiaţiei laser

A. MONOCROMATICITATEA

Această proprietate este determinată de însuşi procesul de amplificare din cavitate, de numărul de moduri pe care lucrează rezonatorul şi de inversia de populaţie realizată.

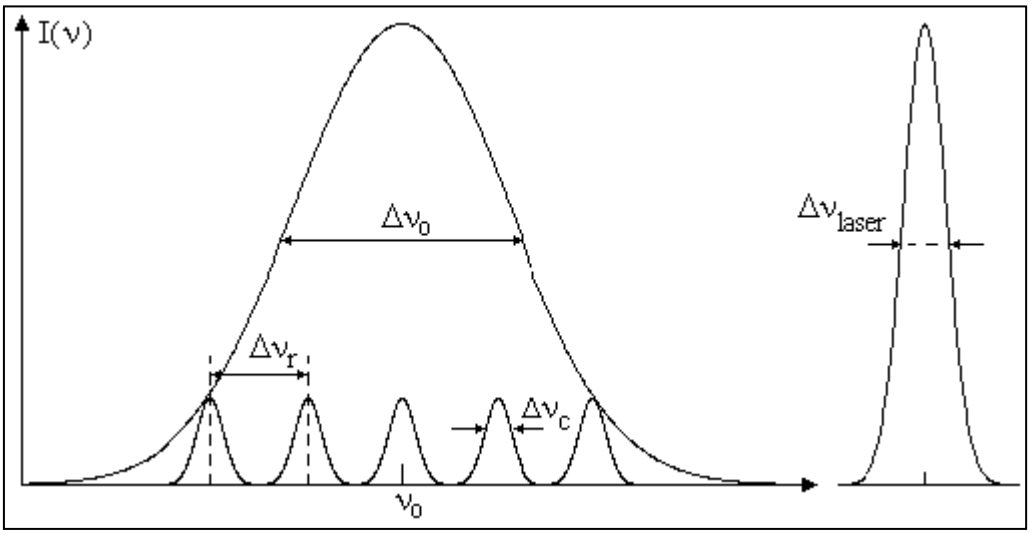


Figura 12. 8

Se calculează că numărul de moduri longitudinale care pot oscila într-o cavitate de dimensiuni normale este de ordinul 10^4. Nu toate sunt însă realizate în mod obişnuit; se produce ceea ce se numeşte *selecţia modurilor,* care se poate realiza pe diferite căi. Astfel, considerând profilul Doppler al liniei spectrale emise în mod spontan în cavitate (figura 12.8), în acest profil va intra un număr finit de moduri, corespunzător distanţei dintre ele, date de relaţia (12.36).

Cum însă energia undei luminoase în timpul amplificării este concentrată în special pe modurile centrale, rezultă că, pe această cale, naturală, sunt selectate numai câteva moduri, pe care va oscila cavitatea, eventual numai modul din centrul liniei Doppler, dacă se micşorează lungimea cavităţii astfel încât distanţa $\Delta\nu_r$ dintre moduri să devină de ordinul de mărime al lărgimii Doppler, $\Delta\nu_0$ (figura 12.9).

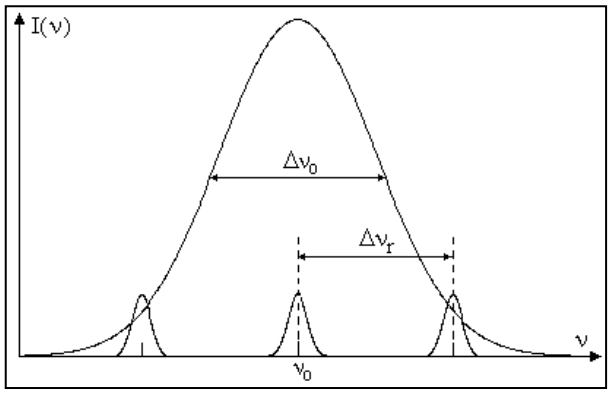


Figura 12. 9

Se calculează că, în cazul oscilaţiei cavităţii pe un singur mod, lărgimea liniei laser emise, $\Delta\nu_{laser}$, este dată de relaţia:

$$\Delta\nu_{laser} = \frac{2\pi(\Delta\nu_c)^2}{P} \cdot \frac{N_m \cdot h\nu_0}{N_m - N_n} \qquad (12.\ 37)$$

în care ν_0 este frecvenţa centrală a liniei Doppler, $\Delta\nu_c$ - lărgimea unui mod de cavitate (figura 12.9) iar P - puterea emisă în modul dat. Pentru laserul cu He-Ne, având lungimea L = 1 m, rezultă $\Delta\nu_r \approx 150$ MHz, $\Delta\nu_0 \approx 1$ Ghz şi, dacă P $\approx$ 1 mW se obţine $\Delta\nu_{laser} \approx 10^{-2}$ Hz. Se observă aşadar monocromaticitatea extrem de pronunţată a radiaţiei laser faţă de radiaţia Doppler emisă de sursele obişnuite ($\sim 10^{-17}$ faţă de $\sim 10^{-6}$).

În cazul când laserul lucrează pe mai multe moduri, monocromaticitatea va fi mai slabă, totuşi mult mai bună decât pentru sursele obişnuite.

B. <u>COERENŢA</u>

Conceptul de coerenţă este strâns legat de cel de monocromaticitate. În cazul surselor de lumină obişnuite, undele emise sunt în general necoerente,

deoarece două puncte diferite ale unei asemenea surse emit unde ale căror faze nu prezintă nici o corelaţie. Laserii reprezintă însă surse de lumină deosebite din acest punct de vedere. Procesul de amplificare prin emisie stimulată face ca toţi atomii excitaţi să emită în corelaţie de fază (de fapt, în fază), aşa încât lumina emisă prezintă un grad de coerenţă foarte ridicat. Timpul în care este emisă unda laser nu mai este echivalentul timpului de emisie spontană, Δt, deoarece această undă nu mai este emisă spontan ci stimulat. De aceea, în cazul laserului, timpul de coerenţă nu mai poate fi definit faţă de Δt sau $\Delta\nu_{spontan}$ adică, conform relaţiei de nedeterminare:

$$\Delta W \cdot \Delta t \geq \hbar \qquad (12.\ 38)$$

El trebuie definit în raport cu lărgimea $\Delta\nu_{indus}$, prin relaţia:

$$\Delta\tau \approx \frac{1}{\Delta\nu_{laser}} \qquad (12.\ 39)$$

iar lungimea de coerenţă, prin relaţia:

$$\Delta L = c \cdot \Delta\tau = \frac{c}{\Delta\nu_{laser}} \qquad (12.\ 40)$$

Deoarece $\Delta\nu_{laser}$ este foarte mic faţă de $\Delta\nu_{spontan}$, timpul de coerenţă, respectiv lungimea de coerenţă pentru radiaţia laser sunt foarte mari.

C. DIRECTIVITATEA

Sursele obişnuite emit lumină într-un unghi solid de 4π, deci cu o divergenţă foarte mare. Caracterul emisiei a radiaţiei laser (lumina emisă stimulat se propagă de-a lungul axei cavităţii) face ca aceasta să prezinte o divergenţă extrem de scăzută, datorată doar unor fenomene parazite ca difracţia la marginile oglinzilor, defectele acestora etc.

Proprietăţile de monocromaticitate, coerenţă şi directivitate ale radiaţiei laser fac ca acest dispozitiv să fie echivalent cu o sursă de lumină

punctuală, a cărei undă este colimată, deşi suprafaţa emisivă a unui laser are o întindere apreciabilă.

D. INTENSITATEA

Este evident că şi această proprietate este determinată de procesul de generare, specific laserului. Acumularea atomilor pe nivelul energetic superior, stimularea lor aproape simultană precum şi propagarea unidirecţională a undei amplificate sunt factori care condiţionează o undă laser foarte intensă. Compararea intensităţii undei laser cu cea emisă de Soare (ce poate fi asimilat cu un corp negru având temperatura de 6000° C), ne poate da o imagine asupra acesteia. Astfel, ţinând seama că puterea undei emise de un laser cu o suprafaţă de 0,2 cm^2 într-un timp de 10^{-3} s într-un unghi solid de 10^{-2} srd într-un interval spectral de 7 pm este de 1 kW iar puterea radiaţiei solare în aceleaşi condiţii este de numai $2 \cdot 10^{-7}$ W, rezultă un raport de $5 \cdot 10^9$ între intensitatea radiaţiei laser şi cea a radiaţiei emise de Soare. Acest raport devine cu atât mai remarcabil cu cât monocromaticitatea şi directivitatea radiaţiei laser sunt mai pronunţate, ceea ce este cazul radiaţiei emise de laserii cu gaz.

12.4.4. Tipuri de laseri

Cei mai reprezentativi laseri marchează în acelaşi timp trei clase diferite. Astfel, se întâlnesc:

- *laserul cu rubin*, din clasa laserilor cu medii active solide;
- *laserul cu heliu-neon*, din clasa laserilor cu medii active gazoase;
- *dioda laser*, din clasa laserilor cu semiconductori

LASERUL CU RUBIN

Schema constructivă a laserului cu rubin este prezentată în figura 12.10. Cavitatea rezonantă, C, este o incintă cu pereţi reflectători, având o secţiune transversală de formă eliptică. Pe direcţia ce trece printr-unul din focarele secţiunii eliptice, perpendicular pe planul acesteia este plasată o bară R cilindrică (lungime 2 ÷ 10 cm, diametru 0,5 ÷ 1 cm) de rubin (Al_2O_3), impurificat controlat (~ 0,05 %) cu ioni de crom (Cr^{3+}). Suprafeţele S_1 şi S_2 sunt paralele, bine şlefuite şi argintate, una din ele având o transparenţă de 5 ÷ 10 %, cealaltă fiind practic total reflectătoare. Pe direcţia paralelă cu cristalul de rubin, trecând prin prin celălalt focar, este plasat o lampă L cu descărcare în Xe[1].

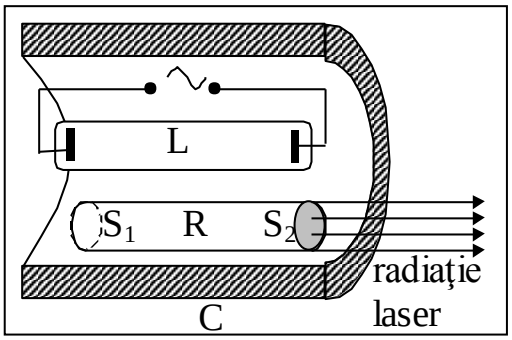


Figura 12. 10

Funcţionarea acestui tip de laser se poate descrie analizând diagrama nivelurilor energetice ale ionului de crom (mediul activ fiind alcătuit tocmai de aceşti ioni), prezentată simplificat în figura 12.11.

Radiaţia verde, cu lungimea de undă de aproximativ 550 nm, emisă de lampa de descărcare în xenon, produce excitarea ionilor de crom din starea fundamentală 1, într-una din stările excitate din banda 3. Într-un timp foarte scurt, aceştia, prin tranziţii neradiative (energia eliberată este preluată de

[1] Se poate folosi şi o cavitate rezonantă cilindrică, bara de rubin fiind plasată pe axul acesteia, iar lampa de descărcare are formă elicoidală şi "îmbrăcând" bara de rubin.

vibraţiile reţelei cristaline), trec în starea 2, nivelul energetic corespunzător acesteia fiind un nivel metastabil; ca urmare, timpul de viaţă mediu în această stare este cu câteva ordine de mărime mai mare decât în starea 3, astfel încât, într-un interval de timp oarecare, numărul dezexcitărilor spontante $3 \rightarrow 1$ este mult mai mic decât cel al tranziţiilor spontane $3 \rightarrow 2$. Ca urmare, într-un timp foarte scurt (de ordinul a $5 \cdot 10^{-4}$ s), numărul ionilor de crom aflaţi în starea 2 va deveni mult mai mare decât cel al celor din starea 1, realizându-se astfel o inversie de populaţie între aceste niveluri energetice, proces prin care s-a realizat acest lucru fiind numit *pompaj optic*, radiaţia emisă de lampa de descărcare fiind numită *radiaţie de pompaj.*

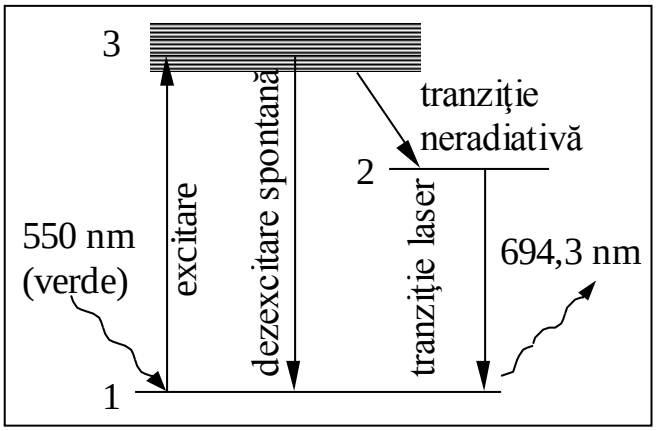


Figura 12. 11

Primii fotoni emişi prin dezexcitări spontane de pe nivelul 2 pe nivelul 1induc tranziţia stimulată a altor ioni de crom, aceşti fotoni, la rândul lor provoacă alte dezexcitări stimulate şi aşa mai departe, astfgel încât, într-un timp foarte scurt, are loc "golirea" stării 2, toţi ionii dezexcitându-se şi emiţând un foarte mare număr de fotoni. Procesul este susţinut de cele două oglinzi între care fotonii suferă reflexii repetate, astfel că, înainte de a părăşi bara de rubin, aceştia o parcurg de mai multe ori, mărind considerabil în acest fel probabilitatea de dezexcitare stimulată. Radiaţia emisă are lungimea de undă de 694,3 nm (culoare roşie) şi este emisă pe direcţia axei barei de rubin. Ea este emisă intermitent (sub formă de impulsuri), pentru că după "golirea"

nivelului metastabil, este nevoie de un interval de timp pentru realizarea unei noi inversii de populaţie.

Numărul mare de dezexcitări asigură intensitatea foarte mare a fasciculului laser, dezexcitarea stimulată oferindui caracterul coerent. Direcţionalitatea este asigurată prin faptul că fotonii pot părăsi sistemul numai pe direcţia axei barei de rubin iar monocromaticitatea prin faptul că tranziţiile au loc între două niveluri discrete.

LASERUL CU HELIU - NEON

Acest laser utilizează ca mediu activ un amestec de heliu şi neon. Realizarea inversiei de populaţie în acest caz nu se mai poate face prin pompaj optic, ca la laserul cu rubin, din cauza densităţii mici a mediului activ gazos, în comparaţie cu mediul solid. Eficace, în această situaţie, s-a dovedit descărcarea electrică în gaz şi aşa-numitul proces de *transfer de excitare* de la heliu la neon. Schema nivelurilor de energie ale celor două gaze este reprezentată în figura 12.12.

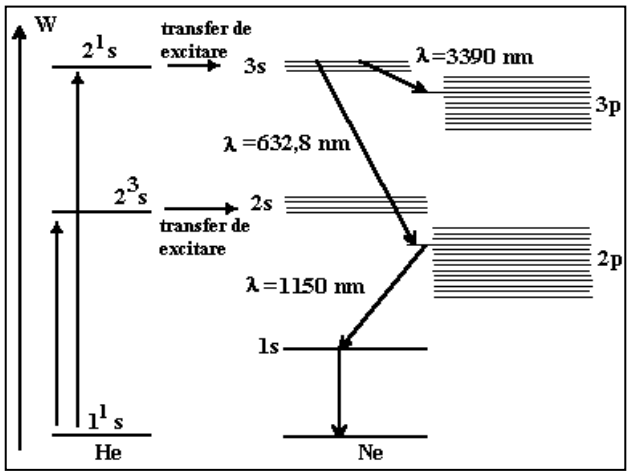


Figura 12. 12

Prin ciocniri inelastice cu electronii din descărcare, ciocniri prin care electronii cedează energia lor atomilor, atomii de heliu sunt excitaţi pe nivelurile 2^3s şi 2^1s. Deoarece aceste niveluri prezintă energii de valori aproximativ egale, respectiv cu nivelurile 2s şi 3s ale neonului, atomii de heliu vor transfera excitarea lor atomilor de neon din starea fundamentală, care vor popula nivelurile respective. Nivelurile 2s şi 3s ale neonului sunt populate şi prin ciocniri cu electronii din descărcare, însă transferul de excitare este

procesul predominant. Pompajul puternic în modul descris precum şi timpii de viaţă lungi ai nivelurilor 2s şi 3s, în comparaţie cu timpii de viaţă ai nivelurilor inferioare (2p, respectiv 3p), conduc la realizarea inversiei de populaţie.

Tranziţiile 2s $\rightarrow$ 2p, 3s $\rightarrow$ 3p şi 3s $\rightarrow$ 2p furnizează un număr foarte mare de linii spectrale de laser, dintre care, în figură sunt reprezentate numai cele mai intense. Cea mai utilizată este radiaţia roşie cu lungimea de undă λ = 632,8 nm.

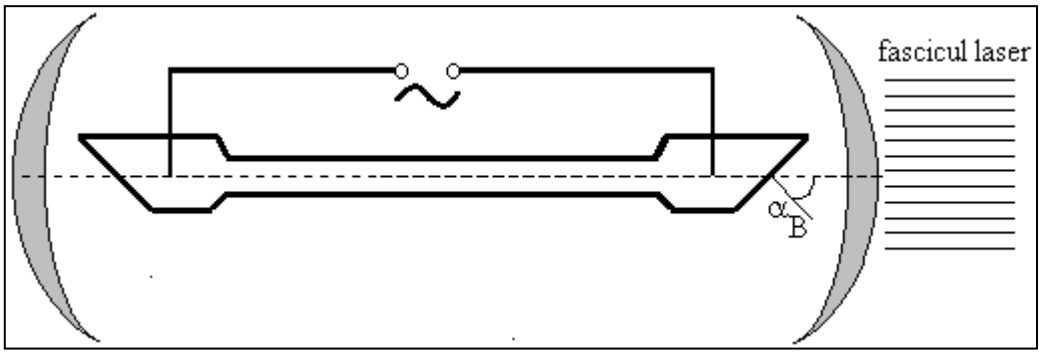


Figura 12. 13

Dispozitivul experimental este reprezentat schematic în figura 12.13.

Amestecul de gaze este introdus în tubul de sticlă cu ferestre aşezate la unghi Brewster (α_B) faţă de direcţia luminii care se propagă în cavitate. Aceasta, deoarece componenta undei având vectorul electric în planul de incidenţă nu suferă reflexie pentru acest unghi de incidenţă, fiind deci transmisă fără pierderi, în timp ce componenta cu vectorul electric perpendicular pe acest plan se reflectă parţial, suferind astfel pierderi însemnate la transmisie.

Aceasta face ca, în timpul procesului laser, numai prima componentă să fie amplificată, astfel încât lumina emisă de un astfel de laser să prezinte încă o proprietate: polarizare totală, cu vectorul electric într-un plan normal pe planul ferestrelor.

Inversia de populaţie optimă se produce pentru un raport al presiunilor parţiale ale gazelor componente din amestec: $\frac{p_{He}}{p_{Ne}} \approx 10$, descărcarea electrică fiind alimentată în curent continuu la o tensiune de ordinul a 2 kV sau curent alternativ cu frecvenţa $\nu \approx 30$ MHz, pentru lungimi ale tubului variind în raport cu puterea radiaţiei obţinute.

Laserul cu He-Ne poate funcţiona în regim continuu, la puteri de ordinul a câţiva mW.

LASERUL CU SEMICONDUCTORI

Efectul laser poate fi obţinut, în anumite condiţii, şi în materialele semiconductoare, în care inversia de populaţie se realizează fie prin pompaj optic, fie prin pompaj cu fascicul de electroni, fie electric.

Pompajul optic este utilizat pentru obţinerea inversiei de populaţie într-un semiconductor cu care este dificil să se realizeze o joncţiune p-n şi el se realizează prin iradierea semiconductorului respectiv (omogen) cu o radiaţie provenită de la un alt laser, când are loc în semiconductor generarea optică de perechi electron-gol. Astfel, un semiconductor omogen InSb, excitat cu radiaţie provenită de la un laser GaAs cu joncţiune, cu λ = 840 nm, emite o radiaţie laser cu λ = 5300 nm iar un semiconductor omogen CdSe, excitat cu radiaţie cu λ = 632,8 nm, provenită de la un laser cu He-Ne, emite o radiaţie laser cu λ = 690 nm.

Efect laser se poate obţine şi prin bombardarea unui semiconductor cu un fascicul de electroni de energie mare (~ 200 keV), metodă folosită în special pentru semiconductori (de exemplu, ZnS sau CdS) cu o lărgime a benzii interzise mare, care, evident, vor genera radiaţie laser cu frecvenţă mare, în domeniul ultraviolet.

Inversia de populaţie realizată pe cale electrică se poate produce în două moduri: prin ionizare prin ciocniri în câmp electric intens sau prin injecţie la zona de contact.

Este cunoscut faptul că, sub acţiunea unui câmp electric intens, purtătorii de sarcină electrică liberi sunt accelerați, căpătând suficientă energie pentru a genera alte perechi de purtători, astfel având loc o multiplicare în avalanşă a purtătorilor care se recombină radiativ. Utilizând structuri de tip pp^+p din GaAs, se poate obţine o radiaţie laser plasând structura într-o cavitate Fabry-Perot. Radiaţia este emisă prin recombinarea coerentă în zona p^+ a electronilor generaţi prin multiplicarea în avalanşă în zona p de rezistivitate mare.

A doua metodă de realizare a inversiei de populaţie pe cale electrică, aceea de injecţie la zona de contact, se poate obţine în joncţiuni p-n polarizate direct, în structuri metal-semiconductor, sau în structuri MOS.

Laserul cu joncţiune p-n sau dioda laser este un dispozitiv realizat dintr-o joncţiune p-n cu dopare puternică în ambele regiuni. Polarizând direct joncţiunea, în zona stratului de baraj se produce o inversie de populaţie.

12.5. Aplicaţii

- *Tensiunea de stopare pentru o celulă fotoelectrică este de 2 V. Să se calculeze viteza maximă a electronilor emişi. Concluzii (sarcina electrică, respectiv masa electronului sunt* $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ *C,* $m = 9{,}1\cdot10^{-31}$ *kg).*

Rezolvare:

Din relaţia $\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_{max}^2 = eU_s$, rezultă $v_{max} = \sqrt{\frac{2e\cdot U_s}{m}} = 8{,}39\cdot10^5 \ m/s$.

După cum se poate constata, electronii nu sunt relativişti, ceea ce înseamnă că expresia clasică a energiei cinetice a lor a fost utilizată corect.

- *Catodul unei celule fotoelectrice este iluminat de o radiaţie cu lungimea de undă λ. Energia de extracţie este egală cu 2,2 V. Pentru a anula curentul fotoelectronic, pe electrozii celulei trebuie aplicată o tensiune de stopare de 0,4 V. Să se calculeze viteza maximă a electronilor emişi, lungimea de undă λ a radiaţiei incidente şi lungimea de undă de prag, λ_0 (sarcina electrică şi masa electronului sunt $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C, $m = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg)*

Rezolvare:

Din relaţia $\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_{max}^2 = e\cdot U_s$ rezultă: $v_{max} = 3{,}75\cdot10^5$ m/s.

Pe de altă parte, $e\cdot U_s = h\nu - h\nu_0$, de unde:

$$\nu = \frac{eU_s}{h} + \nu_0 \;\Leftrightarrow\; \lambda = \frac{hc}{eU_s + h\nu_0} = 477{,}4\,\text{nm}$$

Lungimea de undă de prag este: $\lambda_0 = \frac{hc}{L_{extr}} = 564{,}2$ nm

- *Se numeşte sensibilitate energetică, s(ν), a fotocatodului unei celule fotoelectrice raportul:*

$$s = \frac{I_s}{\Phi}\ [A/W]$$

Sensibilitatea este dependentă de frecvenţa radiaţiei incidente. Pentru o celulă cu catod de cesiu, sensibilitatea este maximă pentru o radiaţie de lungime de undă $\lambda_m = 370$ nm.

a) Să se calculeze s în funcţie de frecvenţa ν, randamentul cuantic η, sarcina electrică a electronului, e şi constanta Planck, h.

b) Care este randamentul cuantic pentru o celulă a cărei sensibilitate este $s(\lambda_m) = 85$ mA/W ?

Rezolvare:

a) Fie ν frecvenţa radiaţiei incidente şi n numărul de fotoni incidenţi în unitatea de timp.

$$I_s = \eta n e \;\; ; \;\; \Phi = n\eta\nu \;\; \Rightarrow \;\; s = \frac{I_s}{\Phi} = \eta \cdot \frac{e}{h\nu} = \eta \cdot \lambda \cdot \frac{e}{hc} = \frac{\eta \cdot \lambda[\text{nm}]}{1{,}24} \left[\text{mA} / \text{W}\right].$$

Pentru $\lambda = \lambda_m = 370$ nm, $s = 85$ mA/W $\Rightarrow$ $\eta(\lambda_m) = 0{,}28$ (28 %).

- *În cursul unei experienţe Compton, s-a utilizat un fascicul de radiaţii X de lungime de undă $\lambda_0 = 71{,}1$ pm. Pentru un unghi de difuzie $\theta = 90°$, se observă şi o altă radiaţie, de lungime de undă $\lambda = 73{,}5$ pm.*

a) Să se verifice concordanţa rezultatului experimental cu teoria efectului Compton.

b) Să se calculeze, în eV, energia fotonilor.

c) Să se deducă variaţia energiei cinetice şi cea a vitezei electronului pe care are loc difuzia Compton.

Se cunosc: $\frac{hc}{e} = 1{,}24 \cdot 10^{-6}$ eV ; $m_0 \cdot c^2 = 0{,}51$MeV

Rezolvare:

a) Variaţia $\Delta\lambda = \lambda_C \cdot (1 - \cos\theta) = 2{,}42 \cdot (1 - \cos 90°) = 2{,}42 \cdot 10^{-12}$ m. Rezultatul concordă cu experienţa, deoarece $\lambda - \lambda_0 = 73{,}5 - 71{,}1 = 2{,}4 \cdot 10^{-12}$ m.

b) $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} = 16{,}87$ keV $\quad \varepsilon_0 = \frac{hc}{\lambda_0} = 17{,}44$keV

c) Conservarea energiei se scrie:

$$\varepsilon_0 + E_e = \varepsilon + E'_e \;\; \Rightarrow \;\; \Delta E_e = E'_e - E_e = \varepsilon_0 - \varepsilon = 0{,}57 \text{ keV}.$$

Cum variaţia energiei cinetice a electronului este mică faţă de energia sa de repaus, se pot neglija efectele relativiste şi $E'_c = \frac{mv^2}{2} = 0{,}57\text{keV}$.

De aici,

$$\frac{v^2}{c^2} = \frac{2E'_c}{mc^2} = \frac{1{,}14}{510} \Rightarrow v = 0{,}047 \cdot c$$

INDEX

A

a doua formulă fundamentală a dioptrului sferic. *vezi formula măririi liniare transversale*
aberaţie
cromatică, 54, 57
de sfericitate, 54
de sfericitate longitudinală, 54
de sfericitate transversală, 54
geometrică, 54
monocromatică. *vezi aberaţie geometrică*
Absorbţia luminii, 153
acuitate vizuală, 69
adâncime de pătrundere, 120
Agârbiceanu, 284
alb de ordin superior, 179
amplificator de radiaţie, 290
analiză spectrală, 160
analizor, 133, 137, 202
circular, 138
cu penumbră (Laurent), 137
aparat spectral
cu autocolimaţie, 163
cu deviaţie constantă, 163
pentru ultraviolet, 163
aproximaţia fasciculelor paraxiale. *vezi aproximaţia Gauss*
aproximaţia Gauss, 11
Aristotel, 277
astigmatism, 55
axa optică
principală, 23, 52
axă optică, 20, 123
secundară, 23

B

Balmer, 263
Bartholin, 123
Basov, 284
bastonaşe, 68
bilentile
Billet, 183
biprisma
Fresnel, 182
birefringenţă, 123
electrică, 142
magnetică, 144
mecanică, 140
prin călire, 142
provocată (indusă), 140
Bohr, 266
Boltzmann, 258
Brewster, 140

C

câmp electromagnetic, 82
câmp vizual, 70
candelă, 73
capacitate
de redundanţă, 214
caustică, 55
cavitate de rezonanţă, 290
celulă fotoelectrică, 267
centru optic, 20
coeficient
de absorbţie, 119, 172
de dispersie, 158
de extincţie, 154, 156

de transmisie, 155
Einstein, 288
coeficienţi
de reflexie, 109
de transmisie, 109
coerenţă, 295
absolută, 175
relativă, 175
colimator, 162
coma, 55
compensator, 138
Babinet, 139
Soleil, 139
Compton, 275
condiţia de emergenţă, 33
condiţie de autooscilaţie, 291
condiţie de prag. *vezi condiţie de prag*
conic. *vezi izogen*
constanta
Cotton-Mouton, 144
Kerr, 143
lui Verdet, 147
Planck, 260, 274
reţelei de difracţie, 241
Rydberg, 263
constantă
fotoelastică, 141
construcţia zonală a lui Fresnel, 229
contrast, 204
contrastul franjelor. *vezi vizibilitate*
conuri, 68
convergenţă, 39
echivalentă, 43
cornee transparentă, 67
coroidă, 67
corp negru, 257
corpuscul, 277
cristal
biaxă, 123
negativ, 125
pozitiv, 125
uniaxă, 123
cristalin, 67
criteriul de separare al lui Rayleigh, 244
cuantă, 260
cub Lummer, 77
curbura câmpului imagine, 57

D

densitate
de energie radiantă, 255
energetică de prag, 290
spectrală de energie radiantă, 256
densitate superficială a fluxului de radiaţie, 70
densitatea fluxului luminos. *vezi emitanţă luminoasă*
deviaţie minimă, 33
difracţia luminii, 227
difracţie
Fraunhofer, 232
Fresnel, 232
difuzia luminii, 155
difuzie
elastică. *vezi difuzie Rayleigh*
inelastică, 155
Mie, 157
moleculară, 157
Raman, 280
Rayleigh, 155, 157, 281
dilatometrie interferenţială, 207
diodă laser, 302
dioptru
convergent, 25
divergent, 25
plan, 3, 29
sferic, 23, 70
directivitate, 296
disc Airy, 241

dispersia luminii, 158
dispersie, 158
anormală, 160, 171
normală, 159
relativă, 159
unghiulară, 201
dispersie medie, 158
dispozitivul
lui Young, 180
distanţă focală, 25
distorsiunea, 57
distribuţia Boltzmann, 287
divizare
a amplitudinii, 184
a frontului de undă, 180
domeniu de dispersie, 202
drum optic, 12

E

echivalent fotometric, 73
ecuaţia
de bază a holografiei, 212
efect
"Lamb shift", 283
Compton, 274
Cotton – Mouton. *vezi birefringenţă magnetică*
electrooptic liniar (Pockels), 142
electrooptic pătratic (Kerr), 142
Faraday. *vezi polarizare rotatorie magnetică*
fotoelectric extern, 266
laser, 290
Purkinje, 67
eficacitate, 70, 71
de difracţie, 214
luminoasă, 75
Einstein, 271, 278, 284
elemente cardinale, 59, 62
Elster, 266
emitanţă
energetică, 71
luminoasă, 74
energie
de extracţie, 273
etalon Fabry – Perot, 201
Experienţa lui Wiener, 191
expunere, 76
extincţie, 155

F

factor
de calitate, 291
de finețe a franjelor, 199
de înclinare a razelor, 228
de reflexie, 112
de transmisie, 113
fascicul
cilindric, 10
izogen. *vezi izogen*
omocentric, 10
telecentric. *vezi cilindric*
fascicul de raze, 10
filtru interferenţial, 205
flux
energetic, 66, 70, 112
energetic spectral, 254
luminos, 72
focalele lui Sturm, 55
focar
imagine, 25
obiect, 25
principal, 24
real, 25
secundar, 26, 60
virtual, 25
formula
Cauchy, 169
Lorentz-Lorentz, 168
măririi liniare transverale, 29

măririi liniare transversale, 3, 27, 28, 40, 46
punctelor conjugate, 29, 46
punctelor conjugte, 39
formula punctelor conjugate, 24
formulele
lui Airy, 199
Fotografia în culori, 192
fotometru, 76
fotoelectric diferenţial, 78
integrator, 78
Lummer-Brodhun, 77
foton, 271
foton virtual, 282
fovea centralis, 68
franje
de difracţie, 232
de egală grosime, 187
de egală înclinare, 185, 194. *vezi franje localizate la infinit*
întunecate, 177
localizate la infinit, 184
luminoase, 177
frecvenţă de prag, 268
Fresnel, 123, 227, 278
formulele lui ~, 105, 108

G

Geitel, 266
generare
de armonici, 281
parametrică, 281
generator de radiaţie, 290
Gerlach, 267
Gordon, 284
grad
de coerenţă, 176
grad de polarizare, 97
gradul de polarizare, 110
Grimaldi, 227

H

Hallwachs, 266
Hertz, 266
hipermetropie, 69
hologramă, 209, 217, 218
de amplitudine, 213
de fază, 214
de suprafaţă, 213
de volum, 213
Fraunhofer, 213
Fresnel, 213
Huygens, 123, 277

I

iluminare, 75
energetică, 72
imagine
astigmatică, 11
conjugată, 212
ortoscopică, 57
primară, 212
reală, 12
stigmatică, 10, 53
virtuală, 12, 29, 212
impedanţa mediului, 88
indice
de atenuare, 118
indice de refracţie, 12, 52, 86, 116, 117, 121, 158, 165, 193, 206
relativ, 17
inelele
lui Heidinger, 184
Inelele
lui Newton, 188
intensitate
a undei electromagnetice, 89
energetică, 70
luminoasă, 73

interferenţa
staţionară, 173
interferenţa luminii, 173
interferometrie holografică, 215
cu dublă expunere, 217
în timp real, 216
interferometrie holografică mediată în timp
cu dublă expunere, 217
interferometru, 192
Fabry – Perot, 200
Jamin, 194
Lummer - Gehrke, 204
Mach-Zender, 196
Michelson, 195
Young – Rayleigh, 193
interfranjă, 179, 181, 213, 216, 219
invariantul Lagrange-Helmholtz, 28
invariantul lui Abbé, 24
inversie de populaţie, 289

J

Javan, 284
Jeans, 259

K

Kirchhoff, 227, 257

L

lamă
semiundă, 136
sfert de undă, 136
undă, 135
Lamb, 283
Landenburg, 266
laser, 7, 143, 209, 284
cu He-Ne, 299
cu rubin, 297
cu semiconductori, 301
legea
absorbţiei, 172
Beer, 154
Bouguer-Lambert, 154
deplasării a lui Wien, 258
Joule-Lenz, 81
lui Brewster, 110
lui Kirchhoff, 257
lui Malus, 134
lui Ohm, 81
radiaţiei a lui Planck, 261
radiaţiei a lui Wien, 259
Rayleigh-Jeans, 259
Stefan-Boltzmann, 258
legile
lui Lenard, 267
Lenard, 267
lentilă
biconcavă, 37
biconvexă, 37
convergentă, 37, 50
divergentă, 37
planconcavă, 37
planconvexă, 37
subţire, 37
lentile acolate, 43
Leonardo da Vinci, 227
Lippmann, 192
lumen, 73
luminanţă, 74
luminozitate. *vezi emitanţă luminoasă*
lungime
de coerenţă, 295
de undă de prag, 268
lungime de coerenţă, 176
lungime de undă, 86
lux, 75
luxmetru, 79

M

Maiman, 284
maser, 284
Maxwell
    ecuaţiile lui ~, 4, 80
mărire
    liniară transversală, 27
    unghiulară, 28
mediu
    activ laser, 289
    conservativ, 82
    disipativ, 82
    ideal, 82
    izotrop, 82
    liniar, 82
    omogen, 82
memorie holografică, 218
menisc
    convergent, 37
    divergent, 37
Meyer, 267
microscopie holografică, 218
Millikan, 274
miopie, 69
modularea luminii, 142
moduri de oscilaţie, 292, 293
monocromaticitate, 293
monocromator, 35, 161

N

Newton, 277
numărul
    lui Abbé. *vezi coeficient de dispersie*

O

obiect
    virtual, 29
observator normal, 67
obturator optic, 143
oglindă, 21
    concavă, 45
    convexă, 45
    Lloyd, 181
    plană, 22, 49, 53
    sferică, 22, 45
oglinzi
    Fresnel, 182
ovalele lui Descartes, 22

P

pana optică, 187
paralel. *vezi cilindric*
Paschen, 263
pata galbenă, 68
plan
    al secţiunii principale, 124
    de incidenţă, 16, 103
    de polarizare, 92
    de vibraţie, 92
    neutru, 124
plan focal, 26, 47
Planck, 260, 271, 278
plane
    principale, 59
polariscop, 141
polarizare
    rotatorie, 145
    rotatorie magnetică, 147
polarizor, 133
polaroid, 132
pompaj optic, 298
prag roşu, 268
presbitism, 69
prima formulă fundamentală a dioptrului sferic.
    vezi formula punctelor conjugate
principiul

egalităţii drumurilor optice. vezi teorema Malus-Dupin
Huygens – Fresnel, 180
independenţei propagării razelor de lumină, 14
lui Fermat, 12, 13
lui Huygens-Fresnel, 125
propagării rectilinii, 14
reversibilităţii propagării luminii, 14
timpului minim. *vezi principiul lui Fermat*
principiul Huygens-Fresnel, 228
prisma
Glan, 131
Rochon, 131
Wollaston, 131
Prisma
Foucault, 130
Glazebrook, 130
Nicol, 129
prisma Abbé, 35
prisma cu deviaţie constantă, 35
prisma cu reflexie totală, 34
prisma cu viziune directă, 35
prismă
Abbé, 163
Amici, 162
Cornu, 163
prismă optică, 3, 32
Prohorov, 284
puncte
principale, 59
puncte conjugate, 10, 21, 23
punctum proximum, 69
punctum remotum, 69
pupilă, 68
putere
de absorbţie, 254
de dispersie, 159
de emisie, 254
de reflexie, 255
de rezoluţie, 204
separatoare, 245
separatoare unghiulară, 245
spectrală de absorbţie, 255
spectrală de reflexie, 255
putere de refracţie, 24
putere rotatorie, 145
putere rotatorie specifică, 145
Puterea de rezoluţie cromatică (*spectrală*), 245

R

radiaţie
infraroşie, 253
termică, 253
Rayleigh, 259
rază
extraordinară, 124
incidentă, 15, 124
ordinară, 124
reflectată, 15
refractată, 15
rază de lumină, 9
reflectanţă, 112
reflexia luminii, 15
reflexie
frustrată, 122
internă, 17
totală, 17, 114
refracţia luminii, 16, 32
refracţie
molară, 168
retină, 68
Rydberg, 263

S

salt de fază, 108, 182
sclerotică, 67
Seebeck, 140

selecţia modurilor, 293
self-energie, 283
semilărgimea maximului de interferenţă, 179
sensibilitate spectrală relativă, 66
seria
Balmer, 264
Brackett, 265
Humphrey, 265
Lyman, 265
Paschen, 265
Pfund, 265
sfera Ulbricht. *vezi fotometru integrator*
sistem afocal, 44
spaţiu
imagine, 10
negativ, 20
obiect, 10
pozitiv, 20
spectrograf, 161
cu prismă, 35
spectrometru, 161
spectroscop, 161
cu vizare directă, 162
triprismatic, 163
spectru, 160
al undelor electromagnetice, 90
continuu, 262
de absorbţie, 263
de benzi, 262
de emisie, 262
de linii, 262
discret (discontinuu), 262
spirala lui Cornu, 233
stare metastabilă, 286
Stefan, 258
stigmatism
aproximativ, 11
riguros, 10
strat antireflex, 206
strat puternic reflectător, 207
strălucire. *vezi luminanţă*
energetică, 70, 71
energetică spectrală, 254
substanţe
dextrogire, 145
levogire, 145
optic active, 145

T

temperatură negativă, 289
tensiune de stopare, 269
teorema
Malus-Dupin, 18
teoria cuantelor, 278
teoria emanaţiei, 277
termen de interferenţă, 174
timp
de coerenţă, 295
de viaţă mediu, 286
timp de coerenţă, 176
Townes, 284
transfer de excitare, 299
transmitanţă, 113
tranziţie
spontană, 285
stimulată, 286

U

umoare apoasă, 68
umoare sticloasă, 68
undă
de referinţă, 209
electromagnetică, 278
evanescentă, 115, 122
nepolarizată, 111
parţial polarizată, 111
total polarizată, 111

undă polarizată
eliptic, 95
undă electromagnetică, 80, 82
undă nepolarizată, 96
undă polarizată
circular, 95
eliptic, 93
liniar, 92, 94
parţial, 96
unde *coerente*, 175
unde *necoerente*, 174
unghi
Brewster, 110, 300
de deviaţie, 32
limită, 114
unghi limită, 18
unghiul prismei, 32

V

vector
de undă, 86
vectorul Poynting, 83, 89
vedere
crepusculară. *vezi vedere scotopică*
diurnă. *vezi vedere fotopică*
fotopică, 65
scotopică, 65
transfotopică, 65
transscotopică, 65
vizibilitate, 177

W

Wiedemann, 266
Wien, 258

Z

Zeiger, 284

Bibliografie

1. I. Agârbiceanu - Lumina polarizată şi aplicaţiile ei în ştiinţă şi tehnică - Ed. Tehnică, Bucureşti, 1956
2. D. Bârcă-Gălăţeanu, R. Ţiţeica, M. Naumescu, R. Şeptilici – Fizica - vol II, ediţia a II-a, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1971
3. M. Born, E. Wolf - Principles of Optics - Pergamon Press, London, 1981
4. M. Born – Fizica atomică – Editura Ştiinţifică, Bucureşti, 1973
5. G. G. Brătescu - Optica - Ed. Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1982
6. G. Cone - Optica electromagnetică a mediilor anizotrope - Ed. Tehnică, Bucureşti, 1990
7. F.S. Jr. Crawford - Unde – curs de fizică Berkeley - vol. III, Ed. Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1983
8. T. Creţu - Fizica generală - vol. I, Editura Tehnică, Bucureşti, 1985
9. I. Cucurezeanu, R. Chişleag, P. Suciu, D. Borza - Aplicaţii ale holografiei optice - Ed. Tehnică, Bucureşti, 1984
10. P. Dodoc - Teoria şi construcţia aparatelor optice - Ed. Tehnică, Bucureşti, 1989
11. R.P. Feynman - Fizica modernă - vol.2, Editura Tehnică, Bucureşti, 1970
12. R.P. Feynman - QED – The Strange Theory of Light and Matter - Princeton University Press, 1985
13. Gh. Huţanu, J. Dorin – Holografia - Ed. Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1979
14. I. Iova - Elemente de optică aplicată - Ed. Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1977
15. I. Irodov, I. Saveliev, O. Zamcha - Récueil de problèmes de physique générale - Editions Mir, Moscou, 1976

16. N. K. Kaliteevski - Optique ondulatoire - Ed. Mir, Moscou, 1980
17. G. Moisil, E. Curatu - Optică - teorie şi aplicaţii - Ed. Tehnică, Bucureşti, 1986
18. I.I. Popescu – Optica - Tipografia Universităţii Bucureşti, 1988
19. I.I. Popescu, E. Toader – Optica - Ed. Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1989
20. I.M. Popescu – Fizica - Ed. Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1982
21. I.M. Popescu - Teoria electromagnetică macroscopică a luminii - Ed. Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1986
22. I.M. Popescu, G. Cone, Gh. Stanciu - Culegere de probleme de fizică - Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1991
23. 8. P. Sterian, M. Stan – Fizica - Ed. Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1985
24. M.J. Stone - Radiation and Optics - McGraw-Hill Company Inc.
25. H. Ţintea - Optică şi spectroscopie - Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1972
26. V. Vlad - Introducere în holografie - Ed. Academiei, Bucureşti, 1974